

В. Н. ГОНЧАРОВ

532

Г-65

ДИНАМИКА РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ

Д о п у щ е н о
Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебника
для гидрометеорологических вузов
и университетов

162940

БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

Ленинград • 1962

АННОТАЦИЯ

Книга посвящена изучению механики потоков, управляемых руслом.

В первой ее части рассматривается механизм движения и структура потока с жестким руслом, во второй части — механизм взаимодействия потока и деформируемого русла.

Книга предназначена для самостоятельного изучения курса динамики русловых потоков в высших учебных заведениях на дневных, вечерних и заочных факультетах и отделениях инженерно-гидрологического профиля.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Динамика русловых потоков является отраслью гидромеханики, посвященной изучению механизма потоков, управляемых руслом. Ее задачей является разработка расчетно-теоретических средств анализа механизма русловых потоков для решения практических задач, возникающих в области хозяйственно-технического использования потоков, управляемых руслом.

Эти задачи возникают в сфере изучения водных ресурсов и использования их в областях гидроэнергетики и энергетики, гидромелиорации, водного транспорта и лесотранспорта.

Для удовлетворения запросов указанных отраслей водного хозяйства создана обширная сеть научно-исследовательских организаций и институтов, в задачу которых входит разработка ряда научно-технических проблем, связанных с динамикой естественных и искусственных русловых потоков:

Исследования теоретических вопросов в этой области входят в задачи ряда отраслевых и академических институтов, а также вузов.

Общетеоретические основы динамики русловых потоков были созданы к концу XIX — началу XX вв.; дальнейшее же развитие и разработка отдельных теоретических и научно-технических проблем обязаны деятельности ряда советских и зарубежных ученых и научных организаций.

Хотя к настоящему времени исследования в области динамики русловых потоков и получили широкое развитие, тем не менее сложность научных проблем не позволила еще установить единство путей и методов исследования и решения основных вопросов. В то же время специфичность интересов и запросов отдельных отраслей народного хозяйства накладывала отпечаток на направление научных работ в данной области. Эти обстоятельства обусловили появление ряда трудов и курсов по динамике русловых потоков, различных как по методам, так и по кругу рассматриваемых вопросов.

Изучение динамики русловых потоков является одним из существенных звеньев подготовки инженеров-гидрологов, выпуск-

каемых для работы в области исследований водных ресурсов и использования последних в различных отраслях народного хозяйства.

Для обеспечения учебных запросов подготовки инженеров-гидрологов и предназначена эта книга. В ней широко использована необходимая часть многочисленных отечественных и зарубежных работ по многим вопросам; некоторая часть вопросов потребовала их самостоятельной разработки, выполненной автором в период 1925—1960 гг. при содействии А. Я. Миловича, М. М. Гришина, И. Г. Есьмана, И. В. Егиазарова, И. М. Бернадского, Н. А. Картвелишвили, Г. Н. Лапшина, В. И. Полтавцева, Д. И. Гринвальда, а также сотрудников Ленинградского гидрометеорологического института и Центрального научно-исследовательского института гидротехники и водного лесотранспорта.

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОТОКОВ С ЖЕСТКИМ РУСЛОМ

Глава I

МЕХАНИЗМ ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОГО ПОТОКА

§ 1. ОТПРАВНАЯ ЗАДАЧА

Проблемы движения русловых потоков рассматриваются в двух смежных разделах гидромеханики, а именно в гидравлике и в динамике русловых потоков. Общим для них является то обстоятельство, что в обоих разделах рассматривается механика ограниченных потоков. Их задача состоит в установлении закономерностей поведения ограниченных потоков для обоснования средств анализа и расчета состояний потока в определенных условиях их существования и в заданных условиях режима их использования.

Курс гидравлики изучается в высших учебных заведениях ранее курса динамики русловых потоков, поэтому здесь можно ограничиться лишь немногими замечаниями о различиях гидравлики и динамики русловых потоков.

Прежде всего следует отметить, что *задачей гидравлики является изучение вопросов теории и расчетов состояния и изменения форм потока во времени и пространстве, в том числе и потоков, управляемых руслом.*

Для определения положения потока в пространстве и во времени можно считать, что характеристики данного элементарного объема потока будут одинаковыми для всех частиц рассматриваемого отсека. Отсюда и вытекает возможность характеризовать состояние отсека одним значением скорости.

При этом всякий раз получались бы те же решения, как если бы в анализе вопроса пытались учесть различие в состоянии и поведении отдельных частиц элементарного отсека.

Таким образом, исследование и решение так называемых *внешних задач гидромеханики ограниченных потоков*, т. е. оп-

ределение положения всего потока и его поверхностей, *относится к сфере гидравлики.*

Однако в сфере использования водных потоков возникает немалое число запросов, требующих определения не только внешних характеристик потока, но и главных факторов, определяющих внутреннюю структуру, т. е. механизм движения потока и взаимодействие потока и русла. *Изучение этих вопросов, определяющих внутреннее состояние потока, является задачей динамики русловых потоков.*

Среди потоков всех форм русла, условий и режимов движения наиболее простыми являются потоки равномерного режима, в которых все характеристики остаются неизменными по длине. Но русла потоков равномерного режима могут иметь самые разнообразные формы. Наиболее простой с точки зрения теоретического описания является прямоугольная форма потока.

Среди равномерных потоков прямоугольной формы можно отобрать потоки столь большой ширины по сравнению с глубиной, что в середине потока торможение его боковыми стенками становится пренебрежимо малым. Тогда часть такого равномерного потока, на которой уже не будет сказываться торможение боковыми стенками, можно рассматривать как плоский поток. Именно этот поток равномерного режима с одинаковой глубиной по сечению (без боковых тормозящих стенок) далее и принимаем в качестве отправной и основной классической схемы русловых потоков. Будем предполагать, что он имеет неограниченную длину; это позволит не учитывать условия входа и выхода.

Такой поток при малых глубинах и скоростях будет иметь ламинарный режим, а в определенном, очень широком, диапазоне глубин и скоростей — турбулентный режим.

§ 2. ПЛОСКИЙ ПОТОК ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА

Вначале рассмотрим потоки ламинарного режима. Если этот поток будет безнапорным, открытым, т. е. с одной тормозящей плоскостью в виде жесткого дна, то силой, вызывающей его движение, будет являться проекция силы тяжести на направление движения. Совместим с дном начало ординат и проведем внутри потока плоскость, параллельную дну, на расстоянии y от него. Сила веса на единице площади этой плоскости равна $\gamma(H-y)$, где H — полная глубина потока, γ — удельный вес.

Проекция этого веса на направление движения в рассматриваемой плоскости, наклоненной к горизонту под углом, синус которого равен i , на единице площади будет равна

$$\tau = \gamma(H-y)i. \quad (1.1)$$

При равномерном режиме потока эта действующая сила уравнивается напряжением сил вязкости, равным $\mu \frac{du}{dy}$, где μ — динамическая вязкость и u — местная продольная скорость.

Равенство напряжений действующих сил и сил вязкости дает уравнение движения ламинарного потока

$$\gamma(H-y)i = \mu \frac{du}{dy}$$

Из этого равенства следует, что

$$u = \frac{\gamma i}{\mu} \left(Hy - \frac{y^2}{2} \right) = \frac{\gamma \delta H^2}{\mu} \left(\frac{y}{H} - \frac{y^2}{2H^2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\gamma H^2 i}{\mu} \left(\frac{y}{H} - \frac{y^2}{2H^2} \right)$$

Следовательно, скорость на поверхности при $y=H$ будет равна

$$u_0 = \frac{\gamma H^2 i}{2\mu}$$

и средняя скорость

$$V = \frac{1}{H} \int_0^H u dy = \frac{\gamma H^2 i}{3\mu} = \frac{2}{3} u_0 \quad (1.2)$$

Этими выражениями полностью определяется распределение местных продольных скоростей по глубине потока (так называемый «профиль скоростей»).

В отношении к средней скорости профиль скоростей получает вид

$$\frac{u}{V} = 3 \left(\frac{y}{H} - \frac{y^2}{2H^2} \right) \quad (1.3)$$

Зная, что $\gamma Hi = \tau_0$ равняется полному касательному напряжению на дне, уравнение (1.2) примет вид

$$V = \frac{\tau_0 H}{3\mu}$$

В гидромеханике во многих случаях оказывается полезным выражать сопротивления движения в долях скоростного напора $\lambda \frac{V^2}{2g}$. Этим самым режим квадратичной связи сопротивлений и скорости принимается за стандартный.

Выразим сопротивления ламинарного движения в стандартной форме с помощью следующих операций, принимая, что

$$\mu = \rho \nu = \frac{\gamma}{g} \nu, \quad \tau_0 = \frac{3\mu V}{H} = \frac{6\gamma \nu V^2}{2HVg} = \frac{12\nu}{2HV} \frac{V^2}{2g} = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} \quad (1.4)$$

Имея в виду, что

$$\frac{2HV}{\nu} = Re,$$

где Re равно удвоенному числу Рейнольдса открытого потока или числу Рейнольдса потока между параллельными стенками при расстоянии между ними $2H$, сравнимому с числом Рейнольдса для трубы $\frac{2rH}{\nu}$, следует, что безразмерное сопротивление для плоского ламинарного потока равно

$$\lambda = \frac{12}{Re}.$$

ружье для ламинарного течения $\lambda \sim \nu$ (1.5)

§ 3. ТУРБУЛЕНТНЫЙ РУСЛОВЫЙ ПОТОК

1. Переход режима потока в турбулентный

При ламинарном режиме действующие силы полностью уравновешиваются только сопротивлениями вязкости, т. е. молекулярного обмена, развивающимися в смежных слоях потока, параллельных дну.

Однако при непрерывном возрастании действующих сил наступают условия, при которых их работа уже не может быть уравновешена работой сил вязкости в плоскостях, где развиваются действующие силы.

Если при ламинарном режиме сопротивления вязкости развивались лишь в плоскостях, параллельных дну, то при возрастании работы действующих сил выше определенного критического предела поток в рассматриваемом отсеке высотой H и площадью, равной единице, должен значительно увеличить общую поверхность скольжения, на которой могла бы развиваться большая работа сил сопротивлений вязкости, и перейти к другой, более сложной вихревой структуре, когда возникают и сопротивления массообмена до общего их уровня, равного работе действующих сил. Поэтому в таких условиях наряду с сохранением молекулярного обмена в отдельных массах потока возникает и «молярный» обмен, т. е. перемешивание крупных масс жидкости потока, движущихся с различными скоростями в различных направлениях, внутри и на периферии которых развиваются сопротивления вязкости.

Режим, при котором возникает этот молярный обмен, и называется турбулентным режимом.

В течение долгого времени все накопленные наблюдения приводили лишь к выводу о том, что структура турбулентных потоков беспорядочна и настолько, что еще 30 лет назад изу-

чение ее казалось всем, в том числе и наиболее авторитетным ученым, делом совершенно безнадежным (см. доклады на конгрессе по механике в Стокгольме в 1930 г.). Но вскоре были получены данные специальных исследований, выявивших ведущую основу этих, казалось, беспорядочных процессов.

2. Вторичные структуры

В этих исследованиях была использована передвижная кинофотоаппаратура, которая могла перемещаться вдоль потока с различными скоростями, равными местным скоростям потока.

Для того чтобы зафиксировать механизм движения потока, пришлось изучать поток между двумя параллельными вертикальными тормозящими стенками и фиксировать состояние поверхности потока, вводя на нее алюминиевые опилки, резкие блики поверхностей которых при сильном освещении удалось зафиксировать фотоаппаратом. Первый этап такого рода наблюдений выявил очень сложную картину, представленную на рис. 1.

При малых скоростях движения фотоаппарата, близких к скоростям движения частиц потока у стенок, было установлено наличие неясных структур только у стенок, и все опилки в остальной части потока, двигавшиеся с большей скоростью, прочертили лишь сеть продольных линий (см. верхний снимок рис. 1):

При увеличении скорости тележки в районе стенок выявилось наличие вполне отчетливых структур различного размера. При дальнейшем увеличении скоростей тележки было установлено наличие аналогичных структур и в толще потока (см. снимки 2, 3, 4 рис. 1). Эти структуры встречаются на всем протяжении потока, и фотосъемки не выявляют ни стремления их к перемещениям поперек потока, ни тенденции к исчезновению. Они были описаны Н. Е. Жуковским еще в 1919 г., т. е. за 10 лет до этих опытов. «Завихренный поток завертывается в отдельные эллиптические вихри, как это представлено на фигуре» (полностью согласующейся с приведенными снимками рис. 1). «Центры этих эллиптических вихрей движутся горизонтально со скоростями, возрастающими по мере удаления от дна канала...» Они должны перемещаться (и перемещаются) так, «чтобы эллиптические шнуры двигались наподобие гусеничных тракторов».

К этому надо добавить, что они не вращаются вокруг своего центра как твердое тело, так как зафиксированные траектории внутри структур не описывают окружностей. Скорости на границах этих структур, параллельных стенке, равны местным скоростям потока, и поэтому они сами по себе не вызывают торможения. Отсутствует в них и перемешивание. В них появляются

поперечные скорости, но лишь на лобовой и тыловой частях структур, где траектории поворачиваются по направлению к стенке или от стенки. Иными словами, поперечные скорости имеются лишь в пределах структур и каких-либо поперечных перемещений от стенки в толщу потока вне структур не имеется.

Они могут возникать от начальных возмущений входа, а также как вторичное явление в результате торможения

потока стенкой, поэтому далее они называются вторичными структурами. Для поддержания их существования требуется относительно не большой запас энергии.

Если в полосе турбулентного потока толщиной b имеется разность продольных скоростей, равная Δu , то ее наличия уже достаточно для перемещения и вращения структуры той же толщины. В своем движении они переносят с нижней стороны гусеницы на верхнюю и обратно частицы, обладающие некоторой разностью продольных скоростей, т. е. при перемещении их потоком создаются пульсации поперечных скоростей, распределение которых имеет в общем симметричный характер.

Выявление этих структур, разъясняя до некоторой степени появление поперечных составляющих скорости и их пуль-

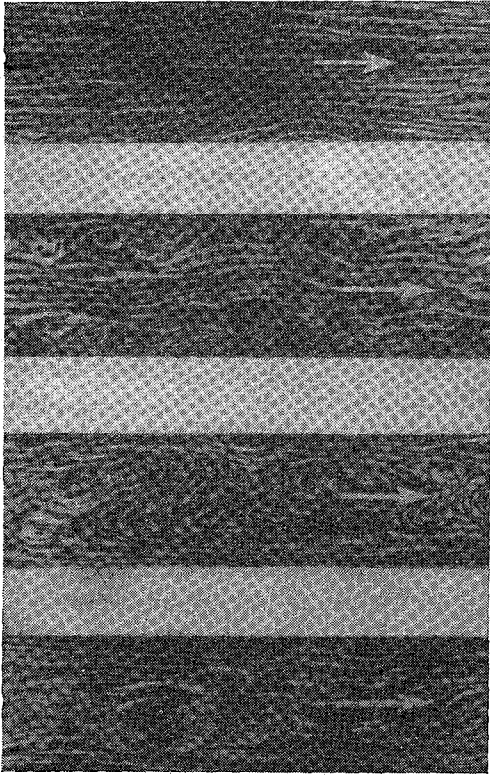


Рис. 1. Вторичные структуры в толще турбулентного потока.

сации, не объясняет, однако, ряд наиболее существенных особенностей турбулентного режима, а именно разрушения струйной структуры движения и возникновения турбулентного перемешивания во всей толще потока.

Это означает, что не такого рода структуры являются решающими для турбулентного потока.

3. Основные структуры-возмущения, вызывающие турбулизацию руслового потока

Наиболее существенные (в принципиальном, физическом плане) результаты были получены позднее. Один из них получен на установке, на которой были вскрыты описанные выше структуры, названные вторичными.

Так как вторичные структуры заполняют всю поверхность потока между стенками, то найти и проследить процесс зарождения хотя бы одного возмущения, вызывающего турбулизацию толщи потока при вторичных структурах различных размеров, оказалось невозможным. Необходимо было удалить последние из поля наблюдений. Для этого в боковые стенки потока перед участком наблюдений были встроены сетки, через которые осуществлялся кратковременный сброс части потока. При этом к стенкам в начале участка наблюдений приближались массы ядра потока, и здесь они встречали тормозящую стенку. А группы частиц потока, входивших в непосредственное соприкосновение с неподвижной стенкой, испытывали значительное торможение, и в ближайшем к стенке слое скорости их уменьшались до нуля. От этого начального створа далее по течению торможение распространялось на все большее и большее расстояние, и таким образом возникал в этих условиях так называемый пограничный слой.

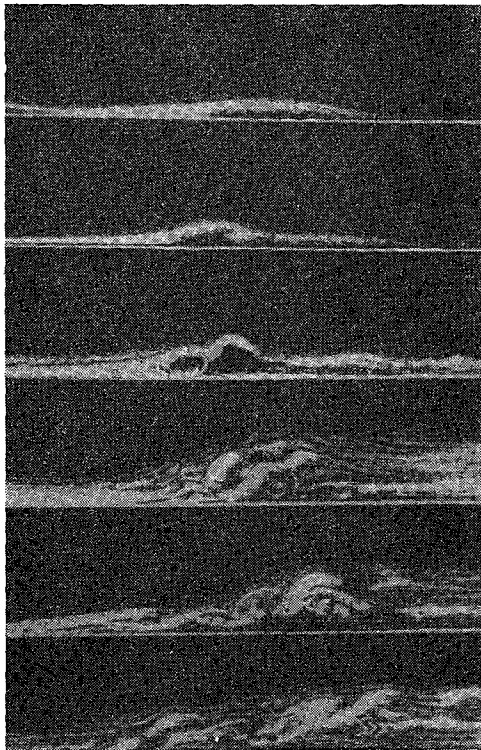


Рис. 2. Основные структуры механизма турбулизации потока стенкой.

На верхнем снимке рис. 2 начальный участок находился у левого края. (Фиксация поведения плавающих опилок дает ясное представление о постепенном увеличении толщины пограничного слоя.) Медленно работавший киноаппарат, перемещав-

шийся вдоль потока со скоростью, близкой к скорости пограничного слоя, и фиксировавший все время примерно одну и ту же группу частиц потока, зафиксировал на втором снимке возникновение на стенке первого вихря. На третьем снимке видно, что этот вихрь уже отделяется от стенки и позади него возник второй вихрь. На четвертом и двух последующих снимках отчетливо видно, что часть возникших на стенке вихрей, отделившись от нее, продолжает свое движение в толщу потока и в то же время на стенке возникают новые вихри, также в свою очередь отделяющиеся затем в толщу потока. Первый из них, зафиксированный на втором снимке, на последнем, шестом снимке, является крайним справа.

По соображениям, которые станут вполне ясными в последующем, *такие возмущения будем называть первичными, или чаще основными возмущениями.*

Эти возмущения являются вихрями, порожденными стенкой и затем вторгающимися в толщу потока, т. е. они являются основным звеном турбулизации потока. Далее за ними сохранено название «возмущения», введенное в первых описаниях приведенных данных опытов. Они были давно известны работающим в области теории наносов, но впервые были объективно зафиксированы в киносъемке Прандтля — Никурадзе в 1931 г.

Данными опыта установлено, таким образом, что в результате торможения потока стенкой на ней возникают возмущения в виде отдельных, локальных, масс жидкости, которые затем перебрасываются по отдельности (дискретно) в толщу потока. В механизме равномерного турбулентного потока этот факт раскрывает первое из главных звеньев механизма турбулизации потока.

§ 4. ТУРБУЛИЗАЦИЯ ТОЛЩИ ПОТОКА

1. Турбулентное перемешивание в толще потока

Вторым, еще более важным звеном в раскрытии механизма турбулизации явилось изучение в физическом плане поведения таких изолированных возмущений, вторгающихся в невозмущенную массу той же жидкости. Можно проследить за поведением такого возмущения, если вводить в пространство неподвижной среды отдельные порции окрашенной той же среды жидкости или газа, обладающие определенным запасом кинетической энергии. Это легко достигается выталкиванием из резиновой груши порции дыма в воздух или порции окрашенной воды в спокойную воду.

Если выходная кромка груши будет представлять собой правильную окружность, то порция окрашенной среды часто при-

нимает форму кольца с круглым сечением, с поразительной устойчивостью продвигающегося по заданному направлению, непрерывно расширяясь как по радиусу, так и по сечению кольца (которое называется «тором»).

В турбулентном потоке возмущения встречаются не упорядоченной формы, а в виде отдельных «комьев» различной неправильной формы и разных размеров.

Для получения в опытах такого рода групп частиц, имеющих вид комьев жидкости или газа клочковатой формы, необходимо дать беспорядочно искривленный срез выходной кромки.

Получив такие клочковатые окрашенные возмущения, вводимые в неподвижную среду отдельными порциями с некоторой начальной скоростью, увидим сложную картину.

Наиболее существенные стороны этой картины состоят в следующем. При движении локальной массы неправильной формы к ней все время присоединяются и вовлекаются в ее движение частицы окружающей среды. Это присоединение происходит сложным образом, оно носит дискретный характер, т. е. отдельные группы окружающей среды втягиваются языками, а не непрерывно на всей поверхности. При этом присоединение по пути окружающих масс и перемешивание локальных масс с присоединяемыми будет наиболее интенсивным на поверхности локальных масс. И лишь по мере вхождения присоединяемых масс в ядро локального возмущения процессы смешения получают более равномерно распределенный характер. Наряду с этими явлениями локальная масса в своем движении в невозмущенной среде той же жидкости испытывает сопротивления, вследствие которых периферийные области локальной массы непрерывно сползают с лобовой и боковых поверхностей ее вместе с присоединенными на боковой поверхности частицами окружающей среды. Постепенно сползая с ядра локальной массы, периферийные части ее отстают от ядра и образуют медленно движущийся и затем замирающий в пространстве шлейф, отчетливо видимый при движении комка дыма в воздухе или окрашенной изолированной массы в воде.

Интенсивность окраски этого шлейфа, естественно, ниже, чем у ядра, вследствие присоединения частиц из массы среды.

Непрерывный захват локальной массой частиц проницаемой среды влечет за собой общее увеличение локальной массы. Потери энергии на работу сложного механизма присоединения частиц окружающей среды и на сообщение присоединенным массам энергии в направлении движения локальной массы, а также на работу сопротивлений движению всей увеличенной массы в целом вызывают интенсивное уменьшение скорости движения локальной массы. При движении такой массы в невозмущенной среде возникает встречное движение для замещения объемов пространства, освобождаемых на своем пути локальными массами.

Конечно, скорости встречного движения существенно меньше скорости локальной массы. Они, однако, повышаются с уменьшением объема основного потока, приходящегося на одну локальную массу.

✓ 2. Поведение основных возмущений в толще турбулентного потока

Основные черты этого процесса сохранятся и в том случае, если будем рассматривать процессы проникания толщи турбулентного потока, хотя в этих условиях появятся некоторые дополнительные особенности, сводящиеся к следующему.

В плоском турбулентном потоке локальными массами будут являться основные возмущения турбулизации — адвективные вихри, порождаемые тормозящей стенкой и отделяющиеся затем от стенки в толщу потока под действием импульса подъемных сил обтекания, возникающих на вихрях в районе стенки. Так как тормозящая стенка является «фабрикой» таких возмущений, то от стенки за единицу времени и на единице ее площади будет отделяться несколько возмущений. Вступая в толщу потока, эти возмущения встречают в ней ряд возмущений, вошедших в толщу потока ранее, и их шлейфов; таким образом, каждое новое возмущение в каждый момент, находясь среди других, будет находиться в районе определенного пространства продольно поступающего потока, приходящегося на одно возмущение.

Каждое возмущение, отделяясь от стенки, будет обладать некоторой продольной скоростью того же порядка, что и местные скорости поступательного потока в районе стенки, и, кроме того, определенной величиной вертикальной (нормальной к стенке) проекции скорости вихреотделения, начальное значение которой в момент отделения от дна обозначим через \bar{v}_{zv} .

Так как в толще потока эти возмущения встречаются с вторичными структурами и остатками ранее прошедших (которые сами по себе вызывают изменение во времени продольных и вертикальных проекций скорости масс отсека продольного потока, приходящегося на одно возмущение), то и скорости встречного движения этих масс для замещения объемов, освобождаемых по пути основными возмущениями, будут изменяться во времени.

Имея в виду увеличение массы возмущения за счет присоединения смежных частиц основного потока, придется считать с тем, что в отсеке потока, приходящемся на одно возмущение на некотором расстоянии от стенки, встречное движение может иметь вертикальные проекции скорости такого же порядка, что и основное возмущение. В этих условиях само возмущение по уровню энергии не будет уже существенно отличаться от масс основного потока, а поэтому станет мало отличимым от смежных

масс потока, т. е. оно вместе с потерей значительной части запаса энергии проникания вырождается и теряет свою индивидуальность. В процессе проникания массой возмущения толщи потока само возмущение будет встречать различные пульсационные ситуации в отсеке потока, приходящемся на одно возмущение, и поэтому вертикальные проекции скорости поперечного перемещения для каждого отдельно взятого возмущения уже не могут быть непрерывной функцией ординаты. В зависимости от скорости встречного движения скорости проникания будут то больше, то меньше скоростей движения возмущения в невозмущенной среде. Однако местные вертикальные проекции скоростей, взятые для большого числа возмущений одинакового порядка в статистическом осреднении, будут непрерывной функцией ординаты, близкой по значению к условиям движения локальной массы в невозмущенной среде.

Это состояние турбулизации потока будет поддерживаться непрерывно, так как на смену зародившимся и отделившимся от стенки возмущениям и потерявшим затем свою энергию и индивидуальность в толще потока на стенке возникают новые возмущения — отдельные вихри различных размеров, частоты и разной начальной скорости вихреотделения, и поэтому будет различным то расстояние от стенки, на котором они теряют свою энергию и индивидуальность. Такой процесс осуществляется во всех русловых турбулентных потоках, как открытых, так и напорных.

В напорном плоском потоке вихреотделения, вызывающие турбулизацию, зарождаются на обеих стенках, и сами возмущения, перемещаясь вдоль, в то же время движутся к противоположной стенке. Поэтому надо признать несостоятельным существующее мнение о том, что все эти возмущения полностью отмирают на плоскости раздела тормозящего влияния обеих стенок.

Здесь же уместно дать ответ и на следующий вопрос. Из предыдущего изложения ясно, что вихреотделения от стенки по мере своего перемещения поперек основного потока вызывают торможение последнего, сказывающееся в уменьшении продольных скоростей.

~~Если рассматривается поток между параллельными стен-~~

~~то может возникнуть другой вопрос. В любой поло-~~

~~го потока существуют тормозящие вихри, порожден-~~

~~ной, и, кроме того, вихри, пришедшие от~~

...тем пронизываемые ими массы основного потока; поэтому они и вызывают торможение. Но на некотором расстоянии от стенки они теряют основную часть своей энергии проницания и, пройдя середину потока, в дальнейшем поперечном перемещении к противоположной стенке становятся теми основными массами потока, которые испытывают торможение от вихреотделений, порожденных противоположной стенкой. Отсюда ясно, во-первых, что в каждой половине потока торможение будет вызываться лишь вихреотделениями от ближайшей стенки, и, во-вторых, что на продольной оси между стенками в силу этого ветви профиля скоростей от каждой стенки обязательно будут встречаться под углом, т. е. с градиентом продольных скоростей, не равным нулю. Градиент будет тем больше, чем больше относительная шероховатость стенок.

Несостоятельным оказывается и предположение о том, что область потока, турбулизируемая стенкой, очень мала и заканчивается в районе самой стенки.

Наличие «пятен мутности», часто встречающихся на поверхности всех рек, свидетельствует о том, что возмущения турбулизации доходят до поверхности даже в реках глубиной до 30 м с числом Рейнольдса до $80 \cdot 10^6$.

3. Торможение толщи потока основными возмущениями

Вихреотделения, турбулизирующие поток, зарождаются в районе стенки и обладая соответствующими этой области местными продольными скоростями, вступают затем в область потока с более высокими местными скоростями. В этих условиях продольно перемещающиеся массы основного потока вынуждены обтекать возмущения, сообщая им дополнительные продольные скорости

целой потоку, частью своей энергии, что и вызывает уменьшение продольных скоростей масс поступательного потока. Чтобы это важное обстоятельство стало более ясным, отметим, что, вводя

через дно поперек потока серию струй, выходящих по нормали ко дну с большими скоростями, можно вызвать столь существенное торможение продольного потока, что в нем возникает подпор, необходимый для преодоления гидравлического торможения. По мере уменьшения энергии тормозящих струй уменьшается и торможение основного потока. Эта картина сохраняется и в том случае, если через дно будем вводить не одну плоскую струю, а отдельные порции ее.

Чем меньшей поперечной скоростью вводимые порции, тем меньше будет их эффект

закономерности движения возмущения в невозмущенной среде необходимо иметь еще одно уравнение, которое и дает рассмотрение условий непрерывности.

2. Уравнение непрерывности

Первую плоскость с ординатой y элементарный объем возмущения проходит через площадку l^2 . На пути от этой плоскости до плоскости, находящейся на расстоянии $y+dy$, к элементу l^3 с его боковых сторон непрерывно будут присоединяться частицы, вовлеченные возмущением из окружающей среды с некоторой скоростью w_* . Вследствие этого на пути dy размеры рассматриваемого элементарного объема увеличатся на dl , и поэтому вторую плоскость элемент будет проходить через увеличенное сечение, равное $(l+dl)^2$, со скоростью v_*+dv_* .

Через первую плоскость за время dt пройдет масса элемента, равная $\rho v_* l^2 dt$. Далее, на пути до второй плоскости будет происходить присоединение смежных масс на боковой поверхности с периметром $4l$ и высотой dy со скоростью по нормали к этой поверхности w_* . За время dt к этой поверхности присоединится масса $\rho 4l dy w_* dt$, и через вторую плоскость пройдет за время dt масса, равная

$$\rho (l + dl)^2 (v_* + dv_*) dt.$$

Очевидно, что прошедшая через второе сечение масса будет равна сумме масс, прошедших через первую плоскость и присоединенных по пути, что и дает равенство

$$\rho (l + dl)^2 (v_* + dv_*) dt = \rho l^2 v_* dt + \rho 4l dy w_* dt.$$

После раскрытия скобок, исключения бесконечно малых второго порядка и сокращений равенство получает вид

$$2v_* l dl + l^2 dv_* = 4l dy w_*.$$

Это и будет уравнением непрерывности. Но в него вошло еще одно неизвестное w_* , которое придется выразить через основные неизвестные. Это возможно сделать на основе следующих соображений. Присоединение масс окружающей среды производится механизмом вихревой структуры, в которой скорости захвата оказываются строго пропорциональными скорости перемещения возмущения относительно окружающей среды, т. е. $w_* = \alpha v_*$.

Подставляя это значение в предыдущее выражение и разделив его на $2l^2 v_*$, получаем

$$\frac{dl}{l} + \frac{dv_*}{2v_*} = \frac{2\alpha dy}{l}. \quad (1.8)$$

3. Скорость движения в невозмущенной среде

Уравнение (1.8) вместе с уравнением движения

$$\frac{3dl}{l} + \frac{2dv_*}{v_*} = \lambda_c \frac{dy}{l}$$

и дает возможность ~~установить связь l и v_*~~ следующим путем. Умножив первое уравнение этой системы на 4 и вычитая из него второе, получаем

$$\frac{dl}{l} = (8\alpha - \lambda_c) \frac{dy}{l}$$

Кеслер
параметры
 $\lambda_c = \frac{W_2}{V_2}$
модель
модель

Сократив на l , получаем после интегрирования

$$l = (8\alpha - \lambda_c)(y + c),$$

где c — постоянная, имеющая размерность длины, физический смысл и значение которой удастся раскрыть лишь в последующем анализе механизма формирования поля скоростей турбулентного потока.

Отношение двух последних выражений равно

$$\frac{dl}{l} = \frac{dy}{y + c}$$

Это дает возможность исключить далее в системе уравнений (1.7) и (1.8) одну из неизвестных функций, а именно l . Полуптно следует отметить, что начальный размер l_0 элементарного объема должен быть выбран таким, чтобы при увеличении его на пути y он не выходил бы за пределы размеров ядра возмущения.

Подставляя значение l в уравнение движения, получаем уравнение

$$\frac{3dy}{y + c} + \frac{2dv_*}{v_*} = \frac{\lambda_c}{(8\alpha - \lambda_c)} \frac{dy}{y + c},$$

содержащее лишь одну неизвестную функцию от y .

Для получения ее в расчетном виде необходимо установить связь постоянных λ_c , α . Она устанавливается теоретическим путем исходя из одной гипотезы, приводящей к выводам, находящимся в достаточном соответствии с данными опыта.

Существо гипотезы сводится к следующему. При движении возмущения в невозмущенной среде затраты энергии на преодоление собственно лобовых сопротивлений движению, присущих условиям турбулентного обтекания твердых тел, оказываются очень малыми в сравнении с затратами энергии на работу механизма присоединения смежных частиц окружающей среды. В то же время коэффициент полезного действия механизма присоединения равен половине. Для того чтобы присоединенные к основному возмущению частицы окружающей среды с массой

Δm приобщить к движению возмущения со скоростью возмущения, равной v_* , необходимо сообщить присоединенной массе Δm живую силу, равную $\Delta m \frac{v_*^2}{2}$.

Но для того, чтобы обеспечить получение живой силы присоединенными массами, необходимо потерять, затратив энергию на преодоление вредных сопротивлений механизма присоединения, такой же запас энергии, равный $\frac{\Delta m v_*^2}{2}$.

Эта гипотеза оправдывается данными о наивысших достигнутых значениях коэффициента полезного действия гидравлических механизмов, основанных на процессах смещения. Принятие ее в рассматриваемом случае [2] приводит к установлению связи постоянных λ_c и α в форме $\lambda_c = 4\alpha$.

Подставляя это соотношение в предыдущее уравнение, получаем, что

$$\frac{dv_*}{v_*} = - \frac{dy}{y+c}$$

откуда следует, что $\ln v_* + \ln(y+c) = \text{const}$.

И так как при $y=0$; v_* равно начальному значению v_{*0} , то $\ln[v_*(y+c)] = \ln[v_{*0}c]$ и, следовательно,

$$\frac{v_*}{v_{*0}} = \frac{c}{y+c} \quad (1.9)$$

Это уравнение получено для условий движения возмущений в невозмущенной среде или же в движущейся среде, но не обладающей энергией в направлении движения возмущения с гидростатическим распределением давления.

4. Скорости вихреотделений в турбулентном потоке

В равномерном плоском потоке условия гидростатического распределения давления выполняются лишь в осреднении. Основной равномерный турбулизируемый поток, движущийся по плоской тормозящей стенке, может рассматриваться как поток, не обладающий энергией в направлении движения возмущающих вихреотделений, если иметь в виду, что рассматривается их движение лишь по нормали к стенке.

В продольно-поступательном потоке, однако, имеется встречное движение для замещения объемов, освобождаемых по пути основными возмущениями; кроме того, встречаются еще вторичные возмущения, в которых имеются нормальные к стенке проекции скорости. При этом проекции скоростей вторичных возмущений могут иметь в толще потока даже большее значение, чем поперечные скорости основных возмущений. Поэтому ядра основных возмущений в сложных мгновенных ситуациях

в толще потока будут описывать сложные и неупорядоченные траектории. Но если говорить об осредненных траекториях большого числа возмущений одинакового размера, то они будут иметь вид кривых, касательные к которым будут определяться отношением местной поперечной скорости к местной продольной скорости. Они будут представлять собой кривые с выпуклостью, обращенной к поверхности потока, которые по мере удаления от стенки асимптотически приближаются к направлению, параллельному стенке.

В зависимости от начальной массы (крупности) возмущения и начальной скорости они будут терять свою индивидуальность на различном расстоянии от стенки. Потеряв свою индивидуальность, все возмущения входят затем в состав масс основного потока.

Вихреотделения у стенки, (как указано далее, в главе III) встречаются различных частот и размеров — от мелких, размер которых составляет небольшую долю высоты выступов шероховатости, до наиболее крупных, поперечный размер которых достигает 0,2 глубины потока.

Обозначим поперечный размер их у стенки $2b$ и вертикальную скорость на высоте вихреотделения $v_{*в}$. По уравнению (1.9) она равна

$$\frac{v_{*в}}{v_{*0}} = \frac{c}{b+c} \quad (a)$$

Эта скорость будет наибольшим реальным значением, которым обладает вихреотделение.

Определим теперь значение местной вертикальной скорости v_* на любом расстоянии $y \geq b$ в долях наибольшей действительной скорости вихреотделения $v_{*в}$. Отношение (1.9) к (a) будет равно

$$\frac{v_*}{v_{*в}} = \frac{b+c}{y+c} \quad (1.9a)$$

В дальнейшем будем понимать под v_* нормальные к стенке проекции возмущений в турбулентном потоке, управляемом руслом, и считать уравнение (1.9a) действительным как связь статистического характера.

§ 6. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ОБЪЕМ ПЛОСКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА С ВОЗМУЩЕНИЕМ

1. Основные характеристики элементарного объема

Описанные выше основные возмущения пронизывают толщу поступательного потока, тормозя ее и вызывая турбулентное перемешивание. В каждый момент эти возмущения распре-

лены по всей толще потока так, что на каждое отдельное возмущение приходится определенный объем потока. Это и будет элементарным объемом, из каких состоит весь поток, причем обладающим всеми характерными свойствами других объемов. В каждом из объемов находится возмущение, обладающее вертикальной проекцией скорости поперечного перемещения v_* , с которой оно проходит элементарный объем через нижнюю грань его. При этом возникает встречное движение масс основного потока со скоростью, поперечную проекцию которой обозначим v . Так как возмущение попадает в рассматриваемый объем из района, ближе расположенного к стенке, то скорость продольного перемещения возмущения будет меньше скоростей основных масс проникаемого объема на величину u_* .

Для аналитического описания этого механизма введем условные обозначения. Элементарный объем будет, разумеется, конечным; объем его будет равен $\Delta x \Delta y \Delta z$. Локальное возмущение будет иметь значительно меньший объем, который представим в виде $\kappa^3 \Delta x \Delta y \Delta z$, где κ — отношение среднего размера возмущения к среднему измерению элементарного объема — будет характеризовать степень заполнения элементарного объема объемом возмущения. С увеличением ее увеличивается плотность заполнения элементарного объема, поэтому далее оно будет называться характеристикой плотности турбулентного обмена.

Сам элементарный объем, находясь в толще турбулентного потока, будет иметь различные продольные скорости на верхней и нижней гранях, и если продольную скорость частиц основного потока на нижней грани обозначим через u , то на верхней она будет равна $u + \Delta u$.

Если рассматриваем состояние этого объема находясь на неподвижной тормозящей стенке, то возмущение будет обладать полной скоростью

$$\omega_0 = \sqrt{\underbrace{(u - u_*)^2}_{\text{накло.}} + \underbrace{v_*^2}_{\text{Скорость перемещ.}}}$$

А если рассматривать явления, происходящие внутри элементарного объема, находясь на передней кромке объема, то в отношении этой системы отсчета относительная скорость отставания возмущения будет равна $\omega_* = \sqrt{u_*^2 + v_*^2}$.

При учете некоторых деталей будем рассматривать объем в системе координат, движущейся вместе с элементарным объемом.

Если размеры элементарного объема определяются отрезками Δx , Δy , Δz , то средний размер объема обозначим s . Тогда средний размер возмущения будет равен κs и, очевидно, среднее расстояние между центрами смежных возмущений также будет равно s .

Но все эти размеры и объемы существенно конечны, поэтому для их описания нельзя использовать возможности и все преимущества аппарата бесконечно малых. Это затруднение можно, однако, преодолеть, рассматривая бесконечно малую модель объема $dx dy dz$ с возмущением внутри него, имеющим объем $\kappa^3 dx dy dz$.

Состояние этого объема будет определяться его энергетическим балансом и условием непрерывности.

2. Уравнение непрерывности

В объем $dx dy dz$ могут входить возмущения с различных сторон, но поскольку принимаем, что тормозящая стенка находится ниже элементарного объема, прохождение его возмущениями снизу вверх будет главным. Возможные случаи вхождения возмущения хотя бы с лобовой или боковой грани и выхода через верхнюю или другую боковую грань ничего не изменяют, так как в другой момент неизбежно вхождение возмущения через нижнюю грань и выход его не через верхнюю, а тыловую грань.

Так как в плоском равномерном потоке все характеристики могут изменяться лишь в направлении оси y , то любые ситуации, связанные с возможностью отдельных перемещений по другим осям, не могут привести к изменениям связи всех факторов только с y . Поэтому и условие непрерывности для несжимаемой жидкости в элементарном объеме будет сводиться лишь к тому, что сумма объемов, прошедших через нижнюю или верхнюю грань вверх, должна быть равна суммарному объему масс, прошедших эти грани в обратном направлении.

Итак, по нижней грани входит масса возмущения площадью $\kappa^2 dx dy$ со скоростью по нормали к этой площади, равной v_* . За время dt внутрь объема войдет масса $\rho dt \kappa^2 dx dz v_*$ и за то же время через остальную часть сечения $(1 - \kappa^2) dx dz$ пройдет вниз часть объема основного потока со средней скоростью v , масса которой за dt будет равна $\rho dt (1 - \kappa^2) dx dz v$.

Эти объемы равны, поэтому равенство этих выражений после сокращений на $\rho dt dx dz$ и дает условие непрерывности в форме

$$\kappa^2 v_* = (1 - \kappa^2) v, \quad (1.10)$$

где $\kappa \ll 0,5$.

3. Кинетическое состояние элементарного объема и уравнение движения

Для установления состояния элементарного объема необходимо рассмотреть баланс его энергии.

А. Прежде всего необходимо учесть работу действующих сил, которые для рассматриваемого открытого потока будут силами тяжести.

Она будет выражаться суммой двух членов, один из которых должен представлять собой работу сил тяжести масс элементарного объема, относящихся к основному продольно-поступательному потоку, а другой — работу сил тяжести самого возмущения.

В обоих случаях работа будет выражаться произведением проекции их веса на направление движения и пути, проходимого за время dt .

Проекция веса элементарного объема без возмущения равна

$$\rho g (1 - \kappa^3) dx dy dz,$$

где i — уклон.

Работа этого усилия за время dt при местной скорости u равна

$$\rho g (1 - \kappa^3) dx dy dz u dt. \quad (a)$$

Возмущение движется с полной скоростью ω_0 , совершая за время dt перемещение по направлению вверх, равное $v_* dt$, и вдоль, равное $(u - u_*) dt$.

Работа, производимая при перемещении вверх, будет равна произведению:

а) проекции веса на ось y , которую ввиду малости угла между этой осью и направлением силы тяжести можно принять равной весу возмущения $\rho g \kappa^3 dx dy dz$;

б) пути $v_* dt$,

т. е. эта часть работы будет равна

$$\rho g \kappa^3 dx dy dz v_* dt. \quad (b)$$

На горизонтальном пути $(u - u_*) dt$ проекция веса, равная $\rho g \kappa^3 dx dy dz i$, произведет работу

$$\rho g \kappa^3 dx dy dz i (u - u_*) dt, \quad (c)$$

т. е. полная работа возмущения за время dt будет равна сумме $(b+c)$

$$\rho g dx dy dz dt \kappa^3 [(u - u_*) i - v_*], \quad (d)$$

где у последнего члена знак минус взят потому, что эта часть работы совершается в направлении, противоположном действию тяжести.

Таким образом, полная работа веса элементарного объема вместе с возмущением будет равна сумме $(a+d)$

$$\begin{aligned} dE_1 &= \rho g dx dy dz dt [(1 - \kappa^3) ui + \kappa^3 (u - u_*) i - \kappa^3 v_*] = \\ &= \rho g dx dy dz [(u - \kappa^3 u_*) i - \kappa^3 v_*] dt. \end{aligned} \quad (A)$$

Имея в виду, что в принятой системе координат силы тяжести направлены в сторону отрицательных значений ординаты, последнее выражение в этой системе отсчета получит отрицательный знак.

Б. Работа сопротивления трения на верхней и нижних гранях элементарного объема. Так как рассматривается движение элементарного объема в плоском равномерном потоке, то сопротивления трения будут развиваться лишь на горизонтальных гранях объема.

Если касательное напряжение вязкости на нижней грани равно

$$\tau = \mu \frac{du}{dy},$$

то на верхней грани это напряжение получит изменение и станет равным

$$\tau_1 = \tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy.$$

Разница усилий вязкости на обеих гранях равна

$$(\tau_1 - \tau) dx dz = \frac{\partial \tau}{\partial y} dx dy dz = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dx dy dz.$$

За время dt при скорости u , т. е. на пути $u dt$, работа будет равна

$$dE_2 = dx dy dz \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} u dt. \quad (\text{Б})$$

В. Работа сопротивлений обтекания связана с тем, что локальные массы возмущений движутся относительно остальных масс элементарного объема со скоростью

$$w_* = \sqrt{u_*^2 + v_*^2}.$$

Для оценки этой работы внутри объема $dx dy dz$ принимаем, что этот объем лишь модель конечного объема. Если в отсеке потока объемом $M = s^3$ одно возмущение, то объем его будет равен $\kappa^3 s^3$. Эти возмущения будут перемещаться относительно окружающей среды со скоростью w_* , развивая сопротивление, равное для одного возмущения

$$\rho \lambda \kappa^2 s^2 \frac{w_*^2}{2},$$

где λ — коэффициент сопротивления и $\kappa^2 s^2$ — мидель возмущения, т. е. его наибольшее поперечное сечение.

Работа сопротивления за время dt будет равна

$$\rho \lambda x^2 s^2 \frac{w^2}{2} w_* dt.$$

Отнесем работу к единице объема потока. Для этого разделим последнее выражение на s^3 и получим

$$\rho \lambda \frac{x^2 w^3}{2s} dt.$$

Теперь можно оценить работу обтекания в объеме $dx dy dz$, для чего необходимо умножить на эту величину последнее выражение. Тогда работа сил сопротивления обтекания будет равна

$$dE_3 = \rho dx dy dz dt \frac{\lambda x^2 w^3}{2s}. \quad (B)$$

Г. Изменение энергии объема, связанное с прохождением возмущений турбулизации. Прежде всего определим расход энергии на нижней грани рассматриваемого объема. На ней через часть ее сечением $x^2 dx dz$ входит локальная масса возмущения с вертикальной скоростью v_* и продольной $u - u_*$.

За время dt это возмущение вносит энергию

$$dE' = \rho x^2 dx dz v_* dt \frac{v_*^2 + (u - u_*)^2}{2}.$$

Но одновременно на остальной части грани $(1 - x^2) dx dz$ выходит из объема масса, обладающая продольной скоростью u и вертикальной, направленной книзу скоростью v , и уносит с собой энергию

$$dE'' = \rho (1 - x^2) dx dz v dt \frac{v^2 + u^2}{2}.$$

Следовательно, разница между вносимой и выносимой энергией на нижней грани будет равна

$$dE_n = dE' - dE'' = \rho dx dz dt F(x, v, v_*, u, u_*),$$

где F — функция величин x, v, u, v_*, u_* .

Но изменение энергии объема, связанное с прохождением его локальными возмущениями, будет иметь место и на верхней грани и равно разнице вносимой и уносимой энергии на ней. Расход энергии на верхней грани может быть представлен суммой расхода энергии на нижней грани dE_n и приращения его на высоте dy , т. е.

$$dE_v = dE_n + \frac{\partial E_n}{\partial y} dy.$$

Следовательно, изменение энергии элементарного объема, связанное с прохождением возмущения, будет равно разности расходов энергии на нижней и верхней гранях

$$dE_4 = dE_B - dE_H = \frac{\partial E_H}{\partial y} dy,$$

или, имея в виду приведенное выше значение dE_H , получаем

$$dE_4 = \rho dx dy dz dt \frac{\partial F}{\partial y}. \quad (\Gamma)$$

Д. Изменение живой силы элементарного объема. Так как масса элементарного объема состоит из двух слагаемых $\rho(1-x^3) dx dy dz$ и $\rho x^3 dx dy dz$, то изменение живой силы будет также представляться двучленом.

Изменение живой силы элементарного объема (без возмущения), имеющего скорость u , будет равно

$$\rho(1-x^3) dx dy dz \frac{d}{dt} \left(\frac{u^2}{2} \right) dt, \quad (a_1)$$

а изменение живой силы самого возмущения, имеющего полную скорость w_0 , будет равно

$$\rho x^3 dx dy dz \frac{d}{dt} \left(\frac{w_0^2}{2} \right) dt. \quad (b_1)$$

Развернутое выражение полной производной по t в предпоследнем выражении будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{u^2}{2} \right) &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (u^2) + \frac{\partial}{\partial x} (u^2) \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial y} (u^2) \frac{dy}{dt} + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} (u^2) \frac{dz}{dt} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (u^2) + u_x \frac{\partial (u^2)}{\partial x} + u_y \frac{\partial (u^2)}{\partial y} + \right. \\ &+ \left. u_z \frac{\partial (u^2)}{\partial z} \right]. \end{aligned}$$

Вошедшие проекции скоростей u_x , u_y , u_z для условий рассматриваемой задачи уже имеют следующие обозначения: $u_x = u$; $u_y = v$.

Так как рассматривается установившееся движение, то

$$\frac{\partial (u^2)}{\partial t} = 0.$$

Для равномерного потока

$$u_z \frac{\partial (u^2)}{\partial x} = 0.$$

Для плоского потока

$$u_z \frac{\partial (u^2)}{\partial z} = 0.$$

Таким образом,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \frac{v}{2} \frac{\partial (u^2)}{\partial y} = v u \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (c_1)$$

и, следовательно, (a₁) получает вид

$$\rho dx dy dz dt (1 - \kappa^3) v u \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (d_1)$$

Полная производная по времени, входящая в (b₁), будет иметь следующий состав:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{w_0^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial (w_0^2)}{\partial t} + (u - u_*) \frac{\partial (w_0^2)}{\partial x} + v_* \frac{\partial (w_0^2)}{\partial y} + v_z \frac{\partial (w_0^2)}{\partial z} \right],$$

где

$$u - u_* = \frac{dx}{dt}; \quad v_* = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

По условиям равномерности плоского движения имеем

$$\frac{\partial (w_0^2)}{\partial x} = \frac{\partial (w_0^2)}{\partial z} = \frac{\partial (w_0^2)}{\partial t} = 0.$$

Поэтому

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{w_0^2}{2} \right) = v_* \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{w_0^2}{2} \right). \quad (e_1)$$

Следовательно, изменение живой силы всего элементарного объема с возмущением будет равно сумме членов (d₁) и (b₁), которая после приведенных выше преобразований (e₁) будет равна

$$dE_5 = \rho dx dy dz dt \left[(1 - \kappa^3) v u \frac{\partial u}{\partial y} + \kappa^3 v_* \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{w_0^2}{2} \right) \right]. \quad (D)$$

4. Уравнение движения элементарного объема турбулентного потока и общая система уравнений

Выше получены значения всех членов, определяющих баланс энергии элементарного объема, что дает возможность объединить их на основании закона живых сил, по которому изменение живой силы элементарного объема равно работе приложенных внешних сил за вычетом потерь энергии.

Для сокращения получаемого выражения обратим внимание на то, что у всех установленных выше выражений имеется одинаковый общий множитель $\rho dx dy dz$. Сократив на него и u , а затем суммируя указанным образом все члены энергобаланса, получаем уравнение движения в виде

$$(1 - \kappa^3) v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\kappa^3 v_*}{2u} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{w}_0^2) = -g \frac{[(u - \kappa^3 u_*) i - \kappa^3 v_*]}{u} +$$

$$+ \frac{1}{u} \frac{\partial F(\kappa, u, u_*, v, v_*)}{\partial y} + \frac{\lambda \kappa^2 \omega_*^3}{2su_*} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (1.11)$$

Кроме него, было получено уравнение непрерывности

$$(1 - \kappa^2) v = \kappa^2 v_*$$

и уравнение изменения скоростей турбулизирующих возмущений — вихреотделений

$$\frac{v_*}{v_{*B}} = \frac{b + c}{y + c}.$$

Приведенное описание состава элементарного объема дает возможность установить следующие дополнительные связи.

Очевидно, чем больше вертикальная скорость вторжения возмущений v_* , тем больше и скорость их отставания u_* от масс основного потока. Эта пропорциональность выражается связью

$$u_* = \alpha v_*, \quad (1.12)$$

где α — коэффициент пропорциональности, не зависящий от y .

Далее, надо иметь в виду, что молярная масса возмущения проходит рассматриваемый объем с продольной скоростью $u - u_*$.

Перемещаясь затем в выше расположенный объем, возмущение получает от продольных масс потока дополнительную скорость u_* , а продольная скорость возмущения в выше лежащем объеме будет равна u .

Массы же основного потока опережают возмущения со скоростью u_* ; и если в рассматриваемом объеме они равны u , то в выше расположенном смежном объеме они будут равны $u + u_*$. Иными словами, на высоте s , равной высоте элементарного объема, продольные скорости основных масс потока увеличились на u_* .

Так как интенсивность увеличения по высоте продольных скоростей равна $\frac{du}{dy}$, то на высоте s увеличение продольной скорости будет равно

$$u_* = s \frac{du}{dy}. \quad (1.13)$$

Итак, для определения шести неизвестных x, u, u_*, v, v_*, s имеются три уравнения и лишь две дополнительные связи. При этом каких-либо дополнительных уравнений и связей, вытекающих из рассмотрения динамического и кинематического состояния элементарного объема турбулентного потока, получить не удается. Таким образом, число уравнений и связей меньше числа неизвестных; система поэтому остается незамкнутой и в силу этого не может обеспечить определение всех этих шести неизвестных функций от y .

§ 7. МЕСТНЫЕ СКОРОСТИ И СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЛОСКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

1. Профиль местных продольных скоростей

В полученной системе уравнений (1.9) — (1.13) имеется достаточное число уравнений и связей для определения наиболее важной неизвестной, а именно продольной скорости u . Используя уравнение (1.9а) и связи (1.12) — (1.13) путем подстановки в (1.13) значения u_* по (1.12) и значения v_* по (1.9а), получаем после отделения переменных

$$u_* = \alpha v_* = \frac{\alpha (b+c) v_{*B}}{y+c}; \quad u_* = s' \frac{du}{dy},$$

откуда

$$du = \frac{\alpha (b+c) v_{*B}}{s} \frac{dy}{y+c}.$$

Интегрируя в предположении, что s не зависит от y , имеем выражение

$$u = \frac{\alpha (b+c) v_{*B}}{s} \ln \left(\frac{y}{c} + 1 \right) + D = \frac{\alpha (b+c) v_{*B}}{s} \ln \left(\frac{y}{c} + 1 \right),$$

постоянная которого D равна нулю, так как при $y=0$ будет равна нулю и местная скорость.

Чтобы избавиться от не установленных пока постоянных α, c, b, v_{*0}, s , определим местную скорость на поверхности потока u_0 при $y=H$

$$u_0 = \frac{\alpha (b+c) v_{*B}}{s} \ln \left(\frac{H}{c} + 1 \right).$$

Отношение двух последних выражений и определяет искомый закон изменения местных продольных скоростей по глубине плоского потока

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\ln \frac{y+c}{c}}{\ln \frac{H+c}{c}} \quad (1.14)$$

Главной расчетной характеристикой потока является его средняя скорость, поэтому полученное уравнение профиля ме-

стных скоростей необходимо выразить через среднюю скорость плоского потока. Это можно сделать, подсчитав расход плоского потока по средней скорости и глубине, с одной стороны, и, с другой стороны, как сумму элементарных расходов на всей глубине потока, используя выражение (1.14),

$$\begin{aligned}
 VH &= \int_0^H u dy = \frac{u_0 c}{\ln \frac{H+c}{c}} \int_0^H \ln \left(\frac{y}{c} + 1 \right) \frac{dy}{c} = \\
 &= \frac{u_0 c}{\ln \frac{H+c}{c}} \left[\frac{H+c}{c} \left(\ln \frac{H+c}{c} - 1 \right) + 1 \right].
 \end{aligned}$$

Далее будет показано, что c пренебрежимо мало в сравнении с H . В силу этого без заметного понижения точности можно внести следующие упрощения:

$$\frac{H+c}{c} \approx \frac{H}{c}; \quad \frac{H}{c} \left(\ln \frac{H}{c} - 1 \right) + 1 \approx \frac{H}{c} \left(\ln \frac{H}{c} - 1 \right),$$

и так как $1 = \ln 2,7$; $\ln \frac{H}{c} - 1 = \ln \frac{H}{2,7c}$, то приведенное выше равенство получает вид

$$V = u_0 \left(1 - \frac{1}{\ln \frac{H}{c}} \right) = u_0 \frac{\ln \frac{H}{2,7c}}{\ln \frac{H}{c}} = u_0 \frac{\lg \frac{H}{2,7c}}{\lg \frac{H}{c}}, \quad (1.15)$$

которым определяется отношение средней скорости сечения к наибольшей (в литературе это отношение нередко называется «уравнением качества сечения»).

Теперь можно местные скорости выразить через среднюю скорость. Тогда профиль местных скоростей будет иметь вид, получаемый подстановкой в (1.14) значения u_0 по (1.15)

$$\frac{u}{V} = \frac{\lg \left(\frac{y}{c} + 1 \right)}{\lg \frac{H}{2,7c}}. \quad (1.16) \checkmark$$

Важно отметить, что уравнение профиля скоростей плоского турбулентного потока получено независимо от свойств тормозящей стенки. Это означает, что выражения (1.14) — (1.16) действительны для шероховатых, гладких, полужероховатых и полугладких стенок.

Необходимо определить теперь физический смысл и природу одного из параметров, а именно постоянной c , имеющей размерность длины.

Определяя из (1.15) отношение $\frac{H}{c}$, получаем

$$\ln \frac{H}{c} = \frac{1}{1 - V/u_0}$$

Для определения постоянной c достаточно немногих, но точных данных опытов с различными глубинами при различной средней высоте выступов шероховатости дна, которую обозначим через Δ , и измеренных при этом отношений V/u_0 . Определяя по данным опыта значения c и сопоставляя их с высотой выступов шероховатости и глубинами, непосредственно убеждаемся в том, что в потоках с шероховатым дном значения c зависят только от Δ и таким образом, что

$$c = 0,06\Delta. \quad (1.17)$$

В дальнейшем трактовке этого соотношения и физического смысла величин Δ и c будут посвящены специальные замечания.

Теперь же получаем возможность выразить профиль скоростей плоского потока уже в расчетном виде.

Подставляя в последние выражения полученное значение c , для плоского потока будем иметь следующие характеристики профиля скоростей:

$$\frac{u}{V} = \frac{\lg \frac{16,7y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}}; \quad \frac{u}{u_0} = \frac{\lg \frac{16,7y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{16,7H}{\Delta}}$$

$$\frac{V}{u_0} = \frac{\lg \frac{6,15H}{\Delta}}{\lg \frac{16,7H}{\Delta}} = \frac{\lg \frac{H}{2,7c}}{\lg \frac{H}{c}}$$

Умножив (1.18) на 2,7

На высоте выступов шероховатости дна, т. е. при $y = \Delta$, местная скорость равна

$$\frac{u_{\Delta}}{V} = \frac{\lg 17,7}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}} = \frac{1,25}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}} \quad (1.19)$$

Та высота от дна, на которой местная скорость равна средней, получается из (1.18). При $u/V = 1$ имеем

$$\lg \frac{16,7y_V + \Delta}{\Delta} \approx \lg \frac{16,7y_V}{\Delta} = \lg \frac{6,15H}{\Delta}$$

Откуда

$$y_V = 0,37H.$$

2. Сопротивления плоского потока с шероховатым дном

Таким образом, выше установлены две важнейшие характеристики плоского турбулентного потока:

а) уравнение изменения по глубине вертикальных скоростей турбулизирующих возмущений (1.9а), и

б) уравнение профиля продольных местных скоростей (1.16) и (1.18).

Необходимо теперь установить третью важнейшую характеристику, а именно сопротивление движению и связь его со средней скоростью потока.

Для потока с шероховатым дном сопротивления определяются следующими соображениями.

Турбулентный поток будет развивать усилия обтекания на каждом выступе шероховатости дна. При турбулентном режиме обтекания это усилие по общей формуле Ньютона равно

$$W = \gamma \lambda F \frac{u^2}{2g},$$

где λ — коэффициент сопротивления обтекания выступа, наибольшая площадь которого в плоскости, нормальной к направлению течения, иначе говоря мидель его, равна F . На всей поверхности выступа в отдельных точках местные скорости различны и изменяются от нуля до u_Δ . Примем за u в последнем выражении ту одинаковую скорость на всей поверхности выступа, при которой усилие потока будет равно действительному. Очевидно, что эта скорость будет меньше u_Δ , составляя от нее долю, равную αu_Δ .

Мидель выступа будет составлять долю прямоугольника высотой Δ и шириной 2Δ , описывающего выступ, т. е. $F = \alpha_1 2\Delta^2$.

Подставляя эти значения в последнее выражение, получаем

$$W = \frac{\gamma \lambda \alpha 2\Delta^2 \alpha^2 u_\Delta^2}{2g}.$$

Теперь необходимо взять сумму этих усилий на всех выступах, находящихся на единице поверхности дна. Если возьмем полоску шириной 2Δ и длиной, равной единице, то количество выступов на этой полоске будет равно $\frac{1}{2\Delta}$. И так как на единице площади (по ширине ее) число полосок будет равно также $\frac{1}{2\Delta}$, то общее число зерен, находящихся на единице площади, будет равно $n = \frac{1}{(2\Delta)^2}$.

Тогда общее усилие, развиваемое потоком на единице площади, именуемое касательным напряжением (потому что это

усилие действует в направлении самой плоскости), будет равно

$$\tau_0 = nW = \frac{\gamma \lambda \alpha_1 2\alpha^2}{4} \frac{u_\Delta^2}{2g}.$$

Подставляя затем значение u_Δ по (1.19), получаем

$$\tau_0 = \rho \frac{1,55\alpha_1 \lambda 2\alpha^2}{4 \left(\lg \frac{6,15H}{\Delta} \right)^2} \frac{V^2}{2g} = \frac{\alpha_3 \rho g}{\left(\lg \frac{6,15H}{\Delta} \right)^2} \frac{V^2}{2g}, \quad (1.20)$$

где $\alpha_3 = \frac{1,55\lambda\alpha_1 2\alpha^2}{4}$.

$$= \frac{\rho V^2}{2 \left(\lg \frac{6,15H}{\Delta} \right)^2}$$

Но при равномерном движении эти касательные напряжения сопротивлений численно равны полному касательному напряжению действующих сил, равному по (1.1) при $y=0$, $\tau_0 = \gamma Hi$, следовательно,

$$\tau_0 = \gamma Hi = \frac{\alpha_3 \gamma}{\left(\lg \frac{6,15H}{\Delta} \right)^2} \frac{V^2}{2g}.$$

Подставляя в него по данным опыта значения H , i , Δ , V , получаем значение постоянной α_3 ; она оказалась равной $\frac{1}{16}$. Подставляя это значение в последнее равенство, получаем значение τ_0 уже в расчетном виде

$$\tau_0 = \gamma Hi = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15H}{\Delta} \right)^2} \frac{V^2}{2g}. \quad (1.21)$$

Это равенство определяет полные касательные напряжения действующих сил и сопротивлений потока.

С давних пор принято сопротивления, связанные со скоростью обтекания, выражать в долях скоростного напора $\frac{V^2}{2g}$, причём эту долю принято обозначать λ . Такое общепринятое условие, следовательно, будет иметь вид

$$\tau_0 = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} = \gamma Hi = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15H}{\Delta} \right)^2} \frac{V^2}{2g}. \quad (1.22)$$

Для дальнейшего изложения будет полезным выразить τ_0 через наибольшую скорость u_0 и местную скорость на вершинах выступов дна u_Δ .

Подставляя значение V в (1.18), имея в виду (1.17), получаем

$$\tau_0 = \gamma Hi = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{16,7H}{\Delta} \right)^2} \frac{u_0^2}{2g} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{H}{c} \right)^2} \frac{u_0^2}{2g}. \quad (1.23)$$

А имея в виду (1.19), получаем из (1.22)

$$\tau_0 = \frac{\gamma}{25} \frac{u_\Delta^2}{2g} \quad (1.24)$$

Из формулы (1.22) непосредственно следует, что безразмерное сопротивление, именуемое коэффициентом сопротивлений, будет равно

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{6,15H}{\Delta}\right)^2} \quad \text{v.e. } \lambda = f(\Delta) \quad (1.25)$$

3. Формула средней скорости плоского турбулентного потока

Полученное выражение для сопротивлений дает возможность установить четвертую и последнюю из главных общих характеристик плоского турбулентного потока, а именно среднюю скорость.

Из (1.22) непосредственно следует, что

$$\begin{aligned} V &= 4 \sqrt{\frac{2\tau_0}{\rho}} \lg \frac{6,15H}{\Delta} = 4 \sqrt{2gHi} \lg \frac{6,15H}{\Delta} = \\ &= 4 \lg \frac{6,15H}{\Delta} \sqrt{2gHi} \end{aligned} \quad (1.26)$$

В дальнейшем значение логарифма будем ставить перед радикалом без скобок. Эта формула и является уточненным выражением известной по курсу гидравлики формулы Шези для плоского потока

$$V = C \sqrt{Hi}$$

Отсюда следует, что параметр Шези C равен

$$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15H}{\Delta}, \quad (1.27)$$

или при $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$

$$C = 17,7 \lg \frac{6,15H}{\Delta}$$

§ 8. ТРАДИЦИОННЫЕ ПУТИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РАВНОМЕРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

1. Закон Лоренца

Сложность механизма турбулентного потока обусловила сложность полученной системы уравнений, описывающих его, состоящей из:

в.м. 2011

уравнения движения

$$(1 - \kappa^2) v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\kappa^3 v_*}{2u} \frac{\partial (w_0^2)}{\partial y} = -g \frac{(u - \kappa^3 u_*) i - \kappa^3 v_*}{u} + \\ + \frac{\partial F}{u \partial y} + \frac{\lambda \kappa^2 w_*^3}{2su} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

условия непрерывности

$$(1 - \kappa^2) v = \kappa^2 v_*,$$

закона изменений вертикальных проекций скорости основных возмущений

$$\frac{v_*}{v_{*B}} = \frac{b + c}{y + c}$$

и дополнительных связей

$$u_* = \alpha v_*; \quad u_* = s \frac{du}{dy}.$$

Стремление обойти эту сложность появилось на первых же шагах теоретического анализа турбулентного потока. В течение многих лет рассматривались различные предположения об упрощении действительных процессов турбулизации и замене их некоторыми условными простейшими схемами. Одно из самых крайних упрощений получило очень широкое распространение и сейчас является традиционным. Теоретическое описание такой схемы было дано Лоренцом, поэтому основное уравнение, описывающее простейшую схему, называется законом Лоренца.

Суть упрощений состоит в отбрасывании из действительной природы потока главнейшей ее части — процесса турбулизации. Первое из приводимых уравнений является обычным уравнением Навье—Стокса для плоского движения основного потока с проходящим через него поперечным дискретным потоком турбулизации. Но после исключения из этих уравнений всех членов, описывающих процесс турбулизации, т. е. содержащих множители v_* ; u_* ; κ ; s ; w_* , поток теряет все черты турбулентного состояния. Поэтому для того, чтобы сохранить при этих упрощениях хотя бы один признак, общий с действительной природой, на этот упрощенный нетурбулентный поток накладывают условие пульсаций, т. е. предполагают, что компоненты скорости в любой точке изменяются во времени и равны

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v',$$

где u , v — продольная и вертикальная мгновенные местные проекции скорости; \bar{u} , \bar{v} — их средние значения и u' , v' — знакопеременные пульсационные добавки.

В этом и состоит идея традиционного пути.

После исключения из приведенной системы уравнений членов, описывающих механизм турбулизации, остается лишь первое из них в следующем простом виде:

$$v \frac{du}{dy} = -gi. \quad (1.28)$$

Членом $v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ при этом справедливо пренебрегают ввиду малости его в сравнении с другими.

Оставшийся поток будет однородным (без механизма турбулизации), а для однородного потока уравнение непрерывности имеет вид

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0.$$

Для равномерного режима потока первый член всегда равен нулю, а следовательно, будет равным нулю и слагаемое $\frac{dv}{dy}$.

Эти формальные соображения необходимы для следующей операции, обязательной в традиционной теории.

Если $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$, то и $u \frac{\partial v}{\partial y} = 0$, поэтому в левую часть (1.28)

можно добавить член $u \frac{\partial v}{\partial y} = 0$. Тогда левую часть равенства (1.28) можно представить в виде

$$v \frac{du}{dy} = v \frac{du}{dy} + u \frac{dv}{dy} = \frac{\partial}{\partial y} (uv) = -gi. \quad (1.29)$$

Теперь для того, чтобы сохранить хотя бы один внешний признак турбулентности потока, в последнее уравнение вводятся условия пульсации. При этом значение произведения uv в любой момент времени будет равно

$$uv = (\bar{u} + u')(\bar{v} + v') = \bar{u}\bar{v} + \bar{u}v' + \bar{u}'v' + u'v'.$$

Для равномерного потока осредненное во времени значение вертикальной составляющей $\bar{v} = 0$, поэтому

$$uv = \bar{u}v' + \bar{u}'v'.$$

Теперь определим осредненное во времени значение произведения $uv = \bar{u}v' + \bar{u}'v'$.

Так как первый член правой части является средним во времени значением произведения постоянного \bar{u} и переменной v' , то $\bar{u}v'$ будет равно нулю, так как равно нулю \bar{v}' . Поэтому $uv = \bar{u}'v'$

и, следовательно, уравнение (1.29) для равномерного плоского потока после умножения на ρ будет иметь вид

$$\rho \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'v') = -\rho g i = -\gamma i,$$

а после интегрирования

$$\rho (\bar{u}'v') = \gamma (H - y) i. \quad (1.30)$$

Оно и называется законом Лоренца, являющимся основой традиционных теорий.

Этому уравнению можно придать следующий смысл.

Проведем параллельно дну плоскость на расстоянии y от дна. Напряжение действующих сил потока на этой плоскости будет равно $\gamma(H - y)i$. Выше нее продольная скорость может быть представлена суммой продольной скорости ниже плоскости и добавки, т. е. в виде $\bar{u} + u'$. В турбулентном обмене через единицу этой плоскости за единицу времени вниз будет проходить масса, равная $\rho v'$, имеющая продольную скорость $\bar{u} + u'$, а переносимое вниз количество движения равно

$$\rho v' (\bar{u} + u'),$$

вверх же будет переноситься количество движения, равное $\rho \bar{u}v'$.

Следовательно, разница количеств движения равна

$$\rho v' (\bar{u} + u') - \rho v' \bar{u} = \rho v' u'.$$

Принимая ее равной импульсу действующей внешней силы $\gamma(H - y)i$ за единицу времени, получаем на основе этих соображений тот же закон Лоренца. Следует лишь обратить внимание на то, что в такой упрощенной трактовке процессов турбулентного обмена неизбежно исчезает возможность выявления и учета решающе важных внутренних сил, характеризующих механизм турбулизации.

Вполне приемлемые дополнительные связи вида

$$v' = u'; \quad u' \approx l \frac{du}{dy} \quad (1.31)$$

вместе с (1.30) и дают исходную систему уравнений традиционных теорий.

Подставляя (1.31) в (1.30), закон Лоренца получаем в виде

$$\rho (v')^2 = \gamma (H - y) i.$$

Отметим попутно, что все попытки экспериментального подтверждения закона неизбежно приводили к опровержению его.

Но простота концепции и конечных связей до сих пор является основанием для использования традиционной теории для

общих описаний ряда явлений и процессов, происходящих в турбулентном потоке.

Укажем, что из последнего уравнения определяется не только картина изменения вертикальных скоростей (опять-таки не совпадающая с данными опытов), но и значение вертикальной скорости у стенки v_0' при $y=0$. В этих теориях данная величина обычно обозначается v_* и именуется скоростью касательного напряжения; она равна

$$v_0' = \sqrt{gHi},$$

но расходится с результатами наиболее надежных опытов примерно в семь раз.

Входящая в (1.31) величина l понимается или как «путь перемешивания», или же как «линейный масштаб турбулентности».

Весьма широкое использование в литературе традиционной теории и закона Лоренца объясняется элементарностью исходной схемы и физической условностью величин u' , v' , l , в силу которой им можно придавать именно те значения и режимы связей с y (косвенным путем извлекаемые из опытов), при которых расчетные решения не расходятся с данными тех же опытов в пределах их диапазона.

2. Турбулентная вязкость

Наряду с этим путем рассмотрения вопросов турбулентного потока столь же распространенной традицией является использование концепции о турбулентной вязкости, сущность которой состоит в следующем.

При ламинарном режиме действующие силы уравниваются силами физической молекулярной вязкости

$$\gamma(H-y)i = \mu \frac{du}{dy}.$$

При турбулентном же режиме непосредственно действием молекулярной вязкости уже не могут быть уравновешены действующие силы и механизм движения описывается сложной системой уравнений даже для наиболее простого плоского потока.

Но можно попытаться обойти эту сложность тем, что вместо скалярной, физически совершенно определенной и ясной величины динамической вязкости ввести условную «турбулентную» вязкость

$$\gamma(H-y)i = A \frac{du}{dy}.$$

Ясно, что A уже не будет скалярной величиной, а будет функцией координат пространства.

В наиболее простом плоском потоке режим изменения A определяется подстановкой в последнее равенство уже готовых данных о профиле скоростей. Таким путем определяется, что вязкость равна нулю на поверхности, затем резко увеличивается в толще потока и уменьшается ко дну. Эта вязкость в сотни раз больше физической и по сечению потока изменяется в очень широких пределах.

Зная по данным опытов или по другим решениям поле скоростей, можно определить средние или краевые значения турбулентной вязкости. Тогда использование этих значений дает возможность приближенного рассмотрения ряда процессов и явлений, например распространения в потоке тепла и примесей, течений в пространстве сложных конфигураций и т. п.

Анализ механизма турбулентного руслового потока этим традиционным путем затруднен тем, что первую и наиболее важную характеристику потока, а именно поле местных продольных скоростей, установить самостоятельным путем не удается. Приходится принимать его как заданное в той или иной форме. И лишь после этого появляется возможность рассмотреть ряд процессов, происходящих в потоке на общем фоне его турбулентного режима.

§ 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Отправной теоретической задачей динамики русловых потоков является плоский равномерный поток. При относительно небольших скоростях и глубинах (при числах Рейнольдса примерно до 2000) он движется как поток ламинарного режима, причем касательные напряжения его сопротивлений пропорциональны первой степени скорости движения

$$\tau_0 = 3\mu \frac{V}{H}.$$

Если выразить сопротивление в стандартной форме, т. е. в долях скоростного напора,

$$\tau_0 = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g},$$

то коэффициент сопротивлений λ будет обратно пропорционален числу Рейнольдса всего потока

$$\lambda = \frac{12}{Re}$$

и не будет зависеть от рода и вида поверхности тормозящей стенки. При этом профиль скоростей описывается кривой параболического вида с нулевым значением скорости на дне и наибольшим на поверхности, равным $u_0 = 1,5 V$.

2. В состоянии ламинарного режима поток может существовать до тех пор, пока в каждой плоскости, параллельной дну, действующие силы могут быть уравновешены только силами Ньютоновой вязкости.

Но с увеличением действующих сил выше некоторого критического предела силы вязкости, действующие в отдельных плоскостях, параллельных дну, уже не в состоянии уравновесить действующие силы и поток резко перестраивает свою структуру.

Если при ламинарном режиме механизм торможения сводился лишь к обмену молекул в смежных слоях, то при коренном изменении структуры наряду с молекулярным обменом возникает и молярный обмен, т. е. перемешивание значительных масс жидкости, в процессах которого сохраняется и молекулярный обмен как внутри масс, вступающих в перемешивание, так и на граничных поверхностях их, с весьма развитой общей площадью.

3. Молярный обмен вызывается тем, что на тормозящей стенке непрерывно зарождаются и затем отделяются вихри — возмущения, турбулизирующие толщу потока. При перемещении в толще потока возмущения теряют по мере своего движения энергию и индивидуальность. Вертикальная проекция скорости этих вихреотделений быстро уменьшается по мере удаления от стенки (дна) соответственно уравнению (1.9а)

$$\frac{v_*}{v_{*B}} = \frac{b+c}{y+c}.$$

4. Проникая в толщу потока из района тормозящей стенки (дна), где продольные скорости относительно малы, возмущения проходят в области, в которых продольные скорости больше продольной скорости вихреотделений, т. е. последние отстают от обтекающих их масс поступательного потока на величину u_* того же порядка, что и v_* .

Чем больше скорость v_* и, следовательно, u_* , тем больше массы продольно-поступательного потока теряют свою энергию на сопротивления обтекания вихреотделений, отстающих со скоростью u_* , и на сообщение им дополнительной скорости в продольном направлении. И так как наибольшими значениями v_* и u_* возмущения обладают у тормозящей стенки, то эффект торможения продольного движения будет наибольшим у стенки, уменьшаясь по мере удаления от нее.

5. Рассмотрение баланса энергии элементарного объема турбулентного потока, приходящегося на одно возмущение, показывает, что решающую роль в механизме турбулентного потока играет именно энергия тормозящих возмущений. При этом установлено, что число уравнений и связей, которые описывают условия движения и состояние элементарного объема, меньше числа неизвестных, в силу чего определение всех основных характе-

ристик турбулентного потока и их взаимосвязей оказалось невозможным. Но число уравнений и связей позволяет установить самую важную (основную) характеристику турбулентного потока, а именно профиль продольных скоростей.

6. Наименьшая местная продольная скорость в плоском потоке с шероховатым дном будет находиться на вершине выступов шероховатости дна, а наибольшая местная скорость находится на поверхности. В отношении к последней профиль местных скоростей имеет следующий вид:

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\ln \frac{y+c}{c}}{\ln \frac{H}{c}}$$

Анализ данных точных опытов по измерению поля скоростей показал, что для шероховатых стенок с высотой выступов Δ постоянная c линейно пропорциональна ей и равна $0,06\Delta$.

7. После установления профиля местных продольных скоростей оказалось возможным определить и усилия, развиваемые потоком на одном выступе и на всех выступах, имеющих на единице поверхности дна, что и дало возможность определить выражения для касательных напряжений сопротивлений и равных им действующих сил в виде формул

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{\gamma}{25} \frac{u_\Delta^2}{2g} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{H}{c}\right)^2} \frac{u_0^2}{2g} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7c}\right)^2} \frac{V^2}{2g} = \\ &= \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} = \gamma H i. \end{aligned}$$

Этими расчетными связями определяется и точный вид формулы для средней скорости плоского потока с шероховатым дном.

8. Наряду с указанным выше путем анализа механизма турбулентных русловых потоков весьма широкое распространение у нас и за рубежом получило иное направление, ставшее традиционным, основой которого явилось стремление получить теоретические решения вопросов турбулентного движения путем резкого упрощения исходных дифференциальных уравнений. Это упрощение состоит в том, что не учитываются главнейшие физические особенности турбулентного движения, а именно механизм турбулизации и главные его характеристики. Вследствие этого упрощенные уравнения описывали уже не турбулентный русловый поток, а для того чтобы приблизить его к некоторым особенностям турбулентного потока, на столь упрощенный механизм движения потока было наложено условие пульсации скоростей без механизма, вызывающего их. В этих условиях ока-

залось возможным получить решение отдельных вопросов поведения турбулентного потока лишь после введения еще одной неизвестной и физически неопределенной величины — «пути смешения», или «масштаба турбулентности», определяемого эмпирическим путем.

Элементарность исходной схемы и простота уравнения Лоренца, описывающего ее, обеспечили широкое распространение этой традиционной теории в исследованиях ряда процессов, происходящих на фоне турбулентного потока, когда оказываются приемлемыми упрощенные представления о последнем.

Столь же распространен и следующий путь упрощенного подхода к анализу механизма турбулентного руслового потока. Уравнение движения ламинарного потока $\gamma(H - y)i = \mu \frac{du}{dy}$ считают возможным распространить и на турбулентный поток путем замены динамической вязкости — скалярной величины, имеющей вполне определенную физическую природу, иной, уже переменной и физически условной величиной — так называемой турбулентной вязкостью A , после чего уравнение получает вид

$$\tau = \gamma(H - y)i = A \frac{du}{dy}.$$

Эта турбулентная вязкость является функцией поля скоростей и изменяется по сечению потока от нуля до значений, в сотни раз больших физической вязкости. Такой путь дает возможность приближенного анализа значительного круга вопросов, для решения которых оказываются вполне приемлемыми упрощения, связанные с введением турбулентной вязкости.

Глава II

ПРИСТЕННЫЙ СЛОЙ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

§ 1. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ПРИСТЕННОГО СЛОЯ

1. Состояние движения в пристенном слое

Нахождение пристенного слоя на границе потока обуславливает наличие в нем явлений поверхностного эффекта, связанных с изменением некоторых обычных физических свойств среды. Они вызываются действием молекулярных сил, достигающих исключительно высоких значений на границе и не выявляющихся внутри жидкой среды.

В случае смачиваемой стенки граничный пристенный слой срывается со стенкой настолько, что жидкость не отрывается от стенки даже под действием собственного веса.

Молекулярные напряжения удерживают жидкость в сфере смачиваемой стенки, в основном не изменяя ни плотности, ни вязкости жидкости. Возрастание вязкости становится заметным лишь в очень тонком слое (меньше 70 микрон). В этой части слоя вязкость по мере приближения к стенке значительно возрастает, а последний слой молекул полностью срастается со стенкой.

Но далее будет показано, что общая толщина пристенного слоя выражается в десятых долях миллиметра, и поэтому часть его, обращенная к стенке, имеющая повышенную вязкость и плотность, составляет лишь ничтожную долю (порядка 10^{-3}) его толщины. Ввиду этого для выяснения ряда дальнейших вопросов будем рассматривать только главную часть слоя, в пределах которой плотность и вязкость воды являются постоянными, и далее будем именовать ее собственно пристенным слоем.

В открытых потоках касательное напряжение действующих сил, равное $\tau = \gamma(H-y)i$, будет увеличиваться от нуля на поверхности до наибольшего значения на дне, равного $\tau_0 = \gamma Hi$.

Но так как пристенный слой имеет очень малую величину δ в сравнении с глубиной, то в пределах этого слоя касательное напряжение будет изменяться очень мало (от $\tau = \gamma(H-\delta)i$ до $\tau_0 = \gamma Hi$).

В силу малого значения δ в сравнении с H можно принять, что в пределах пристенного слоя

$$\tau_0 = \text{const} = \gamma Hi. \quad (2.1)$$

Так как на гладкой стенке действующие силы могут быть уравновешены только силами вязкости, касательное напряжение которых равно, по Ньютону, $\tau = \mu \frac{du}{dy}$, то для пристенного слоя равномерного открытого плоского потока будем иметь равенство

$$\tau = \gamma Hi = \mu \frac{du}{dy} = \text{const} = \tau_0 \quad (2.2)$$

Отсюда следует, что в пределах пристенного слоя

$$u = \frac{\gamma Hi y}{\mu} = \frac{\tau_0}{\mu} y; \quad \tau_0 = \mu \frac{u}{y} = \mu \frac{u_\delta}{\delta}, \quad (2.3)$$

т. е. касательное напряжение сопротивлений пропорционально первой степени скорости.

Продольные скорости изменяются по прямой линии от нулевых значений на стенке до наибольшего значения u_δ на верхней границе слоя, сопрягающейся с толщей турбулентного потока, в которой местные продольные скорости изменяются уже по кривой (рис. 3).

Лишь потому, что касательные напряжения действующих сил в этом слое уравниваются только силами вязкости и, кроме того, пропорциональны скорости в первой степени, режим движения в пристенном слое может быть назван ламинарным.

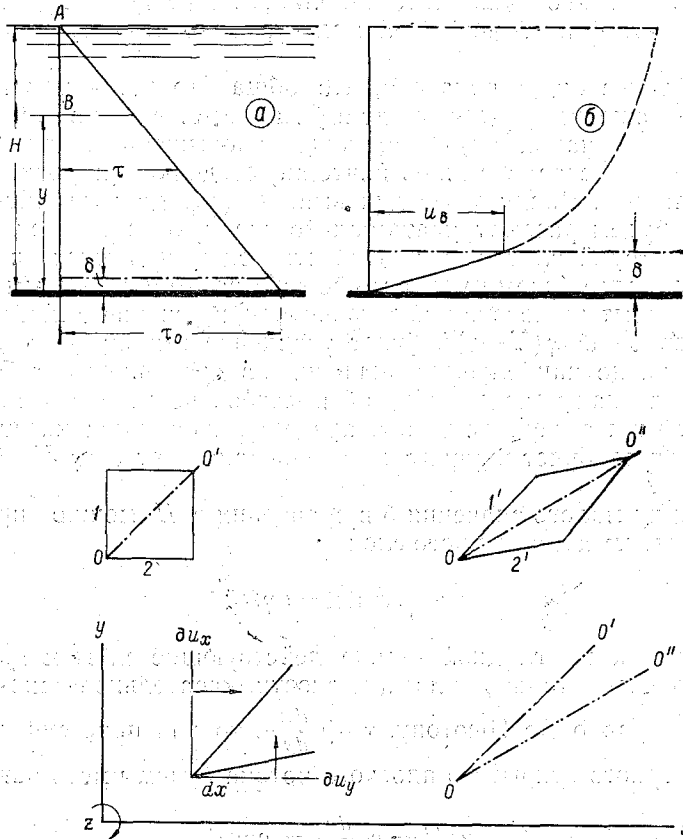


Рис. 3. Пристенный слой на гладкой стенке турбулентного потока.

Но под ламинарным режимом обычно понимается течение, в котором, в частности, отсутствуют пульсации скоростей и перемешивание.

2. Вихревая структура пристенного слоя

Совершенно очевидно, что режим пристенного слоя на границе с турбулентной толщей потока, характеризующейся наличием интенсивного перемешивания и высоким уровнем пульсаций, будет испытывать на себе влияние факторов нестационар-

ного характера. Но, кроме этого, данные физического опыта обнаруживают наличие явлений нестационарного характера, лежащих и в собственной природе пристенного слоя.

Прежде всего этот слой является вихревым в том смысле, что движение частиц жидкости в нем обязательно связано с вращением их. Чтобы выяснить это существенное обстоятельство, определим аналитические признаки вращения, отрящаясь пока от условий пристенного слоя.

Возьмем (см. нижние схемы рис. 3) элементарный объем жидкости в плоскости xu и представим его в двух положениях: в начальный момент времени и через промежуток времени Δt . Элементарный объем за это время пройдет некоторый отрезок пути, на котором он может в общем случае и деформироваться и изменить свою пространственную ориентировку. Совместим (см. рис. 3) точки O в обоих положениях, исключив тем самым из рассмотрения поступательное перемещение. Тогда обнаружится, что в сравнении с начальным сместилось положение граней и диагонали элемента. Это может означать, что за данное время произошла и деформация элемента и вращение его. Выясним, что же определяет наличие вращения элемента. Грань 1 оказалась повернутой за это время и заняла положение 1', т. е. она повернулась вокруг O со скоростью du_x и, следовательно, с угловой скоростью $\frac{du_x}{dy}$. За то же время грань 2 повернулась с угловой скоростью $\frac{du_y}{dx}$. Если угловые скорости равны по величине, но различны по направлению, то это означало бы, что элемент не испытал вращения, а лишь деформировался. Если бы было одинаково и направление вращения, то наличие чистое вращение, без деформации. Но в общем случае имеет место одновременно и деформация и вращение, при этом угловые скорости граней не будут равны друг другу по величине. Каким же образом в этом случае установить наличие вращения?

Очевидно, в этих условиях можно утверждать, что элемент вращается, если вращается диагональ элемента. И если она во втором положении занимает в сравнении с первым новое положение, то элемент деформируется и одновременно вращается. Но угловая скорость вращения диагонали измеряется алгебраической полусуммой угловых скоростей граней, т. е., обозначив ее ω_z , где индекс z обозначает ось, в плоскости нормали к которой рассматривается вращение, получаем, что

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{du_y}{dx} - \frac{du_x}{dy} \right). \quad (2.4)$$

В плоскостях, нормальных к осям y и x , соответственно будем иметь

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right); \quad \omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right).$$

В отсутствии вращения оба члена правой части (2.4) равны друг другу или каждый из них равен нулю. При этом значения ω_x, y, z будут также равны нулю.

Возвращаясь к потоку в пристенном слое и имея в виду, что скорость в продольном направлении $u_x = u$ и $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ по условию равномерности движения, получаем, что угловая скорость вращения частиц (которую обычно называют угловой скоростью вихря или же компонентом вихря) будет равна

$$\omega_z = \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Учитывая (2.2) — (2.3), получаем, что в пристенном слое движение частиц имеет вихревой характер с угловой скоростью

$$\omega_z = \frac{\tau_0}{2\mu} = \frac{\gamma Hi}{2\mu} = \frac{1}{2} \frac{u_\delta}{\delta}.$$

При полной неизменности внешних условий это вращение сказывается лишь в том, что молекулы двух смежных слоев непрерывно обмениваются местами. Но наряду с движением частиц в пристенном слое этого характера в нем появляются нарушения, сказывающиеся на всей толщине слоя.

Измерениями Дель Нунцио с помощью высокочувствительной аппаратуры установлено, что на совершенно гладкой поверхности трубы диаметром 15 мм в воздушном потоке с Re от 350 до 250 000 приемник прибора фиксировал наличие колебаний, проходивших друг за другом с промежутками 6—20 мм. Наличие колебаний примерно той же частоты было зафиксировано и в турбулентной толще потока.

Природа пристенного слоя оказывается сложной, хотя с гидромеханической стороны можно пока, как указано выше, по основным свойствам отнести его к потокам ламинарной природы в силу того, что касательные напряжения сопротивлений в нем пропорциональны скорости в первой степени. Этот слой находится в условиях турбулентного потока, и местная скорость u_δ на границе слоя в то же время является местной скоростью на внешней границе турбулентного ядра потока. А турбулентный характер потока специфичен еще и тем его основным свойством, что сопротивления пропорциональны не первой, а второй степени скорости потока.

Если при оценке сопротивлений со стороны пристенного слоя потока выше была установлена пропорциональность сопро-

тивлений скорости в первой степени и в то же время известно, что в силу турбулентных свойств потока его сопротивление должны быть пропорциональны квадрату скорости потока, то очевидно, что существуют дополнительные условия, при которых оба разноречивых требования удовлетворяются одновременно.

Определение этих условий и даст возможность установить ряд важных параметров, характеризующих свойства пристенного слоя.

§ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИСТЕННОГО СЛОЯ

1. Постоянство числа Рейнольдса

Прежде всего легко установить, что число Рейнольдса пристенного слоя оказывается постоянной величиной. Это выясняется следующим.

Так как

$$\tau_0 = \text{const} = \mu \frac{u_\delta}{\delta} = \rho \nu \frac{u_\delta}{\delta} = \frac{\gamma}{g} \nu \frac{u_\delta}{\delta},$$

следовательно,

$$\tau_0 = \gamma \frac{\nu}{u_\delta \delta} \frac{u_\delta^2}{g} = \gamma \frac{2\nu}{u_\delta \delta} \frac{u_\delta^2}{2g}.$$

Это приводит к выводу о том, что τ_0 , оставаясь пропорциональным первой степени скорости u_δ , будет в то же время пропорционально u_δ^2 при постоянстве множителя $\frac{2\nu}{u_\delta \delta}$.

Но по условиям прямолинейности профиля скоростей в пристенном слое $\frac{u_\delta}{2}$ будет средней скоростью в слое u_δ . А произведение $\frac{u_\delta \delta}{\nu}$ является критерием Рейнольдса этого слоя, который далее будем обозначать R_δ , т. е. $R_\delta = \frac{u_\delta \delta}{2\nu} = \frac{u_\delta \delta}{\nu}$. Следовательно,

$$\tau_0 = \frac{\gamma}{R_\delta} \frac{u_\delta^2}{2g}. \quad (2.5)$$

Поэтому в силу условия пропорциональности сопротивлений турбулентного потока квадрату скорости приходим к выводу о том, что число Рейнольдса пристенного слоя должно быть постоянным, т. е. $R_\delta = \text{const}$.

Укажем, что последующим анализом устанавливается и конкретное численное значение его, равное

$$R_\delta = \frac{u_\delta \delta}{2\nu} = \text{const} = 4. \quad (2.6)$$

Но в то же время, если сопротивления пропорциональны квадрату местной скорости, они могут быть выражены в долях скоростного напора средней скорости

$$\tau_0 = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g}$$

Тогда, учитывая (2.5), получаем

$$\tau_0 = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} = \frac{\gamma}{R_\delta} \frac{u_\delta^2}{2g} = \frac{\gamma}{R_\delta} \left(\frac{u_\delta}{V} \right)^2 \frac{V^2}{2g}, \quad (2.7)$$

и, далее, внося элементарные преобразования,

$$\tau_0 = \frac{\gamma 2\nu}{u_\delta \delta} \frac{u_\delta^2}{2g} \frac{2HV^2}{2HV^2} = \gamma \frac{\nu}{2HV} \frac{u_\delta}{V} \frac{4H}{\delta} \frac{V^2}{2g} = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g},$$

и зная, что $\frac{2HV}{\nu} = \text{Re}$,

где Re — удвоенное число Рейнольдса плоского потока или же число Рейнольдса потока между параллельными стенками толщиной $2H$, последнее выражение получает вид

$$\tau_0 = \frac{2\lambda}{\text{Re}} \frac{H}{\delta} \frac{u_\delta}{V} \frac{V^2}{2g} = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g}. \quad (2.8)$$

Из (2.7) получаем, что

$$\gamma \lambda = \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{u_\delta}{V} \right) \frac{H}{\delta} \frac{V^2}{2g} \frac{2g}{V^2} = \frac{u_\delta}{V} = \sqrt{R_\delta \lambda} = 2\sqrt{\lambda_{2H}} \quad (2.9)$$

Из (2.8) имеем

$$\frac{u_\delta}{V} = \frac{\delta}{H} \frac{\text{Re} \lambda}{4}$$

или, имея в виду предыдущее выражение, получаем

$$\sqrt{R_\delta} = \frac{\delta}{H} \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{4}, \quad (2.10)$$

где $R_\delta = \text{const}$.

Эти операции, исключая временно одно из неизвестных, а именно $\frac{u_\delta}{V}$, позволяют определить конкретное значение R_δ в функции характеристик $\frac{\delta}{H}$, Re , λ , относительно надежно определяемых опытом.

Непосредственные методы физического эксперимента не могут дать конкретного значения постоянной R_0 для воды по одной простой причине. В силу одинаковой плотности воды в толще потока и в пристенном слое нет возможности объективно определить границу между жидкостью пристенного слоя и турбулентной толщей потока. Но среди всех схем физического эксперимента, которые были подвергнуты анализу с этой точки зрения, все же нашлась одна из них, которая может дать надежные результаты.

Эта схема сводится к следующему. Возьмем шероховатую трубу с высотой выступов шероховатости Δ и, изменяя пропускаемый по ней расход, будем последовательно измерять безразмерные сопротивления λ .

С уменьшением средних скоростей в трубе данного диаметра уменьшаются и пристенные скорости. И так как при этом R_0 остается постоянным, то при уменьшении пристенных скоростей увеличивалась бы толщина пристенного слоя δ , причем до величины, существенно большей высоты выступов шероховатости. В этих условиях шероховатость уже прикрыта пристенным слоем и торможение потока будет происходить только через пристенный слой. Влияние шероховатости на состояние потока при этом исчезает, и в силу этого шероховатая труба становится гидромеханически гладкой. Отвечающая этому случаю схема представлена на рис. 4. При увеличении средней скорости, т. е. при увеличении Re и u_s , в силу постоянства числа Рейнольдса пристенного слоя толщина последнего будет уменьшаться; в схеме 2 рис. 4 появляются уже некоторые изменения условий обтекания выступов, еще утопленных в пристенном слое. Каждая струйка пристенного слоя может безотрывно обтекать выступ. По мере же роста скоростей частиц пристенного слоя и увеличения инерции струйки уже не могут обтекать плохо обтекаемые выступы без отрыва от них в тыловой части. Поэтому непосредственно за вершиной выступов пристенный слой может оказаться сорванным с тыловой части выступов шероховатости. Иллюстрацией этих условий является схема 3 рис. 4. С возникновением отрыва потока от выступа безразмерные сопротивления λ начинают увеличиваться в сравнении со значением λ при том же Re , но при совершенно гладкой поверхности. При дальнейшем увеличении Re , V , u_s и, следовательно, с уменьшением δ вследствие увеличения водоворотной зоны пристенного слоя уже разрывается на отдельные части. Обтекание каждого выступа принимает более сложный характер. На лобовой части каждого выступа заново образуется пристенный слой, обрывающийся в районе вершины выступа. На этом участке толщина его переменна, но направление скоростей в нем остается в общем продольным. На створе отрыва его от выступа возникает водоворотная область с обратными течениями на тыловой поверхности

сти выступа. В этой области на самой поверхности также возникает пристенный слой, но уже с обратными течениями.

Если на лобовой и верхней частях выступа поток посредством механизма вязкости в пристенном слое стремится сдвинуть выступ по течению, то на тыловой грани появляются усилия обратного направления, правда, значительно меньшие ввиду того, что скорости обратного направления в водоворотной области

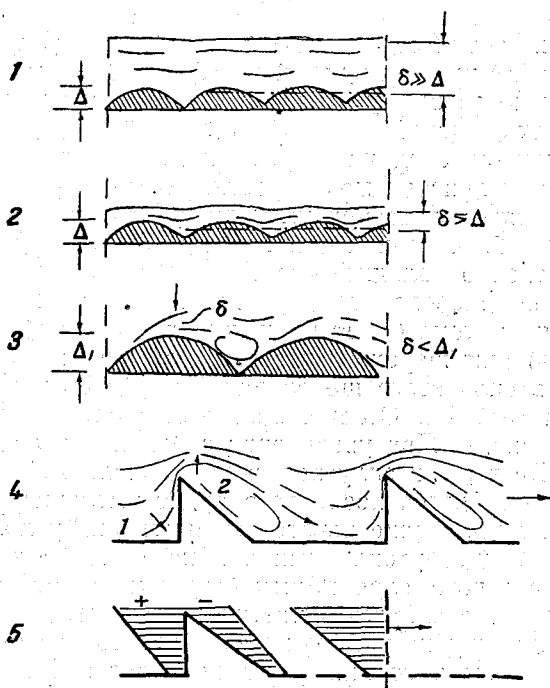


Рис. 4. Схема пристенного слоя и выступов шероховатости.

малы в сравнении с поступательными скоростями перед вершиной выступа и над ней. В результате этого продольные усилия, передаваемые потоком через пристенный слой, относительно уменьшаются, но в то же время появляются и интенсивно нарастают лобовые воздействия потока, к рассмотрению природы которых и переходим.

Для того чтобы отчетливее выделить особенности механизма турбулентного обтекания выступов, представим шероховатость в виде зубцов треугольного профиля, неподвижно закрепленных на стенке, причем под стенкой вообще будем понимать любой элемент неподвижного русла, боковые тормозящие поверхности

и само дно. Картина обтекания их представлена на схеме 4 рис. 4. В ней характерно, что линии тока, подходя к выступу, изгибаются с кривизной, обращенной в сторону дна, а затем, пройдя вершину, изгибаются в обратную сторону, к толще потока.

При искривлении токов жидкости всегда возникает изменение давлений по линии тока вследствие того, что возникающие центробежные усилия, направленные от мгновенных центров вращения вонне, уравниваются центростремительными усилиями, выражающимися в виде повышения местных давлений. В силу этого в районе 1 (см. схему 4 рис. 4) по направлению стрелки давления повышаются (в сравнении с гидростатическими), а в районе 2 понижаются. Эти разности давлений для каждой струйки пропорциональны квадрату скорости и обратно пропорциональны радиусу кривизны. А так как в русловом потоке местные скорости уменьшаются по мере приближения к тормозящей стенке, то избыток давления увеличивается по высоте выступа.

В результате указанных явлений на каждом выступе возникает лобовое усилие, стремящееся сорвать выступ. Усилие будет определяться продольной проекцией избытка давления на лобовой части выступов. Но так как за выступом давление меньше гидростатического, то общее продольное усилие, действующее на выступ, будет определяться суммой усилий избытка давлений на лобовой грани и дефицита давлений на тыловой части, как это показано на схеме 5 рис. 4.

По мере увеличения Re и V роль сопротивлений вязкости, как это видно на схеме рис. 4, будет уменьшаться, а роль усилий турбулентного обтекания увеличиваться.

Турбулентный режим обтекания выступов шероховатости, при котором сопротивления уже не зависят от вязкости, достигается при числах Рейнольдса всего потока выше

$$Re''' = \frac{2HV}{\nu} \geq 230 \frac{H}{\Delta} \lg \frac{6,15H}{\Delta}, \quad (2.11)$$

когда число Рейнольдса обтекания самого выступа становится больше 72.

2. Число Рейнольдса пристенного слоя

Численное определение этой характеристики и толщины пристенного слоя произведено по данным опытов в цилиндрической трубе.

Для иллюстрации же приемов определения числа Рейнольдса пристенного слоя приведен рис. 5, на котором представлена

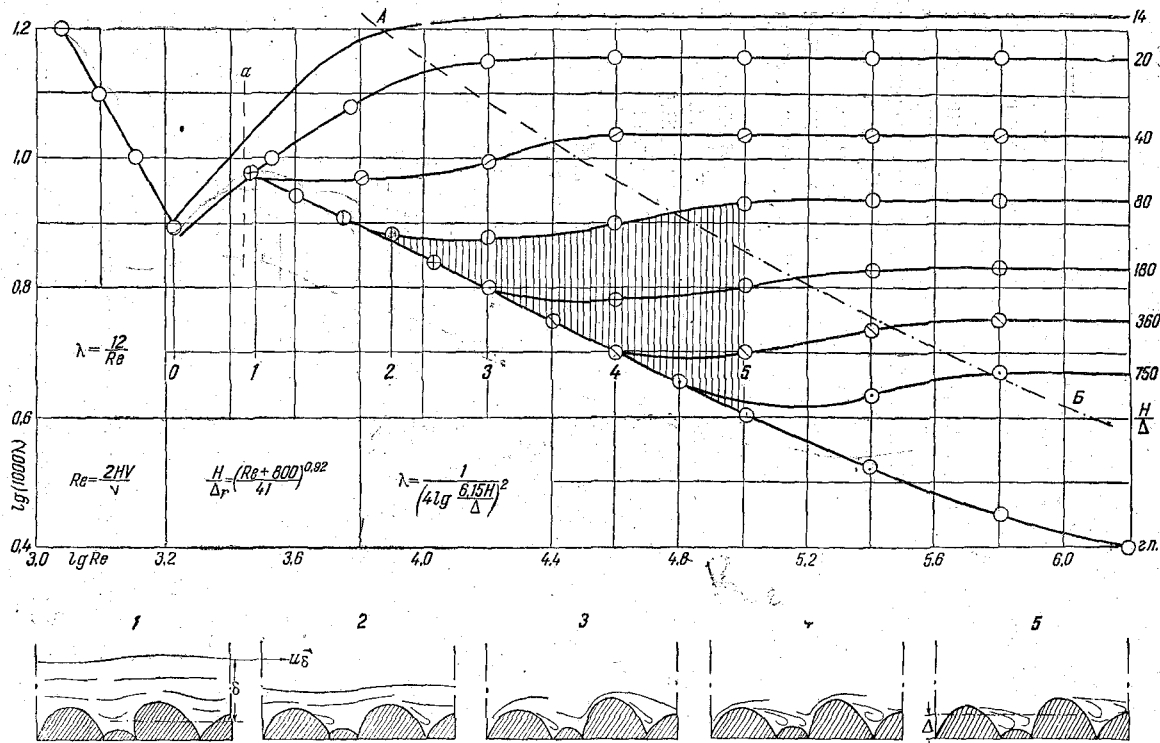


Рис. 5. Расчетный график связи безразмерных сопротивлений плоского потока с гладкой и шероховатой стенкой.

связь λ ; Re для плоского потока с гладким и шероховатым дном из зерен крупностью k , средняя высота выступов которого равна $\Delta = 0,7 k$.

Получение графика связи $\lg(1000 \lambda) = f(\text{Re})$ для плоского потока непосредственно экспериментальным путем в том же диапазоне, для которого аналогичные данные были получены в цилиндрических трубах, оказалось невозможным вследствие технических трудностей.

Но такой график для условий строго плоского потока необходим в качестве иллюстрации для дальнейшего описания ситуаций, разъясняющих отдельные существенные детали механизма сопротивлений шероховатых, гладких и полугладких стенок. Поэтому лишь для иллюстративных целей и используется далее график рис. 5, полученный пересчетом данных опытов с трубами на условия плоского потока по отношениям расчетных безразмерных сопротивлений ламинарной, переходной и турбулентной областей.

Рассмотрим на рис. 5 совместно кривые безразмерных сопротивлений λ для гладкой стенки и шероховатых с $\frac{H}{\Delta} = 80$ и 180 . В определенном диапазоне Re обе шероховатые стенки ведут себя как гладкие; выступы шероховатости погребены в толще пристенного слоя.

Шероховатая стенка с $\frac{H}{\Delta} = 180$ в диапазоне Re от 3000 до 8000 ($\lg \text{Re} < 3,9$) ведет себя как гладкая. В этом диапазоне передача усилий потока на стенку происходит только через пристенный слой. Ситуации, соответствующие $\lg \text{Re} = 3,47$ и $\lg \text{Re} = 3,9$, представлены на схемах 1 и 2. Но для стенки с $\frac{H}{\Delta} = 80$ при $\lg \text{Re} = 3,9$ безразмерное сопротивление становится уже немного больше сопротивлений стенки с $\frac{H}{\Delta} = 180$ и гладкой (см. точки на кривой λ в створах 1, 2 рис. 5). Это означает, что толщина пристенного слоя близка, но больше высоты выступа Δ шероховатой стенки с $\frac{H}{\Delta} = 180$ и в то же время близка, но меньше Δ шероховатой стенки $\frac{H}{\Delta} = 80$. При $\lg \text{Re} = 3,9$ для $\frac{H}{\Delta} = 80$ значение λ (0,0077) почти равно λ (0,0075) для $\frac{H}{\Delta} = 180$, поэтому можно без заметной ошибки определить R_s , принимая для данного Re и λ , что $\frac{H}{\delta} = \frac{H}{\Delta} = 80$. Учитывая аналогичные условия для различных $\frac{H}{\Delta}$, получаем табл. 1.

Таблица 1

$\frac{H}{\Delta} = \frac{H}{\delta}$	lg Re	Re	λ	По (2,10) R_{δ}
40	3,5	3 160	0,00932	3,65
60	3,9	7 920	0,0077	4,75
160	4,2	15 800	0,0063	3,05
360	4,6	39 800	0,005	3,86
750	5,0	100 000	0,0041	4,6
			Среднее . .	4,0

Таким образом, численное значение первого главного параметра пристенного слоя, а именно его числа Рейнольдса, оказалось равным

$$R_{\delta} = \frac{u_{\delta} \delta}{2\nu} = 4. \quad (2.12)$$

3. Толщина пристенного слоя

Ввиду отсутствия прямого физического метода определения толщины пристенного слоя необходимо установить связь толщины с другими характеристиками потока, измеряемыми с достаточной надежностью.

Это достигается следующими соображениями и операциями. Возьмем шероховатую стенку, обозначив условную высоту выступов $\Delta_{\text{гл}}$, с местной скоростью на высоте $u_{\Delta_{\text{гл}}}$, которая при той же средней скорости и глубине, как в плоском потоке с гладкой стенкой, будет развивать то же сопротивление, т. е. для нее по (1.25)

$$\sqrt{\lambda} = \frac{1}{4 \lg \frac{6,15H}{\Delta}} = \frac{1}{4 \lg \frac{6,15H}{\Delta_{\text{гл}}}}$$

Из (2.9) следует, что при $R_{\delta} = 4$

$$\frac{u_{\delta}}{V} = 2 \sqrt{\lambda_{\text{гл}}} \quad (2.13)$$

Подставляя сюда предыдущее выражение, получаем

$$\frac{u_{\delta}}{V} = \frac{1}{2 \lg \frac{6,15H}{\Delta_{\text{гл}}}} \quad (2.14)$$

Таким образом, для установления $\frac{u_{\delta}}{V}$ необходимо определить $\Delta_{\text{гл}}$.

Составим для этого безразмерное выражение вида

$$A = \frac{u_{\Delta_{\text{гл}}} \Delta_{\text{гл}}}{V}$$

Так как по (1.19)

$$u_{\Delta_{\text{гл}}} = \frac{1,25 V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta_{\text{гл}}}}$$

то, подставляя это значение в предыдущее и вводя множитель $\frac{2H}{2H}$, а также имея в виду, что $\frac{2HV}{V} = \text{Re}$, получаем

$$\frac{\text{Re}}{\frac{H}{\Delta_{\text{гл}}} \lg \frac{6,15 H}{\Delta_{\text{гл}}}} = \frac{2A}{1,25} \quad (2.15)$$

Анализом данных опытов устанавливается, что значение $\frac{2A}{1,25}$ является постоянным и равным 20,0, что и обеспечивает теперь возможность получения расчетного выражения для определения $\Delta_{\text{гл}}$ в виде

$$\frac{H}{\Delta_{\text{гл}}} \lg \frac{6,15 H}{\Delta_{\text{гл}}} = \frac{\text{Re}}{20} = \frac{2HV}{20\nu} \quad (2.16)$$

Однако расчетное использование уравнения (2.16) неудобно в том отношении, что оно является неявной функцией от $\frac{H}{\Delta_{\text{гл}}}$. Приближенным решением его (с отклонениями менее 3% в огромном диапазоне, перекрывающем все практические запросы) является аппроксимация

$$\frac{H}{\Delta_{\text{гл}}} = \left(\frac{\text{Re} + 800}{41} \right)^{0,92} \quad (2.17)$$

Этим самым обеспечивается установление и второго главного параметра пристенного слоя, а именно местной скорости на поверхности его. Подставляя (2.17) в (2.14), получаем

$$\frac{u_{\delta}}{V} = \frac{1}{2 \lg \left(\frac{\text{Re} + 800}{5,7} \right)^{0,92}} \quad (2.18)$$

Таким образом, расчет главных параметров пристенного слоя в турбулентных потоках сводится к следующему.

По заданной глубине и пропускной способности, т. е. по расходу потока, определяется V , а следовательно, и Re . Далее, по формуле (2.17) определяется $\Delta_{\text{гл}}$, по (2.18) значение $\frac{u_{\delta}}{V}$.

После этого толщина пристенного слоя определяется по числу Рейнольдса из выражения (2.12)

$$R_\delta = 4 = \frac{u_\delta \delta}{2\nu}$$

Но одновременно с установлением главных параметров пристенного слоя оказалась решенной не менее важная общая задача о сопротивлении и поле скоростей потока с гладкой стенкой.

Так как только что выяснена возможность установления для потока с гладкой стенкой равнозначней по сопротивлениям шероховатой стенки с выступами $\Delta_{гп}$, по (2.17), то формула для безразмерных сопротивлений, установленная ранее только для шероховатых стенок, в виде

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{6,15H}{\Delta}\right)^2}$$

теперь оказывается действительной и для гладких стенок, т. е. она получает значение общего решения для плоского потока, причем для гладких стенок и всех шероховатых, становящихся в определенном диапазоне Re гидромеханически гладкими, значение $\Delta_{гп}$ будет определяться по (2.17).

4. Поток в трубе с шероховатой и гладкой стенкой. Сравнение решений для трубы и плоского потока

Решения основных вопросов поведения турбулентного потока в напорной трубе получаются непосредственно из общих решений для плоского потока. Весь механизм турбулизации потока в трубе не отличается от рассмотренного ранее для плоского потока, поэтому и профиль скоростей будет иметь то же выражение, что и для плоского потока. Обозначим, как и для плоского потока, местную скорость в наибольшем удалении от стенки через u_0 .

В плоском потоке она находилась на расстоянии от стенки, равном глубине, а в трубе это же расстояние равно радиусу трубы, т. е. для трубы профиль скоростей имеет вид

$$u = u_0 \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 r}{\Delta}} \quad (2.19)$$

Местная скорость на вершинах выступов, т. е. при $y = \Delta$, будет равна

$$u_\Delta = u_0 \frac{1,25}{\lg \frac{16,7 r}{\Delta}}$$

Определяя отсюда значение u_0 и подставляя в предыдущее, получаем

$$u = \frac{u_{\Delta}}{1,25} \lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}.$$

Соотношение средней скорости трубы и максимальной устанавливается из равенства расхода, подсчитанного по средней скорости и сумме элементарных расходов колец, площадь каждого из которых равна $2\pi(r-y)dy$, и местная скорость в кольце u определяется приведенным выше общим выражением, т. е.

$$V\pi r^2 = \int_0^r u 2\pi(r-y) dy.$$

Подставляя значения u и выполняя интегрирование, имея в виду, что $\frac{r+c}{c} \approx \frac{r}{c}$ (подробнее см. [2]), получаем, что

$$V = u_0 \frac{\lg \frac{3,7 r}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 r}{\Delta}} = u_0 \frac{\ln \frac{r}{4,5 c}}{\ln \frac{r}{c}}.$$

Следовательно, профиль местных скоростей, выраженный через характерные скорости u_0 , V , u_{Δ} , будет иметь вид

$$u = u_0 \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 r}{\Delta}} = V \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{3,7 r}{\Delta}} = \frac{u_{\Delta}}{1,25} \lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}.$$

Касательное напряжение сопротивления, выраженное через скорости u_0 и u_{Δ} , будет иметь тот же вид, что и для плоского потока с заменой H на r . Таким образом,

$$\tau = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{16,7 r}{\Delta}\right)^2} \frac{u_0^2}{2g} = \frac{\gamma}{25} \frac{u_{\Delta}^2}{2g} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{3,7 r}{\Delta}\right)^2} \frac{V^2}{2g} = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g},$$

откуда для трубы

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{3,7 r}{\Delta}\right)^2}. \quad (2.20)$$

Расчетная формула для средней скорости в трубе получается исходя из следующих соображений.

Движение жидкости в трубе длиной l происходит под действием разницы давлений $\Delta p = \gamma \Delta h_w$, где h_w — падение напора. Действующая сила равна произведению разницы давлений и площади сечения $\gamma \Delta h_w \omega$.

Это усилие равно сопротивлению, развиваемому на тормозящей боковой поверхности трубы χl , где χ — смоченный периметр. Сопротивление равно произведению касательного напряжения сопротивлений τ и указанной поверхности, т. е.

$$\gamma \Delta h_w \omega = \tau \chi l,$$

откуда

$$\tau = \gamma \frac{\Delta h_w}{l} \frac{\omega}{\chi}.$$

Так как $\frac{\Delta h_w}{l}$ равно гидравлическому уклону i , а отношение

$$\frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} \quad R$$

равно гидравлическому радиусу R , то

$$\tau = \gamma Ri.$$

Подставляя это значение в равенство (2.20), имеем

$$\tau = \gamma Ri = \frac{\gamma}{(4 \lg \frac{3,7r}{\Delta})^2} \frac{V^2}{2g}.$$

Отсюда и получается формула для определения средней скорости в трубе

$$V = 4 \lg \frac{3,7r}{\Delta} \sqrt{2gRi}. \quad (2.21)$$

Все приведенные формулы движения в трубе являются общими как для шероховатых труб, так и для гладких. Но для расчета всех характеристик гладких труб (сопротивлений, потерь скорости и поперечных скоростей) определяется та шероховатая стенка с выступами $\Delta_{гг}$, для которой все характеристики равнозначны потоку в трубе с гладкой стенкой.

Нахождение расчетной высоты выступов $\Delta_{гг}$ для труб производится таким же образом, как и для плоского потока (подробнее см. [2]). Расчетное выражение имеет аналогичный вид с разницей лишь в значении множителя, а именно для трубы

$$\frac{r}{\Delta_{гг}} \lg \frac{3,7r}{\Delta} = \frac{Re}{20},$$

решением которого в явном виде является аппроксимация

$$\frac{r}{\Delta_{гг}} = \left(\frac{Re + 300}{39} \right)^{0,92}, \quad (2.22)$$

дающая вполне приемлемые по точности результаты во всем практическом диапазоне.

Эти формулы напорного движения в трубе имеют существенное значение для установления степени соответствия теоретических решений данным опыта и для выяснения степени точности и надежности одного из важных постулатов гидравлики, к рассмотрению которого и переходим.

При гидравлических расчетах средних скоростей и пропускной способности русел всех форм предполагается, что они равнозначны плоскому потоку с шириной, равной смоченному периметру, и со средней глубиной, равной гидравлическому радиусу. Поэтому для русел открытых и напорных потоков всех форм средняя скорость определяется по одной и той же общей формуле, имеющей вид

$$V = \frac{R^m}{n} \sqrt{Ri}.$$

Удлер

Для выяснения степени точности этого постулата выразим полученные выше формулы средней скорости плоского потока и трубы через гидравлический радиус. Имея в виду, что для плоского потока $R=H$, а для трубы $R=\frac{r}{2}$, получаем основные расчетные формулы в следующем сопоставимом виде.

Для плоского потока	Для трубы
$\frac{u}{V} = \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15 R}{\Delta}}$	$\frac{u}{V} = \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{7,4 R}{\Delta}}$
$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{6,15 R}{\Delta}\right)^2}$	$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{7,4 R}{\Delta}\right)^2}$
$\frac{V}{u_0} = \frac{\lg \frac{6,15 R}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 R}{\Delta}}$	$\frac{V}{u_0} = \frac{\lg \frac{7,4 R}{\Delta}}{\lg \frac{33,4 R}{\Delta}} \quad (2.23)$
$V = 4 \lg \frac{6,15 R}{\Delta} \sqrt{2g Ri}$	$V = 4 \lg \frac{7,4 R}{\Delta} \sqrt{2g Ri}$
$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15 R}{\Delta}$	$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{7,4 R}{\Delta}$

Из сопоставления очевидно, что постулат гидравлики о возможности расчета потоков всех форм как плоских с глубиной, равной гидравлическому радиусу, является лишь допущением.

Также очевидно, что параметр Шези C зависит от формы сечения, поэтому далее он и назначается формпараметром Шези.

Вся обширная практика гидравлических расчетов показала, что это допущение является практически приемлемым лишь потому, что ошибки, вытекающие из допущения, не выходят за пределы точности существующих методов расчета.

5. Сопоставление с данными опытов

Сопоставление с данными опытов теоретических решений существенно важно для определения степени плодотворности и точности некоторых допущений, принятых в теории плоского потока.

1) Первое из них состоит в следующем. Для установления профиля скоростей при интегрировании уравнения

$$du = \frac{\alpha v_{xв} (b + c)}{s} \frac{dy}{y + c}$$

средний статистический размер элементарного объема турбулентного потока s был принят не зависящим от y для возмущений, формирующих профиль скоростей. Второе же состоит в том, что для установления профиля скоростей была использована формула, определяющая изменения по высоте скоростей вихреотделений

$$\frac{v_*}{v_{*в}} = \frac{b + c}{y + c},$$

где b — половина поперечного размера (высоты) вихрей в месте вихреотделения, равная расстоянию от его центра до дна. При этом b пропорционально высоте выступов шероховатости и сама формула действительна для $y \geq b$.

При получении же профиля скоростей по (1.13а) последнее выражение при интегрировании было экстраполировано и на область малой высоты у дна (от $y = \Delta$ до $y = b$).

Возможность и надежность указанной выше экстраполяции должна быть установлена сравнением результатов с данными точных опытов широкого диапазона для потоков с гладкой и шероховатой стенкой.

Наиболее же точные данные опыта широкого диапазона могут быть получены только в цилиндрических напорных трубах. Поэтому для сопоставления с ними и приведены теоретические решения для трубы.

Плодотворность и точность этих допущений будет доказана, если теоретический профиль скоростей точно совпадает с данными опытов в обширном диапазоне значений $\frac{y}{\Delta}$.

Теоретическое значение касательных напряжений сопротивлений было подсчитано:

а) последовательным определением усилий на одном выступе дна, подсчитанным по величине местной скорости на вершинах выступов дна u_{Δ} , и суммированием их на единице площади и

б) последующим переходом от скорости u_{Δ} к средней по теоретическому соотношению для плоского потока

$$\frac{u_{\Delta}}{V} = \frac{1,25}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

и для трубы

$$\frac{u_{\Delta}}{V} = \frac{1,25}{\lg \frac{3,7 r}{\Delta}}$$

Если полученные по этим теоретическим связям выражения для коэффициента сопротивления трубы

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{3,7 r}{\Delta}\right)^2}$$

точно совпадают с данными опытов широкого диапазона, то это подтверждает, в частности, законность экстраполяции логарифмического профиля скоростей и на участке малой толщины у дна от $y=\Delta$ до $y=b$ и надежность определения значений скоростей на вершинах выступов.

Сопоставление с данными опытов в трубах (подробнее см. [2]) было произведено:

а) в диапазоне $\frac{y}{\Delta}$ от 1 до 34 000 для шероховатых и гладких труб;

б) в диапазоне Re от $4 \cdot 10^3$ до $3240 \cdot 10^3$ и

в) средних скоростей от 0,12 до 24,3 м/сек.

На рис. 6 и 7 приведены данные по сопоставлению профилей скоростей, причем, чтобы не затемнять рисунков, на них показана лишь $1/16$ часть опытных данных каждой серии. На малых графиках связи $\lg(1000 \lambda) = f(\lg Re)$ этих рисунков показаны те значения Re и $\frac{r}{\Delta}$, при которых были измерены профили скоростей. Эти же малые графики дают представление и о степени соответствия данным опыта решений для безразмерных сопротивлений в области строго шероховатых (при $Re > Re'''$) и гладких стенок.

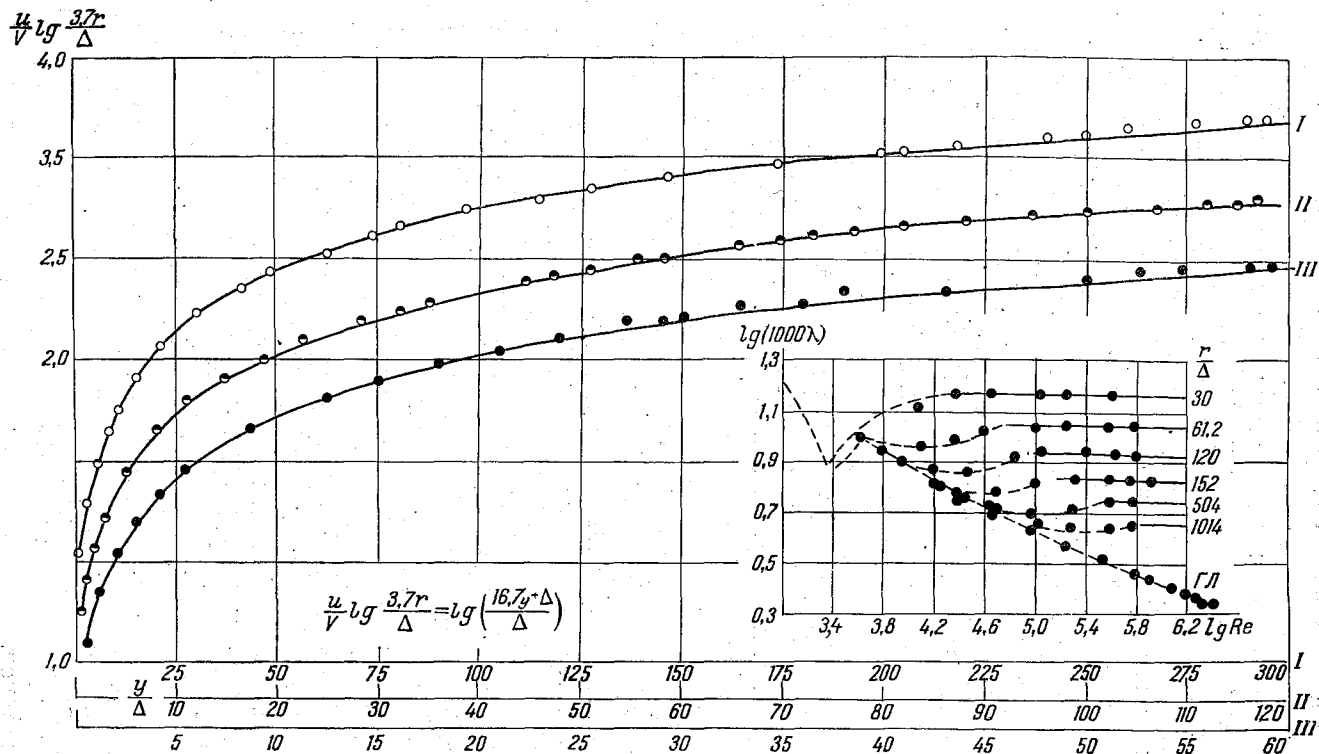


Рис. 6. Распределение местных скоростей в трубе в диапазоне $\frac{y}{\Delta}$ от 1 до 300.

Необходимо отметить одно обстоятельство, связанное с переходом режима сопротивлений шероховатых труб в режим сопротивления при выступах, погруженных в пристенный слой. Схемы внутри рис. 6 и 7 показывают, что для относительной шероховатости $\frac{r}{\Delta} \geq 60$ в районе чисел Рейнольдса, при которых происходит выход выступов шероховатости из пристенного слоя, имеет место вначале уменьшение безразмерных сопротивлений,

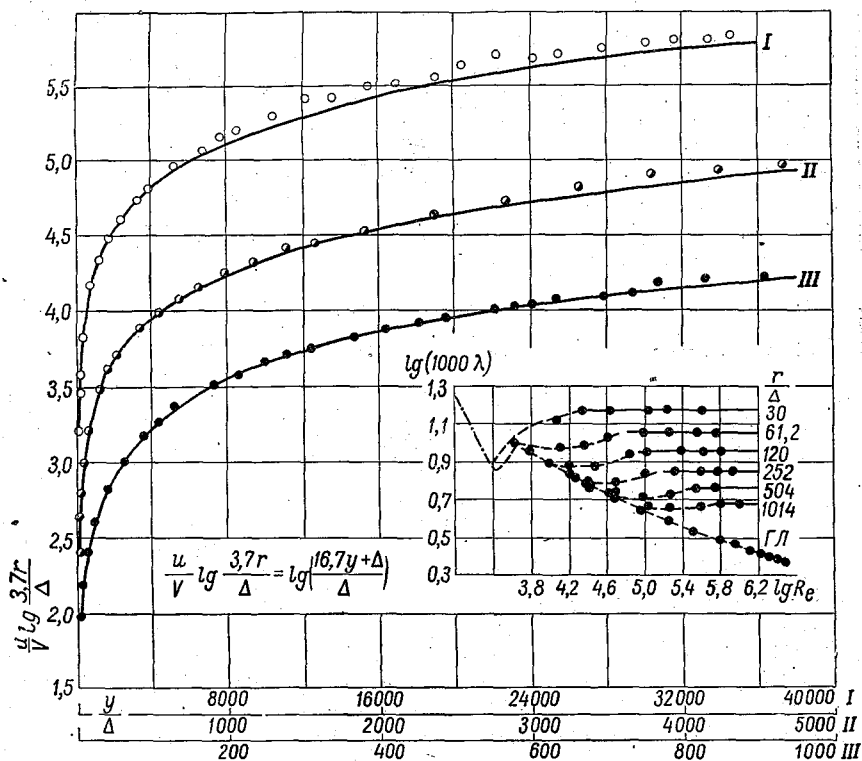


Рис. 7. Распределение местных скоростей в трубе в диапазоне относительных расстояний $\frac{y}{\Delta}$ от 10 до 40 000.

а затем последующее возрастание сопротивлений до постоянного значения, уже не зависящего от Re .

Явление уменьшения безразмерных сопротивлений λ в области выступов, втопленных в пристенный слой, связано с тем, что при увеличении Re уменьшается отношение $\frac{u_0}{V}$. А при этом, как следует из (2.13), сопротивление должно уменьшаться.

*Основной метод
связи со шероховатостью
и т.д.*

Но одновременно уже возникают отрывы потока на тыловых частях выступов дна и появляются, следовательно, сопротивления турбулентного обтекания выступов дна.

Сначала появление сопротивлений турбулентного обтекания выступов еще не компенсирует уменьшения безразмерного сопротивления из-за указанного уменьшения $\frac{u_s}{V}$, и общий уровень безразмерного сопротивления падает почти на 16% в сравнении с постоянным значением в области строго квадратичного обтекания выступов. Но уже при дальнейшем увеличении средней скорости роль сопротивлений турбулентного обтекания становится решающей и коэффициент сопротивления делается постоянным.

Если вспомнить, что точность практических гидравлических расчетов определяется шагом гидравлических шкал шероховатости, то с местным снижением λ , вызывающим изменение скорости лишь на 7—10%, в ряде случаев можно не считаться. Но это явление имеет существенное значение в вопросах методики моделирования русловых систем.

Заштрихованная на графике (см. рис. 5) область между кривыми λ для $\frac{H}{\Delta} = 80$ и для гладкой стенки показывает, насколько больше становятся сопротивления турбулентного обтекания выступов в сравнении с сопротивлениями гладкой стенки при одинаковых числах Рейнольдса.

6. Кинематика обтекания выступов зернистого дна

С точки зрения получения надежных экспериментальных данных о связи сопротивлений со средней скоростью, полем скоростей и относительной шероховатостью симметричная схема экспериментальной установки в виде цилиндрической трубы может дать наиболее надежные результаты в наибольшем диапазоне. Но при этой схеме нет возможности видеть (визуализировать) и фиксировать наиболее важные для динамики русловых потоков процессы взаимодействия потока и русла, главная часть которых сосредоточена в тонком пространстве у самого русла.

Эта важная задача о визуализации и объективной фиксации поведения потока на самой стенке была разрешена лишь после преодоления серьезных затруднений в методике и технике эксперимента для условий открытого потока.

За период 1930—1955 гг. наиболее успешные результаты были получены в исследованиях В. Б. Гуссака (1945—1955 гг.) с помощью цветной микрокиносъемки пристенной области потока с деформируемым руслом, произведенной для выяснения процессов эрозии почв. Эти результаты с исключительной на-

глядностью в красочной цветной гамме раскрывают многие стороны явлений взаимодействия потока и недеформируемого русла.

Некоторые кадры из цветного фильма Гуссака в штриховом исполнении, характеризующие поведение потока у дна и обтекание выступов шероховатости, приведены на рис. 8.

Представленные на нем данные относятся к потоку глубиной 7,3 мм со средней скоростью 18,7 м/сек. Визуализация достигалась: а) фиксацией движения мелких твердых частиц, траектории которых практически не отличимы от траекторий несущих масс жидкости, и б) введением в состав русла красящих зерен.

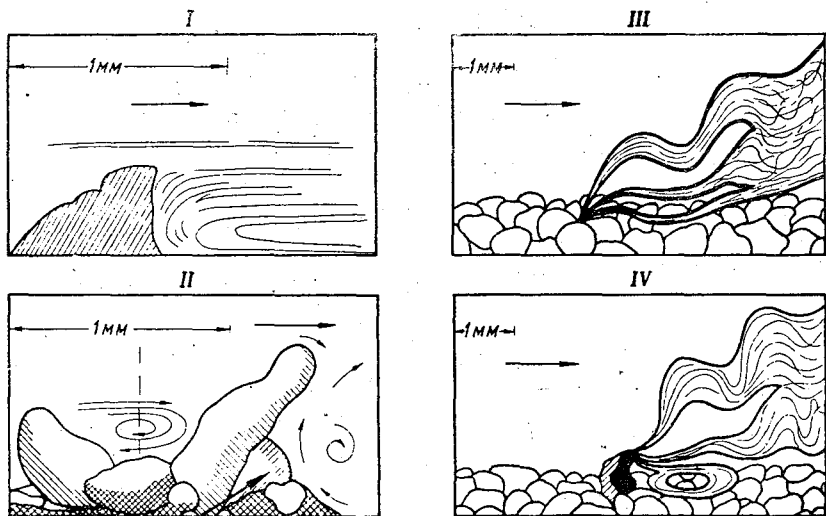


Рис. 8. Кадры из киносъемки В. Б. Гуссака.

На схемах I и II показано обтекание отдельных выступов с числом Рейнольдса, равным примерно 60, на схемах III и IV — шлейфы размыва красящего зерна, находящегося на одном уровне с зёрнами 0,6—0,8 мм (III) и выступающего на 1,0 мм выше смежных (IV).

В условиях схемы I расчетная толщина пристенного ламинарного слоя была бы равна 0,05 мм.

Важно отметить, что, несмотря на всю сложность ситуаций обтекания отдельных зёрен, профиль местных скоростей оказался практически совпадающим с логарифмической кривой.

Позднее, в 1958—1960 гг., использование высокоскоростной микросъемки дало возможность Ц. Е. Мирцхулава получить количественные характеристики ряда важнейших факторов с высокой надежностью и точностью.

§ 3. ПОЛУГЛАДКИЕ И ПОЛУШЕРОХОВАТЫЕ СТЕНКИ

1. Полугладкие стенки

Наряду с рассмотренными выше гладкими и шероховатыми стенками значительное распространение в практике имеют стенки полугладкого типа. Их коренной особенностью и свойством является то, что сами по себе они гладкие, но на поверхности имеются выступы удобообтекаемой формы или вся стенка состоит из гладких элементов, на сопряжениях которых неизбежны срывы пристенного слоя.

В том случае, когда имеются выступы удобообтекаемой формы, нет, разумеется, никаких причин для возникновения срывов пристенного слоя. Но изменение толщины его по длине таких волнообразных удобообтекаемых форм стенки (см. первую схему рис. 9) становится неизбежным. На возвышенности таких выступов толщина слоя становится несколько меньшей, чем в строго цилиндрической трубе. Сама по себе поверхность пристенного слоя повторяет конфигурацию стенки, но в местах повышения стенки толщина его несколько уменьшается. Отношение же скорости u_δ на границе его к средней скорости потока может изменяться в значительно меньшей мере, так как оно определяется условиями на границе турбулентной толщии потока. Факт повышения в этих условиях сопротивлений был установлен А. Н. Будниковым в 1947 г. опытами с асфальтированными трубами.

Итак, в рассматриваемом случае толщина пристенного слоя, будучи непостоянной, оказывается на возвышенных местах меньшей, вследствие чего местные касательные напряжения, равные

$$\tau = \mu \frac{u_\delta}{\delta},$$

становятся большими, чем для строго гладкой стенки.

Возрастание сопротивлений становится неизбежным и в том случае, когда стенка состоит из гладких элементов, но налицо или промежутки между отдельными звеньями, или выступы кромок отдельных звеньев на стыках.

Причиной возрастания сопротивлений в первом из указанных случаев является срыв пристенного слоя на выходной кромке какого-либо звена (см. вторую схему рис. 9). В этом случае поток с конечной скоростью набегае на выступ следующего звена, на котором заново развивается пристенный слой, вначале, у входной кромки, очень малой толщины, а затем постепенно увеличивающийся до толщины наибольшего значения, соответствующего $R_\delta = 4,0$. При этом касательные сопротивления на начальном участке достигают значений, больших среднего на-

пряжения на гладкой стенке почти в десять раз. И в этом случае общее увеличение сопротивлений возрастает с ростом числа стыков и их высотой и, в конце концов, также может быть све-

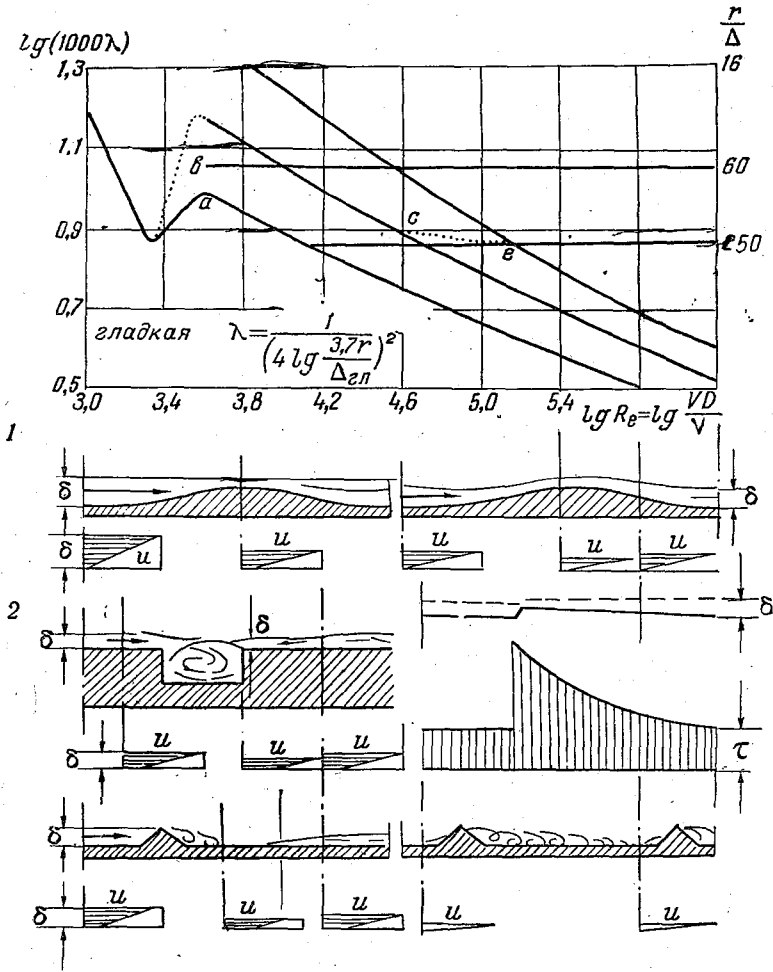


Рис. 9. Полугладкие и полусероховатые стенки.

дено к конечному фактору — уменьшению средней по длине толщины пристенного слоя.

При рассмотрении некоторых ситуаций, связанных со срывом пристенного слоя и возникновением водоворотных зон, нужно иметь в виду и то обстоятельство, что наличие водоворотных зон увеличивает сопротивления.

Следует отметить, что и продольные ребра двух смежных элементов, если они не находятся в одной плоскости, также вызывают увеличение сопротивлений, так как на выступающем ребре толщина пристенного слоя уменьшается, что и является причиной увеличения сопротивлений, в частности в деревянных трубах из строганой клепки.

Во всех случаях наименьшим сопротивлением будет обладать строго гладкая стенка.

При всех указанных факторах общее увеличенное сопротивление будет по-прежнему функцией числа Рейнольдса, но уровень безразмерных сопротивлений будет увеличен. Для иллюстрации этого на верхнем графике рис. 9 представлены кривые для гладких и полугладких труб.

2. Полушероховатые стенки

К отдельному классу стенок, отличающемуся определенными особенностями режима сопротивлений, надо отнести полушероховатые стенки, т. е. те, сопротивления которых в области относительно малых чисел Рейнольдса являются по своей природе сопротивлениями вязкости в пристенном слое, а при относительно больших числах Рейнольдса сопротивления переходят в режим шероховатых стенок.

Классическим примером таких стенок являются рассмотренные выше зернисто-шероховатые стенки. В диапазоне $Re > Re'''$ они являются строго шероховатыми стенками и их безразмерное сопротивление зависит только от относительной шероховатости, но не зависит от Re . В области $Re < Re'''$ в сопротивлениях этих поверхностей все возрастающую роль начинают приобретать сопротивления вязкости в пристенном слое, которые в области меньших значений Re становятся единственными. В этом диапазоне такая физически шероховатая стенка становится гидромеханически гладкой.

К этому классу поверхностей надо отнести также и полугладкие стенки с отдельными выступами шероховатости (см. нижнюю схему рис. 9), если в области относительно невысоких чисел Рейнольдса эти выступы выходят за пределы пристенного слоя.

При увеличении Re всего потока и связанным с ним уменьшением толщины пристенного слоя эти отдельные выступы уже выходят из области пристенного слоя, в связи с чем за ними возникают водоворотные зоны, размеры которых постепенно возрастают. При определенных значениях Re вся поверхность стенки оказывается занятой выступами и водоворотными зонами; сопротивления такой стенки являются уже сопротивлениями шероховатой стенки.

Примером такой стенки может служить нижняя правая схема рис. 9 и отвечающая ей кривая λ на верхнем графике, обозначенная буквами b, c, e .

§ 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные итоги анализа вопросов о пристенном слое сводятся к следующему.

1. Пристенный слой, сопрягающий турбулентный поток с гладкой смачиваемой стенкой, имеет сложную структуру. Главные его особенности состоят, во-первых, в том, что он является источником зарождения возмущений, выход которых в сторону ядра является причиной процессов турбулизации основной массы потока.

Во-вторых, пристенный слой, как и все граничные области реальных жидкостей, обладает и особыми физическими свойствами, обусловленными наличием в нем значительных молекулярных напряжений. Эти свойства выражаются, в частности, в том, что пристенный слой оказывается связанным с неподвижной смачиваемой стенкой настолько, что жидкость не отрывается от нее и под действием своего веса, если она движется небольшим слоем по нижней поверхности смачиваемой стенки. Часть этого слоя, непосредственно примыкающая к смачиваемой стенке, толщиной менее 70 мкм обладает повышенной вязкостью, возрастающей по направлению к стенке.

2. Вся толщина пристенного слоя имеет незначительную величину в сравнении с поперечными размерами водотока. В силу этого касательные напряжения действующих сил в нем оказываются практически постоянными.

С точки зрения режима сопротивлений этот слой может рассматриваться как поток ламинарной природы. Местные скорости в нем линейно возрастают с увеличением расстояния от дна. Число Рейнольдса этого слоя постоянно и равно

$$R_{\delta} = \frac{u_{\delta} \delta}{2\nu} = 4,$$

где u_{δ} — скорость на границе слоя толщиной δ , обращенного к толще турбулентного потока.

Теоретически же установленное отношение местной скорости на поверхности слоя к средней скорости всего потока оказалось равным

$$\frac{u_{\delta}}{V} = \sqrt{\lambda R_{\delta}},$$

где λ — безразмерное сопротивление потока, равное для плоского потока с гладкой стенкой

$$\lambda = \frac{1}{\left[4 \lg 6,15 \left(\frac{Re + 800}{41}\right)^{0,92}\right]^2}$$

Последнее выражение показывает, что безразмерное сопротивление потоков с гладким дном уменьшается при увеличении числа Рейнольдса всего потока.

3. Этот пристенный слой одевает сплошной пеленой и шероховатые стенки до тех пор, пока число Рейнольдса потока не превзойдет значения (для плоского потока), равного

$$Re' \geq 20 \frac{H}{\Delta} \lg \frac{6,15 H}{\Delta},$$

где Δ — средняя высота выступов шероховатости.

4. В диапазоне $Re > Re'$ пристенный слой уже не покрывает сплошной пеленой выступы шероховатости, и за отдельными выступами возникают водоворотные зоны турбулентного обтекания выступов, при которых сопротивление существенно возрастает в сравнении с сопротивлением гладкой стенки.

При постепенном возрастании числа Рейнольдса потока роль турбулентного сопротивления обтекания выступов непрерывно возрастает и при $Re \geq Re'''$, где $Re''' = 230 \frac{H}{\Delta} \lg \frac{6,15 H}{\Delta}$, для плоского потока оно уже не зависит от вязкости и числа Рейнольдса, а определяется только относительной шероховатостью.

Глава III

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО РУСЛОВОГО ПОТОКА

§ 1. УСИЛИЯ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ ВИХРЕОТДЕЛЕНИЯ ОТ СТЕНКИ

1. Уравнения Громеки — Лэмба

Для выяснения ряда явлений, составляющих вместе с ранее рассмотренными общую картину турбулентного руслового потока, необходимо вернуться к рассмотрению некоторых сторон процесса турбулизации, качественная картина которого была установлена ранее.

Отделение от стенки вихрей (турбулизирующих возмущений) происходит под действием нормальных к стенке усилий, возникающих у дна. Наличие вихреотделений было выявлено экспериментальным путем, и теперь возникает необходимость теоретического объяснения этого явления и определения одного из

важнейших параметров процесса, а именно начальной скорости вихреотделения $v_{*в}$.

Для последующего необходимо найти объяснение появления лишь поперечной проекции силы, под действием которой происходит вихреотделение. Рассматривая причину появления сил, вызывающих вихреотделение, можно временно отстриться от наличия сил вязкости. Уравнения движения, которые определили бы состояние такого невязкого вихревого потока, были получены в прошлом веке русским ученым Громекой, а позднее и английским ученым Лэмбом, поэтому они и носят название уравнений Громеки — Лэмба. Эти уравнения являются описанием динамического состояния элементарного объема потока, составленным на основании принципа Даламбера, согласно которому сумма проекций всех сил вместе с силой инерции, взятой с обратным знаком, равна нулю.

В рассматриваемом потоке действующими силами будут массовые силы и давления. Определим сумму проекций этих сил, действующих на элементарный объем, в направлении оси x .

Если напряжение давления на одну сторону элементарного объема равно p , то на противоположной стороне оно будет иметь значение $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$ с обратным знаком. Тогда равнодействующая напряжений давления будет равна $-\frac{\partial p}{\partial x} dx$, а усилие на грани площадью $dydz$ будет равно $-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$.

Отнесем это усилие давления, действующее на элементарный объем, к единице массы потока. Для этого последнее выражение разделим на $\rho dx dy dz$, и тогда оно получается равным

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Массовые силы, отнесенные к единице массы, будут выражаться проекциями их ускорений, которые обозначим F_x, F_y, F_z .

Проекция же силы инерции будет выражаться производными

$$\frac{d(u_{x, y, z})}{dt}.$$

Сумма проекций этих сил соответственно по осям x, y и z будет равна нулю

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{du_x}{dt} &= 0 \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{du_y}{dt} &= 0 \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{du_z}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Эти уравнения, называемые уравнениями Эйлера, известны из курса гидравлики.

Так как в общем случае u_x, u_y, u_z будут функциями координат и времени, то, развертывая их полные производные по координатам, имеем

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{dz}{dt},$$

причем

$$\frac{dx}{dt} = u_x; \quad \frac{dy}{dt} = u_y; \quad \frac{dz}{dt} = u_z.$$

Рассматривая лишь установившееся движение, для которого $\frac{\partial(u_x, u_y, u_z)}{\partial t}$ равно нулю, получаем, что

$$\frac{du_x}{dt} = u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}.$$

Это выражение не изменится, если добавить к нему и затем вычесть сумму

$$u_y \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x}.$$

Тогда правая часть полной производной может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \frac{du_x}{dt} = & u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \\ & + u_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial z} \right). \end{aligned}$$

Но выше установлено (см. выражения (2.4)), что выражения в скобках правой части являются удвоенными проекциями угловых скоростей вращения:

$$2\omega_z = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}; \quad 2\omega_y = \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}. \quad (3.2)$$

В то же время ясно, что

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right),$$

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2.$$

Подставляя эти значения в выражение для $\frac{du_x}{dt}$, получаем

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) - 2u_y \omega_z + 2u_z \omega_y.$$

Определяя аналогичным образом значения $\frac{du_y}{dt}$, $\frac{du_z}{dt}$ и подставляя их в систему (3.1), перенося одновременно влево члены

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right); \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right); \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} \right),$$

получаем уравнения (3.1) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_z \omega_y - u_y \omega_z) \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_x \omega_z - u_z \omega_x) \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} \right) &= 2(u_y \omega_x - u_x \omega_y) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Это и будет системой уравнений Громеки — Лэмба для потока вязкой жидкости, аналогичной уравнениям Эйлера, с той, однако, существенной разницей, что уравнениями Громеки — Лэмба описывается не только сумма усилий, но и связь этих усилий с характером движения жидкой среды.

② Принужденные вихри А. А. Саткевича

Анализ уравнений Громеки—Лэмба, произведенный в 1934 г. А. А. Саткевичем, приводит к одному из фундаментальных положений о неизбежности появления в определенных условиях движения потока поперечных (подъемных) усилий вихревого происхождения.

Умножим уравнения (3.3) построчно соответственно на dx , dy , dz и напишем их сумму. Тогда левая часть общего уравнения будет состоять из трех многочленов, первый из которых будет иметь вид

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

где $F_{x,y,z}$ являются проекциями ускорений массовых сил.

Рассматривая движения, происходящие под действием массовой силы тяжести, имеющей ускорение, направленное по оси z в сторону отрицательных значений и равное $F_z = -g$, а в силу чего проекции ускорений на другие оси будут равны нулю $F_y = F_x = 0$, получаем, что первая группа членов левой части будет равна $-g dz$. У второй группы членов левой части уравнения

$$-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

выражение, стоящее в скобках, является для установившегося режима движения полным дифференциалом давления, равным dp . Третья группа членов левой части также является полным дифференциалом

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) dy + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} \right) dz = -d \left(\frac{u^2}{2} \right).$$

Таким образом, сумма всех трех групп членов левой части приводится к выражению

$$-gdz - \frac{1}{\rho} dp - d \left(\frac{u^2}{2} \right),$$

которое является дифференциалом полной энергии потока

$$-gd \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \right) = -gdE.$$

Получив это общее выражение для всех групп левой части и переписывая сумму произведений членов правой части, умноженных на dx , dy , dz , получаем после деления на g и умножения на γ

$$-\gamma dE = -2 \frac{\gamma}{g} [(u_z \omega_y - u_y \omega_z) dx + (u_x \omega_z - u_z \omega_x) dy + (u_y \omega_x - u_x \omega_y) dy]. \quad (3.4)$$

Из этого уравнения ясно, что поток невязкой жидкости не испытывает потерь энергии при условиях, обращающих правую часть последнего уравнения в нуль.

Правая же часть обращается в нуль, во-первых, в условиях такого движения жидкости, когда частицы ее перемещались бы без вращения, т. е. при безвихревом движении, для которого

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0. \quad (3.5)$$

Но для этого необходимо, чтобы соответственно удовлетворились условия (3.2)

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}.$$

Такие условия позволяют рассчитывать течения, в которых потери энергии должны отсутствовать. Это и открывает широко реализованную перспективу отдельной отрасли гидромеханики, посвященной методам решения большого круга вопросов, относящихся к проектированию форм течений, гарантирующих минимальные потери энергии (а именно течения с потенциалом скоростей).

Во-вторых, правая часть уравнения (3.4) обращается в нуль и в случаях наличия такого вращения частиц, при котором будет равна нулю каждая скобка правой части в отдельности; это приводит к условию пропорциональности проекции скорости и соответствующего компонента вихря

$$\frac{u_x}{\omega_x} = \frac{u_y}{\omega_y} = \frac{u_z}{\omega_z} = k = \text{const.} \quad (3.6)$$

Отвечающие этим условиям течения называются продольно-винтовыми.

А. А. Саткевич указал, что если не выполняется ни одно из указанных выше условий, обращающих правую часть уравнения (3.4) в нуль, то все члены правой части могут рассматриваться как произведения некоторых сил вихревой природы

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 2\rho(u_z\omega_y - u_y\omega_z) \\ N_2 &= 2\rho(u_x\omega_z - u_z\omega_x) \\ N_3 &= 2\rho(u_y\omega_x - u_x\omega_y) \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

на элементарные перемещения dx , dy , dz . Эти произведения будут представлять собой элементарную работу, для выполнения которой и необходима затрата энергии в размере γdE .

При этом выражения (3.7) могут рассматриваться как проекции некоторого вектора

$$N = 2\rho i\omega \sin(u, \omega), \quad (3.8)$$

направленного по нормали плоскости u, ω .

Наибольшее значение эта сила будет иметь при угле между векторами u, ω , равном $\frac{\pi}{2}$, для которого $\sin(u, \omega) = 1$, и тогда она будет равна

$$N_{\text{макс}} = 2\rho i\omega,$$

а наименьшее, равное нулю, — при угле между u, ω , равном нулю.

В рассматриваемой основной задаче о плоском равномерном турбулентном потоке движение совершается в плоскости x, y . Тогда угловая скорость вращения вокруг оси z , нормальной к плоскости движения xy , при принятых обозначениях будет равна

$$\omega = \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right). \quad (3.9)$$

Так как здесь рассматривается равномерный поток, в котором все характеристики не изменяются по x , то $\frac{\partial u_y}{\partial x} = 0$.

Следовательно, имея в виду, что в плоском потоке $u_x = u$,

$$\omega = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{du}{dy},$$

Таким образом,

$$N_{\text{макс}} = 2\rho u \omega_z = \rho u \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right). \quad (3.10)$$

Эта сила будет расположена по нормали к плоскости ω , и направлена вверх, поэтому она и называется подъемной силой. Это разъясняется в явлениях так называемого «эффекта Магнуса», объяснением которых и является приведенная выше трактовка А. А. Саткевича уравнений Громеки—Лэмба. Наибольшего значения сила достигает у дна, где наибольшее значение имеет и вектор $\omega_z = -\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}$, т. е. тормозящая стенка, развивая на группах частиц, образующих вихрь, эту подъемную силу, принуждает вихри отделяться от стенки в толщу потока, поэтому Саткевич и назвал их принужденными вихрями.

При угле u , ω , равном нулю, направление оси вихря будет совпадать с направлением скорости. В этом случае $\sin(u, \omega)$ будет равен нулю, а вместе с этим будет равна нулю и подъемная сила. Вихри, находящиеся в этих условиях, Саткевич именует свободными.

Поскольку последние не играют заметной роли в механизме плоского турбулентного потока, далее понятие о свободных вихрях уже не используется.

Возвращаясь к равномерному движению турбулентного потока, надо помнить, что принужденные вихри имеют физическую структуру основных возмущений турбулизации, порождаемых стенкой (дном). Они представляют собой, как это изложено ранее, отдельные группы частиц, имеющие различные размеры, частоту и различную ориентацию. Поэтому для большой совокупности таких вихрей при различной их ориентации среднее значение подъемной силы будет составлять лишь долю максимального значения, равную α , т. е. среднее значение подъемной силы будет равно для единицы объема жидкости вихря

$$N = \alpha \rho \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \alpha \gamma \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2g} \right). \quad (3.11)$$

Очевидно, что для вихрей (возмущений) различных размеров разными будут и подъемные усилия.

§ 2. ПОПЕРЕЧНЫЕ СКОРОСТИ ВИХРЕОТДЕЛЕНИЯ ОТ СТЕНКИ

1. Начальное значение скорости вихреотделения

Возникновение подъемного усилия неизбежно вызовет перемещение массы частиц, на которых оно возникает, в направлении этого усилия, т. е. в данном случае вверх от дна, со скоростью, определяемой следующими соотношениями.

Импульс подъемной силы N за время dt сообщит единице объема возмущения количество движения, равное ρdv_* , где v_* — вертикальная местная скорость возмущения.

Таким образом,

$$Ndt = \rho dv_*.$$

Подставляя значение N по (3.11), получаем

$$N = \rho \frac{dv_*}{dt} = \alpha \rho \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right).$$

Заменяя далее частную производную полной, поскольку рассматривается движение лишь по ординате y , и имея в виду, что

$$\frac{dv_*}{dt} = \frac{dv_*}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{dv_*}{dy} v_* = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_*^2}{2} \right),$$

получаем

$$\alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{v_*^2}{2} \right).$$

Выше установлено, что подъемное усилие имеет существенное значение лишь в месте самого вихреотделения. Обозначим расстояние от дна, на котором скорость вихреотделения имеет наибольшее значение, равное v_{*b} , через b и местную продольную скорость на той же высоте над дном через u_b .

Из предыдущего равенства получаем, что

$$v_{*b} = u_b \sqrt{\alpha}.$$

Имея в виду, что при значениях продольной скорости, равных нулю, будут равны нулю и v_{*b} , а следовательно, будет равна нулю и постоянная интегрирования.

Поперечные размеры основной группы вихреотделений однозначно связаны с высотой выступов шероховатости. Местная же скорость у дна на полувысоте вихрей, т. е. в центре их, по (1.18) будет равна

$$u_b = V \frac{\lg \frac{16,7 b + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}.$$

В силу того что b пропорционально Δ , числитель будет являться постоянной величиной, которую обозначим временно α_1 , а произведение безразмерных постоянных $\alpha_1 \sqrt{\alpha}$ через α_2 , получим, что

$$v_{*в} = \frac{\alpha_2 V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = \frac{V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} \quad (3.12)$$

Как увидим далее, значение постоянной α_2 равно единице. Таким образом, начальное значение скорости вихреотделений в районе дна прямо пропорционально средней скорости потока и обратно пропорционально логарифму относительной шероховатости.

Определение конкретного значения постоянной требует наличия некоторых расчетных связей, устанавливаемых во второй части курса при рассмотрении механизма транспорта турбулентным потоком грунтов и наносов.

Для уточнения понятия о $v_{*в}$ ограничимся здесь лишь кратким указанием метода, который привел к определению постоянной α_2 .

В экспериментальной схеме определения значения α_2 была использована следующая идея. Если в потоке с шероховатостью из одинаковых несвязных зерен размером k постепенно увеличивать его продольные скорости до того критического значения, когда зерна срываются со дна, поднимаясь над ним, то очевидно, что при этой средней скорости V_c возникающие на дне вихреотделения будут иметь вверх направленные составляющие $v_{*в}$, немного большие, чем скорость ω падения зерен в спокойной воде.

Так как вертикальные скорости потока, при которых взвешиваются зерна размером k , равны скорости падения тех же зерен в спокойной воде ω (называемой гидравлической крупностью зерен), то по данным таких наблюдений можно установить значения всех параметров, входящих в формулу (3.12), а именно $\Delta = 0,7 k$; $v_{*в} = \omega$; $V = V_c$. Подстановка ряда этих значений и дает возможность определить постоянную α_2 , входящую в формулу (3.12).

В действительности же нет необходимости в таких опытах, потому что отвечающие этим условиям значения ω для турбулентного режима падения зерен в спокойной воде и значения V_c для различных k были получены теоретическим анализом и обобщением опытов по определению критических срывающих средних скоростей и связи их с гидравлической крупностью. Этим путем установлено, что $\alpha_2 = 1,0$, и это значение введено в расчетный вид формулы (3.12).

1. (V, \frac{\Delta}{b})

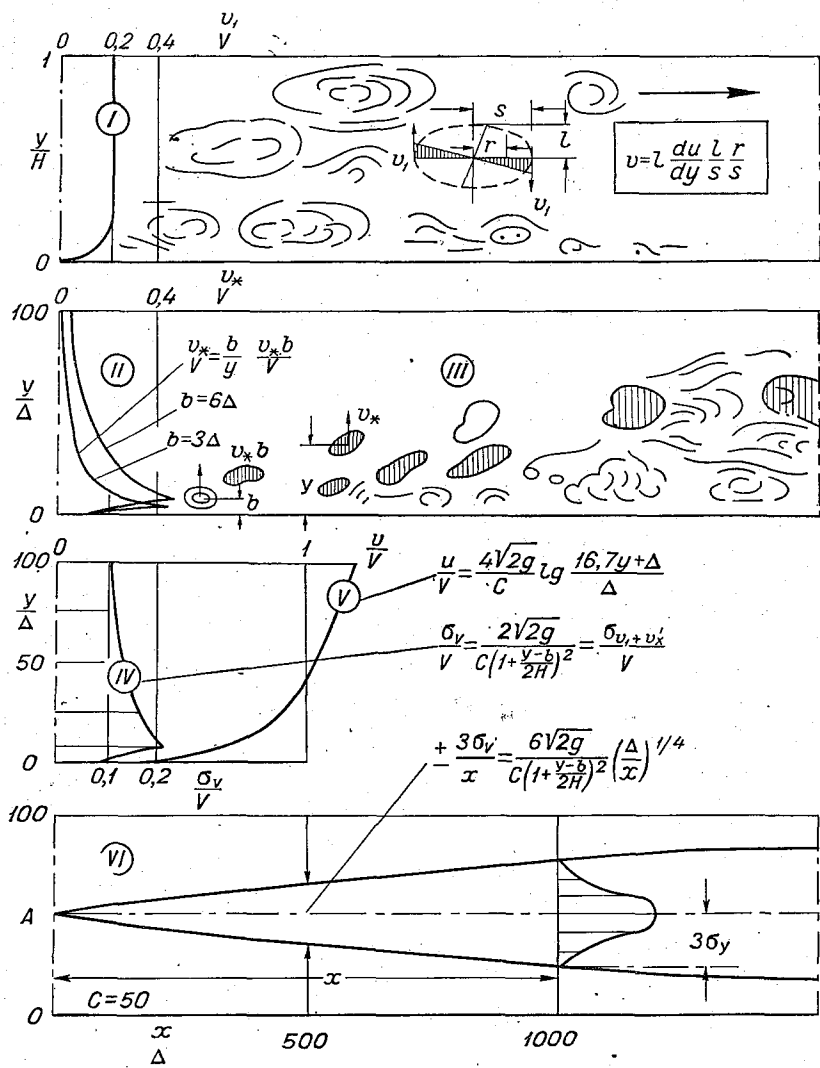


Рис. 10. Изменение пульсаций вертикальных скоростей в толще потока и турбулентное рассеяние.

2. Начальная ордината вихреотделений

Наибольшее значение скорости вихреотделений находится на высоте над дном того же порядка, что и полувысота вихря b . Эта высота пропорциональна высоте выступов шероховатости. Полученная ранее формула (1,9а)

$$v_* (y + c) = v_{*в} (b + c) \quad (3.13)$$

приобретает более простой вид, что объясняется следующими соображениями. Так как для крупных вихрей спектра вихреотделений b больше Δ , а $c = 0,06 \Delta$, то, например, для $b_1 = 3\Delta$ и $b_2 = 6\Delta$ значения $b + c$ будут равны соответственно $3,06 \Delta$ и $6,06 \Delta$, т. е. $b + c$ будет равно b с ошибкой менее 2%.

Поэтому в последней формуле скобки $(y + c)$, $(b + c)$ могут быть заменены множителями y ; b , и тогда последняя формула получает сокращенный вид $v_* y = v_{*в} b$.

Или в отношении к средней скорости потока

$$\frac{v_*}{V} = \frac{b}{y} \frac{v_{*в}}{V} \quad (3.14)$$

Вид кривых изменения v_*/V для $b = 3\Delta$; $b = 6\Delta$ представлен ~~на рисунке (1,19)~~ *на склеенной странице*

3. Связь начальных скоростей вихреотделений с местной скоростью на вершинах выступов шероховатости

Местная продольная скорость на вершинах выступов шероховатости равна по (1,19)

$$u_\Delta = \frac{1,25 V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

Начальная же скорость вихреотделения по (3.12) равна

$$v_{*в} = \frac{V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

Сравнением этих выражений устанавливается, что

$$v_{*в} = 0,8 u_\Delta \quad (3.15)$$

Выразим эти значения через полное касательное напряжение. Оно равно по (1.21)

$$\tau_0 = \gamma H i = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \frac{V^2}{2g}$$

Отсюда

$$\frac{V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = 4 \sqrt{\frac{2g \tau_0}{\gamma}} = 5,65 \sqrt{gHi}.$$

Следовательно,

$$v_{*в} = 5,65 \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = 5,65 \sqrt{gHi}. \quad (3.16)$$

Отметим, что в традиционных теориях турбулентности, русловых потоков широко используется понятие «скорости касательного напряжения», введенное впервые Л. Прандтлем. Эта скорость обычно обозначается v_* и принимается равной $v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$. Физического смысла это понятие не имеет. Сравнение его значения с физически существующими величинами начальной скорости вихреотделения $v_{*в}$ и местной скоростью u_Δ показывает, что условная «скорость касательного напряжения» в 5,65 раза меньше начальной скорости вихреотделения и в $\frac{5,65}{0,8} = 7,1$ раза меньше местной продольной скорости на вершинах выступов дна. Отсюда ясно, что сохранение условного понятия «скорости касательного напряжения» не вызывается необходимостью.

§ 3. ПУЛЬСАЦИИ СКОРОСТЕЙ

1. Пульсация местной скорости. Спектр пульсаций

Вихреотделения от стенки при своем перемещении в толще потока вызывают в ней пульсацию скоростей. При этом чем больше масса и поперечная скорость вихреотделения v_{**} , тем больше скорость отставания его в продольном направлении u_{**} от смежных масс турбулентного потока.

При обтекании вихреотделений, отстающих со скоростью u_{**} , массы обтекающего потока увеличивают свою скорость вблизи вихреотделения, сверху, снизу и с боковых сторон его на величину $\Delta u \sim u_{**}$, как это следует из общеизвестного механизма обтекания потоком твердых тел. С лобовой и тыловой сторон местные скорости масс продольного движения уменьшаются на величину $\Delta u \sim u_{**}$.

Таким образом, измерения пульсаций продольной составляющей скорости дают некоторое представление о прошедших через точку измерений вихреотделениях, причем отмеченные выше обстоятельства свидетельствуют о том, что изменения мгновенных скоростей (в сравнении с осредненным по времени значением) должны быть симметричными.

Когда вихреотделения перемещаются в толще потока с вертикальной скоростью v_* , окружающие массы основного потока вблизи возмущения перемещаются вниз со скоростью $v \sim v_*$, уменьшающейся почти до нуля на расстоянии от возмущения порядка поперечного размера самого вихреотделения. Средняя же скорость этих перемещений вниз v даже в случае высокой плотности размещения вихреотделений, когда свободный промежуток между вихреотделениями равен размеру вихреотделения, будет $v \approx 1/3 v_*$, а при меньшей плотности составляет еще меньшую долю.

Вертикальные мгновенные скорости внутри самого возмущения изменяются от v_* в ядре его до нулевых значений на боковых периферийных сторонах.

Таким образом, и мгновенные вертикальные скорости, вызываемые вихреотделениями, будут изменяться в пределах от v_* до $v \approx -v_*$.

Вертикальные же составляющие, возникающие внутри вихревых структур вторичного происхождения (см. схему / рис. 10), изменяются симметрично в пределах от $+v_1$ до $-v_1$. Таким образом, распределение вертикальных составляющих будет близко к симметричному, а осредненное значение их в равномерном потоке будет равно нулю.

Кроме пульсации продольной и вертикальной составляющей скорости, имеется пульсация скоростей в поперечном направлении. Она вызывается тем, что вихреотделения, от стенки получают начальную скорость, вертикальная проекция которой равна $v_{*в}$ и поперечная $\omega_{*в}$. Появление поперечной скорости вызвано тем, что действительные оси вращения вихрей даже в плоском потоке ориентированы не под прямым углом к плоскости движения, а под различными углами, изменяющимися в широких пределах. Это вызвано тем, что любое вихреотделение вызывает появление поперечных перемещений масс основного потока, неизбежно вызывающее различную ориентацию осей вихрей.

В теоретическом определении вертикальной скорости вихреотделений это учтено тем, что среднее значение подъемной силы N , возникающей на вихре, берется в виде доли от наибольшего ее значения.

Для баланса энергии элементарного объема турбулентного плоского потока необязательно учитывать часть энергии, которая связана с поперечными перемещениями, так как результирующее изменение энергии элементарного объема вследствие поперечных перемещений всегда равно нулю. Эти поперечные скорости всегда будут иметь значение того же порядка, что и v_* , и распределение их мгновенных значений будет симметричным, а осредненное значение будет равно нулю.

Отметив эти характерные качественные черты распределения

пульсационных составляющих, перейдем к выяснению вопросов о распределении пульсаций в отдельной точке потока и затем по глубине его.

Итоги прежних широко известных отечественных исследований А. М. Великанова, Е. М. Минского, А. В. Караушева, Б. А. Фидмана, Н. А. Михайловой, Н. С. Шарашкиной, С. С. Чугунова и др., а также зарубежных (Мотцфельда, Рейхарта и др.) существенно дополнены данными экспериментальных исследований И. К. Никитина (1955—1959 гг.).

Для иллюстрации пути установления некоторых положений, вытекающих из анализа экспериментальных данных, на рис. 11 представлен отрезок записи пульсации продольных скоростей.

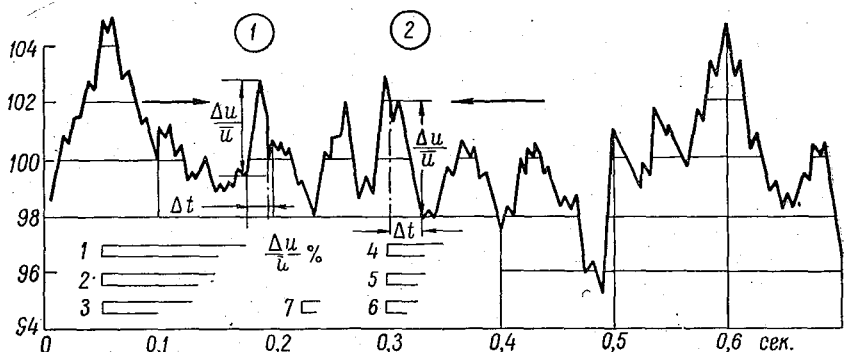


Рис. 11. График пульсации продольных скоростей.

Одна из пульсаций, отмеченная на рис. 11 цифрой 1, имеет длительность $\Delta t_1 = 0,02$ сек. и относительную амплитуду $\frac{\Delta u}{u}$, равную 3,4% (от 99,4 до 102,8%). Отметив последовательно все зарегистрированные пульсации и пройдя таким образом весь график слева направо и затем справа налево, получаем первичные значения Δt ; $\frac{\Delta u}{u}$. Но большинство первичных колебаний является наложенными на более крупные по размаху и длительности. Удаляя наиболее мелкие из них с амплитудой, положим, от 1 до 2%, выделим затем более крупные пульсации с амплитудой 2—4, 4—6% и т. д., как это показано линейными отрезками (1—7 на рис. 11).

Одновременно определим общую длительность t_i колебаний данной амплитуды и число их n_i за общее время измерения T , за которое поток в точке измерений прошел путь $L = T\bar{u}$. Тогда $t_i \bar{u}$ будет равно общей длине всех колебаний данной амплитуды

$t_i \bar{u} = s_i$; значение $\frac{s_i}{n}$ будет определять среднюю длину возмущения Δs , и отношение $l = \frac{L}{n}$ будет средним расстоянием между возмущениями этого размаха.

Отношение же

$$\frac{n_i}{L} = \omega_i$$

будет являться линейной частотой пульсаций (возмущений) данной амплитуды.

Число Рейнольдса их относительного движения будет определяться выражением

$$R_{b_i} = \frac{\Delta u_i \Delta s_i}{\nu}$$

Характеристикой энергии этого относительного движения будет выражение

$$E_i = \rho (\Delta s_i)^3 \frac{(\Delta u)^2}{2}$$

Обозначим среднее значение E для группы малых пульсационных возмущений с $\frac{\Delta u}{u} = 1-2\%$ через E_1 ; тогда $\frac{E_i}{E_1}$ будет показывать порядок отношения энергии пульсационных возмущений данной группы к E_1 .

Для иллюстрации в табл. 2 приведены эти значения по данным измерений в точке на полувысоте потока глубиной 0,10 м при $u = 0,4$ м/сек и $Re = 36\ 000$. Они и дают представление о спектре пульсационных возмущений в этих частных условиях.

Таблица 2

$\frac{\Delta u_i}{u} \%$	1—2	2—4	4—6	6—8	8—16	16—24
Группы . . .	B	B ₃	B ₂	B ₁	A ₂	A ₁
ω 1/м . . .	41	6	2,7	1,1	0,15	0,07
$R_{b_i} \sim$. . .	20	60	160	300	1000	4000
$\frac{E_i}{E_1}$	1	30	600	3600	22·10 ³	880·10 ³

В группы А входят пульсации наибольшей энергии и размеров, имеющие малую частоту; назовем их возмущениями первого порядка. Молярные массы меньшего размера еще связаны с высотой шероховатости русла, размеры же наибольших из них ограничены глубиной потока. Продольные размеры их в не-

сколько раз больше поперечных, и наибольший поперечный размер может достигать 0,1—0,2 глубины потока.

Группы Б включают пульсации несколько большей частоты как самостоятельных вихреотделений и молярных масс потока, вызванных ими, так и продуктов первого этапа деления молярных масс группы А. Размеры их и энергия меньше, чем у группы А; назовем их группой средней частоты.

Возмущенные группы В состоят как из мелких самостоятельных вихреотделений и молярных объемов, вызванных вихреотделениями, так и из продуктов деления и распада возмущений групп А и Б. Они имеют большую частоту, малые размеры и обладают малым уровнем энергии относительного движения, в дальнейшем именуется группой высокочастотных возмущений.

Средние размеры возмущений групп средней и высокой частоты находятся в прямой связи с высотой выступов шероховатости.

Последующая группа возмущений со значениями $\frac{\Delta u_i}{u}$ меньше 1% является группой вырождающихся возмущений, т. е. продуктов распада групп А, Б, В, энергия которых во взаимодействиях вязкостного характера переходит в теплоту.

2. Изменение уровня пульсаций по глубине потока

Выше было отмечено, что пульсационные добавки Δu основных групп пульсационных возмущений пропорциональны скоростям турбулизирующих вихреотделений.

Вертикальные скорости вихреотделений изменяются по глубине по формуле (3.14)

$$\frac{v_*}{v_{*в}} = \frac{b}{y}.$$

Следовательно, живая сила единицы массы вихреотделений будет изменяться по отношению к начальному запасу пропорционально

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{b}{y}\right)^2.$$

Это отношение показывает, что вырождение возмущений при переходе их по каскаду в низший порядок происходит наиболее интенсивно на последних ступенях — группах, для которых мал b , т. е. «живучесть» их до потери индивидуальности пропорциональна размеру.

Подавляющая часть начального запаса энергии каждого крупного и среднего возмущения (не принимая во внимание пульсационных изменений давления) затрачивается на турбу-

лентный массообмен со смежными массами. Этот массообмен характерен тем, что если вовлекаемым смежным массам сообщается энергия в размере E , то в таком же размере происходит потеря энергии на механизм передачи этой энергии путем перехода ее в вихревую энергию массообмена; и лишь небольшая ее часть порядка сотых долей E переходит непосредственно в тепловую.

Переход подавляющей части энергии движения всех возмущений в тепловую происходит преимущественно на последней стадии их существования, т. е. на стадиях вырождения групп В.

Из этой картины ясно, что самые мелкие вихреотделения теряют свою энергию и индивидуальность уже на небольших расстояниях от стенки и далее в толще потока среднее статистическое значение будет определяться лишь совокупностью оставшихся более крупных вихреотделений.

Поэтому уменьшение по глубине потока вертикальных скоростей совокупности вихреотделений, еще не вступивших в стадию вырождения, будет менее интенсивным, чем для одного отдельно взятого среднего вихреотделения. И если для последнего вертикальные скорости изменялись линейно пропорционально $\frac{b}{y}$, то для совокупности их они будут уменьшаться значительно медленнее, т. е. пропорционально

$$\frac{v'_*}{v'_{*B}} = \left(\frac{b}{y}\right)^m, \quad (3.17)$$

где m существенно меньше единицы. А так как и продольные пульсационные добавки пропорциональны среднему уровню значений вертикальных скоростей вихреотделений, то и их изменение по высоте также будет характеризоваться медленным уменьшением по глубине потока от стенки к поверхности последнего.

Рассматривая картину изменения по глубине вертикальных составляющих, надо иметь в виду, что в результате торможения потока механизмом турбулизации в толще потока создаются все условия, необходимые для поддержания существования вторичных структур, предсказанных Н. Е. Жуковским и выявленных в опытах Л. Прандтля. Внутри каждой такой структуры возникают вертикальные скорости, изменяющиеся от $+v'$ до $-v'$ (см. схему / рис. 10).

Распределение их по глубине потока характеризуется интенсивным уменьшением размеров этих структур по мере приближения к стенке, непосредственно у стенки и малым изменением в толще потока.

Измеряемые же значения вертикальных скоростей в потоке являются суммой значений v' для вторичных структур и для вихреотделений v'_* и вызываемых ими обратных перемещений

основных масс потока со скоростями v . Характер изменения v по глубине потока показан на схеме II рис. 10.

Общая же картина изменения по глубине вертикальных скоростей, имеющих различное указанное выше происхождение, представлена на схеме IV рис. 10.

Так как вертикальные скорости изменяются во времени в каждой точке по величине и знаку, то наиболее удобной характеристикой их дисперсии является среднеквадратичное значение σ_V .

Теоретическим путем (с определением постоянной по данным опыта) оказалось возможным определить значение σ_{*B} лишь в районе вихреотделений, где значение v' вторичных структур мало в сравнении со значением начальной скорости вихреотделений v_{*B} . В этом месте, т. е. при $y=b$, значение дисперсии примерно равно половине v_{*B} и, следовательно, по (3.12)

$$\sigma_{V_B} = \frac{V}{2 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = V \frac{2 \sqrt{2g}}{C} = \frac{8,8 V}{C}, \quad (3.18)$$

где C — параметр Шези (1.27).

В области $y < b$ вертикальные составляющие по указанным ранее причинам уменьшаются почти линейно. Для области $y > b$ изменение дисперсии по глубине можно определить по последним наиболее точным данным опытов И. К. Никитина. Эмпирическое обобщение этих данных позволило установить, что значение σ_V уменьшается в сравнении с σ_{V_B} в соответствии с выражением

$$\frac{\sigma_V}{\sigma_{V_B}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{y-b}{2H}\right)^2}.$$

Или, подставляя значение σ_{V_B} по (3.18) получаем формулу

$$\frac{\sigma_V}{V} = \frac{1}{\left(1 + \frac{y-b}{2H}\right)^2 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = \frac{8,8}{C \left(1 + \frac{y-b}{2H}\right)^2}, \quad (3.19)$$

представленную на схеме IV рис. 10.

Эта кривая показывает, что по мере удаления от стенки вследствие вырождения мелких вихреотделений решающая роль в дисперсии последовательно переходит к более редким, но и более крупным вихреотделениям. Вследствие этого уровень дисперсии в толще потока медленно уменьшается к поверхности.

§ 4. ТУРБУЛЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ

1. Рассеяние от источника-точки

Рассмотрение пульсаций вертикальных и поперечных скоростей дает возможность установить основные характеристики процесса турбулентного рассеяния любой субстанции, состоящей из частиц той же плотности, что и среда потока, с малым уровнем собственной энергии, в силу чего они перемещаются только несущими их массами потока.

Будем рассматривать траектории таких частиц, проходящих через заданную точку A (см. схему VI рис. 10) на различных расстояниях от последней по оси x .

Для этого начнем отодвигать створ фиксации следов траекторий на различные расстояния от A до того расстояния x_0 , на котором траектории еще могут рассматриваться как отрезки прямых. Дальше этого траектории уже будут претерпевать изломы. Поэтому на расстояниях до x_0 вертикальные и поперечные отклонения каждой траектории от продольной оси будут линейно пропорциональны расстоянию x , как и их дисперсия $\sigma_y \approx \sigma_z$. Это означает, что отношение последней к расстоянию будет постоянным, не зависящим от длины, т. е.

$$\sigma_y = \alpha x; \quad \frac{\sigma_y}{x} = \alpha = \text{const} = \frac{\alpha}{x_0},$$

где независимость относительного отклонения от длины отмечена нулевой степенью x в знаменателе.

Для расстояний $x > x_0$, как доказал М. А. Великанов [1], σ_y будет пропорциональным \sqrt{x} , следовательно,

$$\sigma_y = \alpha_1 \sqrt{x}; \quad \frac{\sigma_y}{x} = \frac{\alpha_1}{x^{0,5}},$$

т. е. для малых расстояний

$$\frac{\sigma_y}{x} = \frac{\alpha}{x^0},$$

а для больших расстояний

$$\frac{\sigma_y}{x} = \frac{\alpha_1}{x^{0,5}}. \quad (3.20)$$

Но выше уже установлено, что возмущения, вызывающие вертикальные и поперечные отклонения, имеют очень широкий спектр размеров.

Поэтому одно и то же расстояние x будет малым для возмущений и молярных масс больших размеров и большим для возмущений и молярных масс малых размеров. В силу этого дейст-

вительный режим рассеяния, определяемый всей совокупностью молярных масс и возмущений, будет промежуточным между указанными крайними и, следовательно, обратно пропорциональным расстоянию в степени средней между нулевой и 0,5, т. е. равной около 0,25,

$$\frac{\sigma_y}{x} = \frac{\alpha_2}{x^{0,25}}$$

Требования размерности определяют, что постоянная α_2 , не зависящая от x , имеет размерность длины в степени 0,25.

Так как размеры решающих в процессах турбулентного рассеяния вихреотделений и молярных масс турбулентного обмена для главных групп возмущений зависят от высоты выступов шероховатости Δ , то очевидно, что постоянная α_2 будет пропорциональна Δ и равна $\alpha_2 = \alpha_3 \Delta^{0,25}$.

После замены α_2 последнее соотношение получает вид

$$\frac{\sigma_y}{x} = \alpha_3 \left(\frac{\Delta}{x} \right)^{0,25} \quad (3.21)$$

2. Изменение рассеяния по глубине потока

Предварительно необходимо определить значение постоянной α_3 формулы (3.21).

Рассмотрим створ наблюдений на малом расстоянии от точки A , а именно на расстоянии, равном величине Δ , т. е. $x = \Delta$.

Тогда эта формула примет вид

$$\left(\frac{\sigma_y}{x} \right)_{x=\Delta} = \alpha_3$$

Но

$$\alpha_3 = \left(\frac{\sigma_y}{x} \right)_{x=\Delta} = \frac{\sigma_V dt}{u dt} \approx \frac{\sigma_V}{V}$$

Выше было установлено, что в рассматриваемой точке A , находящейся на расстоянии y от дна, по (3.19)

$$\alpha_3 \approx \frac{\sigma_V}{V} = \frac{2\sqrt{2g}}{C \left(1 + \frac{y-b}{2H} \right)^2} \approx \left(\frac{\sigma_y}{x} \right)_{\Delta=x}$$

Подставляя это значение в (3.21), получаем окончательно

$$\frac{\sigma_y}{x} = \frac{2\sqrt{2g}}{C \left(1 + \frac{y-b}{2H} \right)^2} \left(\frac{\Delta}{x} \right)^{0,25} \quad (3.22)$$

Все известные итоги экспериментальных исследований, как и приведенные выше соображения принципиального характера, показывают, что плотность распределения практически близка к нормальному симметричному, описываемому уравнением

$$p = f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}. \quad (3.23)$$

Этим уравнением определяется, что общий контур турбулентного рассеяния, в пределах которого сосредоточено 99,7% всей совокупности отклонений, находится в пределах от $+3\sigma_y$ до $-3\sigma_y$. В пределах $\pm 2\sigma_y$ находится 99,4% всей совокупности, в пределах $\pm \sigma_y$ находится 68,3%. Пространство, в пределах которого сосредоточено 99,7% всей совокупности траекторий, будет определяться значениями $\pm 3\sigma_y$.

И так как вертикальные и поперечные отклонения имеют одинаковый порядок, то уравнение

$$\pm \frac{3\sigma_y}{x} = \frac{6\sqrt{2g}}{C \left(1 + \frac{y-b}{H}\right)^2} \left(\frac{\Delta}{x}\right)^{0,25} \quad (3.24)$$

будет описывать пространственный коноид турбулентного рассеяния; вид этого коноида показан на схеме VI рис. 10.

Во всем пространстве потока, в котором на режим рассеяния еще не оказывают ограничивающего влияния границы потока, коноид осесимметричен. У ограничивающих же поверхностей (дно, поверхность) коноид сплющивается по мере приближения точки А к границам потока.

Расстояние x_H , на котором любая субстанция, вводимая в поток на половине глубины его, распространится на всю глубину, определяется тем, что для него $H = 6\sigma_y$.

Формула, определяющая это расстояние, будет иметь вид

$$\frac{x_H}{H} = \frac{C}{3\sqrt{2g}} \left(\frac{x_H}{\Delta}\right)^{0,25}$$

За пределами длины потока, на которой встречаются все возмущения, даже самых наибольших размеров, рассеяние будет пропорциональным \sqrt{x} .

Эти результаты могут служить отправной базой для решения ряда вопросов, сводимых к задаче о точечной диффузии субстанций с частицами малой энергии, собственные скорости распространения которых малы в сравнении с поперечными скоростями потока (растворы в потоке и сбросы вод с продуктами технологического, радиохимического и биологического распада).

3. Замечания о турбулентности нерусловых потоков

Турбулентность является природой многих и разнообразных процессов, входящих в сферу ряда отраслей знания (гидро- и аэромеханика, газодинамика и т. д.).

Многочисленны и разнообразны научно-технические проблемы, в которых турбулентное движение является главным объектом и содержанием или же основой, на которой развиваются другие изучаемые процессы. Проблемы турбулентности, рассматриваемые в смежных с гидрологией отраслях океанологии и динамической метеорологии, существенно отличаются от вопросов турбулентного движения, изучаемых в механике русловых потоков, как по неизмеримо большим масштабам пространств, в которых развиваются движения турбулентного характера, так и по основным физическим факторам возникновения, развития и поддержания турбулентности.

Основные особенности турбулентного характера движения в атмосфере и водных масс в море обусловлены различиями в условиях взаимодействия этих течений на границах со смежной средой в сравнении с условиями, имеющимися в русловых потоках.

Внутри пространства с турбулентным характером движения существует область, в которой одностороннее влияние границ уменьшается настолько, что можно говорить о развитой турбулентности, характеризующейся сравнительной однородностью смежных объемов и однотипностью спектров турбулентности.

Изучение закономерностей турбулентности этих областей является задачей и содержанием специальной теоретической проблемы.

§ 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вся сумма имеющихся в настоящее время данных позволяет выяснить лишь некоторые из основных вопросов структуры турбулентного руслового потока. Рассмотрение их, произведенное для обоснования ряда расчетных связей, привело к следующим результатам.

1. Анализ уравнений Громеки — Лэмба позволил А. А. Саткевичу установить появление поперечных (подъемных) усилий вихревого происхождения. Эти усилия достигают наибольшего значения на вихрях в районе стенки и принуждают их отделяться в толщу потока, почему и названы Саткевичем принужденными.

2. Импульс подъемной силы сообщает массе этих вихрей количество движения с начальной скоростью $v_{*в}$ по нормали к стенке, определяемой местными продольными скоростями в районе вихреотделения. Расчетное значение этой скорости за-

висит от средней скорости потока и относительной шероховатости

$$v_{*в} = \frac{V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

Наибольшего значения скорости вихреотделения достигают на расстоянии от дна, равном половине высоты вихрей b

В пристенной области $y < b$ значения v_* уменьшаются по мере приближения ко дну (см. рис. 10).

3. При прохождении (проникании) толщи потока вихрями, отделяющимися от стенки, поперечная скорость перемещения отдельного вихря уменьшается в соответствии с выражением

$$\frac{v_*}{v_{*в}} = \frac{b + c}{y + c} \approx \frac{b}{y}$$

Но для всей совокупности вихреотделений уменьшение скоростей v_* в толще потока будет менее интенсивным, пропорциональным

$$\frac{v_*}{v_{*в}} \approx \left(\frac{b}{y}\right)^m,$$

где m — меньше единицы.

Это явление связано с тем, что от стенки отделяются вихри различных размеров и частоты, а малые из них вырождаются на небольших расстояниях от стенки. Группы крупных вихреотделений играют решающее значение в процессах распространения в толще потока тепла, растворов, наносов и суспензий. Они относительно редки и отличаются от вихреотделений других групп большей энергией и большим временем существования до потери своей энергии и индивидуальности. Группы вихреотделений средних размеров имеют большую частоту, но меньший начальный запас энергии, поэтому они теряют большую часть своей энергии на меньшем расстоянии.

Вихреотделения средней частоты и размеров имеют решающее значение в процессах формирования поля продольных скоростей и не малое значение в процессах турбулентного рассеяния и распространения различных субстанций.

Размеры вихреотделений средних и больших размеров непосредственно связаны с высотой выступов шероховатости.

Вихреотделения малых размеров имеют высокую частоту; начальный запас их энергии проникания мал, и они вырождаются на малых расстояниях от стенки.

В толще потока возмущения (вихреотделения) крупных и средних размеров в процессах проникания распадаются, по-

рождая молярные массы меньших размеров и больших частот, которые в последующем превращаются в более мелкие и, наконец, переходят в стадию вырождения в процессах вязкостного взаимодействия.

4. В процессах торможения потока вихреотделениями, формирующими поле продольных скоростей, внутри потока создаются условия, достаточные для поддержания структур вторичного происхождения с механизмом перемещения частиц, напоминающим движение гусеницы трактора. При перемещении этих структур в них возникают вертикальные скорости, величина которых в толще потока нередко бывает больше скоростей основных турбулизирующих вихреотделений.

Измерениями фиксируются результирующие значения вертикальных скоростей основных вихреотделений и вторичных структур.

Характеристикой этих результирующих значений может служить дисперсия их мгновенных значений, определяемая среднеквадратичным значением последних. Изменение этой характеристики по глубине потока определяется расчетной формулой (3.19), установленной по данным опытов последнего времени.

5. Величина местной дисперсии вертикальных скоростей в любой точке потока определяет режим турбулентного рассеяния вблизи этой точки.

Если рассматривать траектории всех частиц жидкости или проносимых потоком субстанций, проходящих через данную точку, то на небольших расстояниях от последнего эти траектории близки к отрезкам прямых линий. Поэтому поперечное отклонение их от продольной оси, проходящей через данную точку, будет линейно пропорциональным пройденному пути. На больших же расстояниях от рассматриваемой точки эти поперечные отклонения пропорциональны, как это доказал М. А. Великанов, квадратному корню из пройденного пути.

Но так как через заданную точку проходят возмущения, структуры и молярные массы разных размеров, то на одном и том же расстоянии от нее траектории малых масс будут испытывать переломы, а траектории больших масс еще будут близки к прямым. Поэтому для большой совокупности всех масс, структур и вихрей, прошедших через заданную точку, режим рассеяния траекторий по длине будет средним между указанными выше предельными.

Границы пространства, в котором сосредоточено 99,7% всех траекторий, прошедших через заданную точку, являются коноидом рассеяния, радиус сечения которого в любом сечении равен утроенному значению среднеквадратичного отклонения. Этот коноид турбулентного рассеяния описывается выражением (3.24) и представлен на схеме VI рис. 10.

ПРЯМОЛИНЕЙНЫЙ ПОТОК ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

§ 1. ПОЛЕ СКОРОСТЕЙ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОТОКА НЕПРОСТРАНСТВЕННОГО ТИПА

Для рассмотренных выше отправных наиболее простых форм турбулентного потока равномерного режима, т. е. для плоского потока и цилиндрической трубы, наиболее характерным обстоятельством было то, что касательные напряжения в них были одинаковы по всему смоченному периметру и точно равны напряжениям действующих сил на стенке.

Но среди русловых потоков даже основных форм часто встречаются потоки, в которых местные касательные напряжения сопротивлений на стенке оказываются не равными напряжениям действующих усилий на стенке.

Наиболее простым и в то же время основным видом их является открытый прямолинейный поток прямоугольного сечения или же напорная труба прямоугольного сечения.

Это сечение высотой H , шириной $2B$ с высотой выступов верхней стенки и дна Δ_d и боковых стенок Δ_c можно рассматривать (как увидим далее, лишь в определенных условиях) как удвоенный, симметрично дополненный сверху, открытый поток высотой H . Этот поток будет симметричным по ширине, а поэтому необходимо рассмотреть поведение потока лишь в одной его половине высотой H и шириной B .

Очевидно, что наибольшая местная скорость u_{00} будет находиться в точке, наиболее удаленной от тормозящих горизонтальных и вертикальных стенок сечения, т. е. в поставленных выше условиях, в геометрическом центре на полуширине B и высоте H . На осевой вертикали, все точки которой находятся в равном и наибольшем удалении от боковых стенок, профиль скоростей будет являться профилем плоского потока

$$u_{0y} = u_{00} \frac{\ln \frac{y + c_d}{c_d}}{\ln \frac{H}{c_d}} \quad (4.1)$$

и по горизонтальной оси симметрии, т. е. на поверхности открытого сечения,

$$u_{0z} = u_{00} \frac{\ln \frac{z + c_c}{c_c}}{\ln \frac{B}{c_c}} \quad (4.2)$$

Местная скорость в любой точке с координатами y, z будет равна

$$u = u_{0в} \frac{\ln \frac{y + c_d}{c_d}}{\ln \frac{H}{c_d}}.$$

Выражая $u_{0в}$ через u_{00} по (4.2), получаем

$$u = u_{00} \frac{\ln \frac{y + c_d}{c_d}}{\ln \frac{H}{c_d}} \frac{\ln \frac{z + c_c}{c_c}}{\ln \frac{B}{c_c}}. \quad (4.3)$$

Расход сечения будет равен

$$Q = 2 \int_0^B \int_0^H u \, dz \, dy = \frac{2u_{00} c_c c_d}{\ln \frac{H}{c_d} \ln \frac{B}{c_c}} \left[\frac{H + c_d}{c_d} \left(\ln \frac{H + c_d}{c_d} - 1 \right) + 1 \right] \times \\ \times \left[\frac{B + c_c}{c_c} \left(\ln \frac{B + c_c}{c_c} - 1 \right) + 1 \right].$$

Значения c_d и c_c малы в сравнении с H и B , поэтому

$$\frac{B}{c_c} + 1 \approx \frac{B}{c_c}; \quad \frac{H}{c_d} + 1 \approx \frac{H}{c_d}.$$

Представляя одновременно вычитаемые единицы в квадратных скобках в виде $\ln 2,71 = 1$, получаем, что

$$Q = 2BH u_{00} \frac{\ln \frac{H}{2,71 c_d}}{\ln \frac{H}{c_d}} \frac{\ln \frac{B}{2,71 c_c}}{\ln \frac{B}{c_c}}. \quad (4.4)$$

Этот же расход, подсчитанный по средней скорости, равен $2BHV$, что и дает возможность установить связь между средней скоростью сечения и наибольшей местной скоростью, отношение которых часто называют уравнением «качества сечения», или просто качеством сечения

$$\frac{V}{u_{00}} = \frac{\ln \frac{H}{2,7 c_d}}{\ln \frac{H}{c_d}} \frac{\ln \frac{B}{2,7 c_c}}{\ln \frac{B}{c_c}}. \quad (4.5)$$

Подставляя в (4.3) значение u_{00} по последнему выражению, получаем уравнение поля скоростей в функции средней скорости

$$\frac{u}{V} = \frac{\lg \frac{y + c_d}{c_d}}{\lg \frac{H}{2,7 c_d}} \frac{\lg \frac{z + c_c}{c_c}}{\lg \frac{B}{2,7 c_c}}. \quad (4.6)$$

Это же выражение будет являться и уравнением изотак, для чего левую часть принимаем постоянной, равной, например: 1,2; 1,1; 1,0; 0,9; 0,8 и т. д.

На рис. 12 показаны полученные выше характеристики поля скоростей.

Над левой половиной прямоугольного сечения показаны:

а) на верхней кривой — местные скорости на поверхности потока,

б) на нижней кривой — распределение по ширине потока местных скоростей u_{Δ} на вершинах выступов дна.

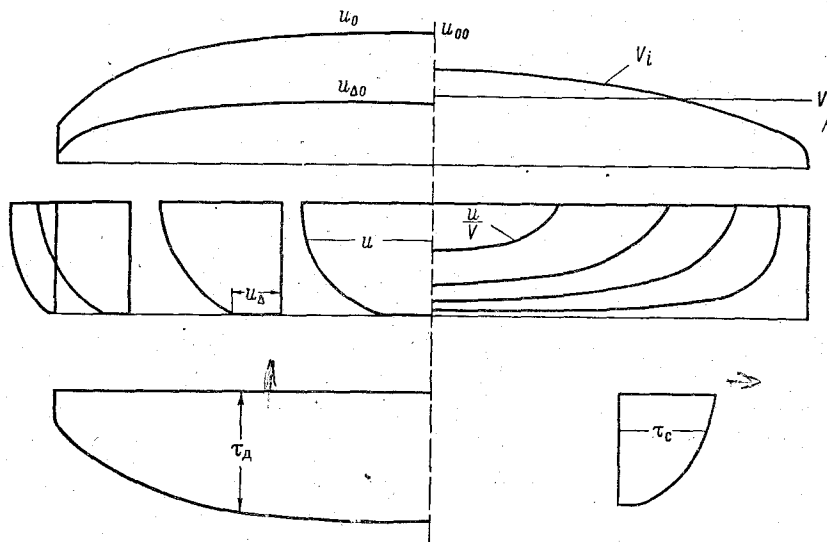


Рис. 12. Расчетное поле скоростей и касательные напряжения на стенках в потоке прямоугольного сечения.

Значение последних определяется путем замены

$$c_d = 0,06\Delta_d; c_c = 0,06\Delta_c$$

при значениях $y = \Delta$; т. е. по выражению

$$\frac{u_{\Delta_d}}{V} = \frac{1,25}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} \frac{\lg \frac{16,7 z + \Delta_c}{\Delta_c}}{\lg \frac{6,15 B}{\Delta_c}}$$

На боковых стенках значение u_{Δ_c} будет соответственно равно

$$\frac{u_{\Delta_c}}{V} = \frac{1,25}{\lg \frac{6,15 B}{\Delta_c}} \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta_d}{\Delta_d}}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta_d}}$$

Значение местной скорости на вершине выступов, в углу между вертикальной стенкой и дном, будет равно

$$\frac{u_{\Delta_{cl}}}{V} = \frac{1,56}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta_d} \lg \frac{6,15 B}{\Delta_c}}$$

Над правой половиной сечения показано изменение по ширине средних скоростей вертикалей V_i , и на самом сечении, на правой половине его, показано поле изотак по уравнению (4.6).

§ 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ПОЛНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ

1. Касательные напряжения сопротивлений

В теории плоского турбулентного потока установлено, что касательное напряжение сопротивлений пропорционально квадрату наибольшей местной скорости u_l , находящейся на расстоянии l по нормали от стенки, т. е.

касательн. напряжения

$$\tau = \frac{\gamma u_l^2}{(4 \lg \frac{l}{c})^2} = \frac{0,33 \gamma}{(\ln \frac{l}{c})^2} \frac{u_l^2}{2g} \quad (4.7)$$

Для боковых стенок прямоугольного сечения касательные напряжения могут быть поэтому определены через местные скорости u_{0y} на осевой вертикали по (4.1), т. е. для $l=B$. Подставляя значения u_{0y} , получаем, что на боковых стенках

$$\tau_c = \frac{0,33 \gamma}{\left(\ln \frac{B}{c_c}\right)^2} \frac{u_{0y}^2}{2g} = \frac{0,33 \gamma \left(\ln \frac{y+c_d}{c_d}\right)^2}{\left(\ln \frac{B}{c_c} \ln \frac{H}{c_d}\right)^2} \frac{u_{00}^2}{2g},$$

или, выражая u_{00} через среднюю скорость сечения по (4.5)

иначе

$$\tau_c = \frac{0,33 \gamma \left(\ln \frac{y+c_d}{c_d}\right)^2}{\left(\ln \frac{B}{2,7 c_c} \ln \frac{H}{2,7 c_d}\right)^2} \frac{V^2}{2g} \quad (4.8)$$

аналогичным путем устанавливаются значения касательных напряжений и для дна

иначе

$$\tau_d = \frac{0,33 \gamma \left(\ln \frac{z+c_c}{c_c}\right)^2}{\left(\ln \frac{B}{2,7 c_c} \ln \frac{H}{2,7 c_d}\right)^2} \frac{V^2}{2g} \quad (4.9)$$

На рис. 12 кривой, расположенной внизу слева, показано изменение по ширине потока τ_d и на графике внизу справа — изменение τ_c по высоте боковых стенок.

Подчеркнем особо, что при этом касательные напряжения сопротивлений изменяют свою величину по периметру потока, увеличиваясь на дне к середине сечения и на стенках к поверхности. Напомним, что в плоском потоке и в трубе они остаются неизменными по всему смоченному периметру.

Полное сопротивление профиля будет равно

$$W = 2 \left(\int_0^H \tau_c dy + \int_0^B \tau_b db \right). \quad (4.10)$$

Точное значение интегралов оказывается, однако, [2] неявной функцией главных характеристик прямоугольного сечения, поэтому оно не может быть использовано для дальнейшего анализа роли этих главных характеристик.

Поскольку распределение местных касательных напряжений на профиле уже известно по (4.8) и (4.9) и теперь необходимо определить уже полное сопротивление профиля, можно вместо логарифмических выражений использовать достаточно точную и надежную для определения W аппроксимацию

$$\frac{u}{u_l} = \frac{\ln \frac{x+c}{c}}{\ln \frac{l}{c}} \approx \left(\frac{x}{c} \right)^m = \left(\frac{x}{l} \right)^m, \quad (4.11)$$

где m , как это будет показано в главе V, равно

$$m = \frac{0,433}{\lg \frac{l}{2,7c}},$$

вследствие чего

$$1 + 2m = \frac{\ln \frac{2,7l}{c}}{\ln \frac{l}{2,7c}}.$$

Используя эту аппроксимацию для промежуточных операций [2] и возвращаясь после интегрирования к логарифмическим выражениям, получаем значение W в следующей простой и удобной форме:

$$W = \frac{1,02 \gamma}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7c_d} \right)^2} \frac{V^2}{2g} \left[2H \left(\frac{\lg \frac{H}{2,7c_d}}{\lg \frac{B}{2,7c_c}} \right)^2 + 2B \right]. \quad (4.12)$$

Касательные напряжения сопротивлений принято выражать в долях скоростного напора в стандартной форме

$$\tau = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g}. \quad (4.13)$$

Так как V является средней скоростью потока, то и τ средним значением для всего смоченного периметра $\chi = 2B + 2H$. Поэтому полное сопротивление будет в то же время равно

$$W = (2B + 2H) \tau_{cp} = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} (2H + 2B). \quad (4.14)$$

Равенство этого выражения и (4.12) дает возможность установить значение λ

$$\lambda = \frac{1,02 \left(\lg \frac{H}{2,7 c_d} \right)^2 + 2B}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7 c_d} \right)^2 \cdot 2H + 2B}. \quad (4.15)$$

Результат
формулы

Входящий в числитель множитель

А именно
Введем
коэффициент
каждого

$$\left(\lg \frac{H}{2,7 c_d} \right)^2$$



имеет определенный физический смысл.

Если напряжение торможения потока от элемента стенки в плоском потоке высотой H равно

$$\tau_H = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7 c_d} \right)^2} \frac{V^2}{2g},$$

то в том случае, если высота потока была бы равна B , торможение будет равным

$$\tau_B = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{B}{2,7 c_c} \right)^2} \frac{V^2}{2g}.$$

Эти выражения показывают, что торможение элемента стенки, отстоящей от места нахождения наибольшей скорости на относительном расстоянии $\frac{B}{c_c}$, будет меньше, чем торможение элемента стенки с относительным расстоянием $\frac{H}{c_d}$, в α раз, равное

$$\alpha = \left(\frac{\lg \frac{H}{2,7 c_d}}{\lg \frac{B}{2,7 c_c}} \right)^2.$$

Если поставим себе задачу привести тормозящее действие боковых стенок высотой H , находящихся от центра сечения на

относительном расстоянии $\frac{B}{c_c}$, к тормозящему действию дна, находящемуся от горизонтали, проведенной через центр сечения на относительном расстоянии $\frac{H}{c_d}$, то для этого необходимо уменьшить длину обеих боковых стенок $2H$ в α раз. Тогда боковые стенки, приведенные к той же интенсивности торможения, что и дно, будут иметь длину $\alpha 2H$.

Общая длина периметра прямоугольного сечения, приведенная к напряжению торможения дна, будет равна

$$P = 2H \left(\frac{\lg \frac{H}{2,7 c_d}}{\lg \frac{B}{2,7 c_c}} \right)^2 + 2B. \quad (4.16)$$

Эту длину будем называть далее (сокращенно) приведенным периметром, в отличие от общего смоченного периметра

$$\chi = 2H + 2B.$$

2. Средняя скорость сечения

Теперь значение (4.15) получает вид

$$\lambda = \frac{1,02}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7 c_d} \right)^2} \frac{P}{\chi}. \quad (4.17)$$

Следует подчеркнуть, что H является расстоянием от дна до плоскости, в которой находятся наибольшие местные скорости, т. е. H обозначает длину нормали от дна до гидравлического центра сечения — места наибольшей местной скорости потока u_{00} .

Имея в виду, что действующая сила для потока прямоугольного сечения равна $W = \gamma 2BH i$, получаем из равенства этой силы и полного сопротивления по (4.13) и (4.17)

$$\begin{aligned} \gamma 2BH i &= \tau_{cp} (2H + 2B) = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} (2H + 2B) = \\ &= \frac{1,02 \gamma}{\left(4 \lg \frac{H}{2,7 c_d} \right)^2} \frac{P}{\chi} \frac{V^2}{2g} (2H + 2B). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Откуда, имея в виду, что $\frac{2BH}{2H+2B} = R$,

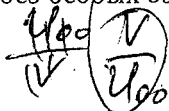
где R — гидравлический радиус, получаем

$$V = 4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \sqrt{2g R i} \sqrt{\frac{\chi}{P}}. \quad (4.19)$$

Отличаясь по составу от формулы для средней скорости плоского потока, полученное выражение для средней скорости потока в прямоугольном сечении, однако, с увеличением отношения ширины его к глубине превращается в формулу для плоского потока, так как при возрастании $\frac{B}{H}$ R стремится к H и P к χ .

§ 3. ИЗМЕРЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РЕЖИМ ПОТОКА

Полученные выше результаты дают возможность рассчитать все основные характеристики потока в прямоугольных сечениях по исходным данным $2B, H, \Delta_d, \Delta_c, i$, а именно: средние скорости, качества сечения, поля осредненных скоростей, распределения касательных напряжений и общее сопротивление профиля. Все эти характеристики, кроме касательных напряжений, можно надежно без особых затруднений измерить и в опытах.



1. Данные опыта

Значительно более сложно обстоит дело с измерениями касательных напряжений. Именно этот фактор до сего времени остается вне поля зрения механики потоков, управляемых руслом, и только недооценкой его объясняется неполноценность исследований по ряду важных вопросов в области русловых потоков. Последняя была вызвана не только сложностью теории или просто отсутствием представлений о важности ее, но и тем, что получение надежного экспериментального материала оказалось задачей исключительной трудности. Эти трудности были успешно преодолены лишь в опытах Р. Шобера 1914 г.

В лотке специальной конструкции длиной 34,0 м измерения касательных напряжений производились на участке длиной 1000 мм на каждой полосе шириной 100 мм на дне и на каждой из трех полос на стенках потока, т. е. общее число полос было равным 16. Каждая из полос была подвешена на независимой несущей системе, обеспечивающей точное определение продольных усилий на каждой полосе в условиях, сводивших к минимуму влияние конструктивных элементов системы измерения и возможные искажения механизма воздействия потока в наличии разрезных швов между отдельными пластинами.

Следует отметить, что в этих исследованиях Р. Шобера осталась неосвещенной значительно более легкая часть задачи, а именно — в его опытах осталось неизученным поле скоростей потока. Эта часть задачи была выполнена автором в 1927 г. в лотке тех же размеров, с той же шероховатостью и при тех же средних скоростях в диапазоне Re от 60 000 до 360 000.

2. Сопоставление расчетных решений с данными опытов

Обобщенные данные опытов представлены на рис. 13. На нем в правой половине сечения показано действительное поле скоростей в изотахах, а в левой — поле скоростей, рассчитанное по уравнению (4.6).

На правом нижнем графике показан типичный профиль скоростей на вертикали; при этом сплошной линией показан теоретический профиль, а точками — имеющийся в действительности.

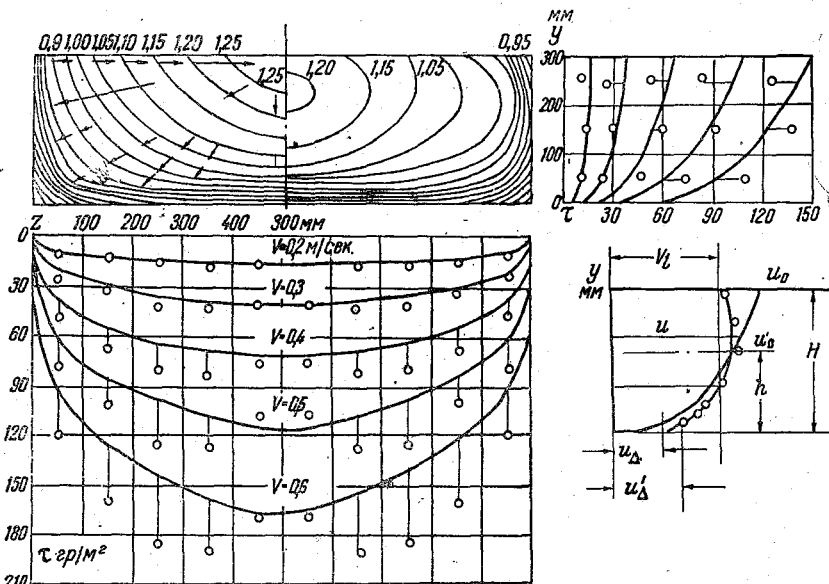


Рис. 13. Поле скоростей и распределение касательных напряжений в открытом прямоугольном сечении по данным опыта.

На левом нижнем графике точками показано распределение действительных касательных напряжений по дну. Сплошными же кривыми показано теоретическое распределение их по уравнению (4.9). При этом вертикальными отрезками точки опытных данных соединены с соответствующими расчетными данными. На правом верхнем графике сплошными линиями показано теоретическое распределение касательных напряжений на боковых стенках, а точками — данные опытов.

При рассмотрении этих данных поражает степень принципиального несовпадения теоретических решений с данными опыта.

Действительное поле скоростей существенно и принципиально отличается от теоретического, во-первых, характером самого

профиля скоростей; правая нижняя и верхняя средняя схемы показывают, что в рассматриваемом прямоугольном сечении максимальные местные скорости расположены не на поверхности, а заглублены и находятся на расстоянии h от дна.

Во-вторых, оно отличается тем, что профиль скоростей, а вместе с тем и поле скоростей имеют сложную общую тенденцию к выравниванию, выражающуюся в том, что наибольшая действительная местная скорость на профиле оказывается меньше расчетной u_{00} , и в то же время у дна действительные местные скорости существенно больше расчетно-теоретических. Причем эти явления имеют место не только для вертикальных, но и горизонтальных профилей, а следовательно, характерны и для всего поля скоростей.

Распределение касательных напряжений характерно теми же особенностями и некоторыми дополнительными обстоятельствами.

Касательные напряжения на дне оказались всюду больше расчетных; наибольший разрыв между ними находится не в середине сечения, а на расстоянии, равном $0,2B$ от нее в стороны. На середине же сечения действительные напряжения уменьшаются примерно до уровня расчетных напряжений. На боковых стенках действительные напряжения существенно больше расчетно-теоретических на нижних частях стенки и меньше последних у поверхности.

Общее действительное суммарное усилие касательных напряжений оказывается, таким образом, большим в сравнении с расчетно-теоретическим значением. Это увеличение находится в полном согласовании с изменением поля скоростей. На профиле скоростей (правый нижний график рис. 13) отчетливо видно, что скорости у дна на вершине выступов шероховатости u_{Δ} действительного поля скоростей значительно больше теоретических значений u . А вместе с этим должны быть больше и касательные напряжения, так как они пропорциональны квадрату скоростей

$$\tau = \frac{\gamma}{25} \frac{u_{\Delta}^2}{2g}$$

Но если действительные сопротивления оказываются больше теоретических, то очевидно, что соответственно должны увеличиться и действующие усилия, а так как они равны $W = \gamma 2BHi$, то при заданной ширине потока увеличение действующих сил достигается путем увеличения глубины и местного уклона. Это значит, что если поток в прямоугольном сечении мог бы существовать при расчетно-теоретическом режиме, то тот же расход проходил бы при несколько меньшей глубине в сравнении с действительной.

3. Вторичные течения

Отметим попутно, что если, сравнивая расчетно-теоретическое поле скоростей и действительное (левая и правая половины сечения, налево, вверху рис. 13), попытаться выяснить, какие дополнительные смещения элементарных расходов теоретического поля скоростей необходимо предположить, чтобы последнее превратилось бы в действительно измеренное, то пришлось бы допустить наличие смещений элементарных расходов в теоретическом поле скоростей в различных направлениях, показанных стрелками на левой половине сечения. Это означало бы необходимость появления вторичных поперечных течений в этом прямолинейном потоке, т. е. *наряду с течениями вдоль потока необходимо принять существование течений и в поперечных направлениях, что придавало бы «пространственный» характер действительному полю скоростей в таких прямоугольных сечениях.*

Но существуют ли такого рода потоки смещения в действительности? В свободных реках и на прямолинейных участках их существование было впервые обнаружено в начале нашего века Н. С. Лелявским наблюдениями над направлениями течений с помощью специального флюгера.

В лабораторных же условиях до сего времени имеются лишь немногочисленные данные, свидетельствующие о наличии таких внутренних течений в напорных треугольных и трапецидальных трубах. Некоторые данные по этому вопросу, полученные в опытах И. Никурадзе (путем введения в отдельные места поперечных сечений струй молока), приводятся в его оригинальных работах.

Существование вторичных течений в открытых потоках, изучаемых в лабораторных условиях, было обнаружено в экспериментальных исследованиях А. И. Лосиевского, но при относительно малых числах Рейнольдса. Существование их в потоках, изучаемых в лабораторных условиях при больших числах Рейнольдса, непосредственным опытом обнаружить не удается в достаточно убедительной форме, что может быть объяснено следующими соображениями.

В русловых потоках турбулентного режима скорости турбулентного обмена являются относительно небольшими по сравнению с продольными скоростями, скорости же вторичных поперечных течений имеют еще меньший порядок малости. Поэтому при обычных флуктуациях направления скоростей в данной точке потока, вызванных турбулентным перемешиванием, скорости вторичных течений не обнаруживаются только в силу того, что их значения малы в сравнении с величиной и направлением скоростей турбулентного обмена.

Надо при этом иметь в виду, что, как это будет показано далее, вторичные течения практически полностью исчезают при определенных отношениях ширины и глубины сечения.

Нельзя обойти молчанием и еще одну сторону дела. Если вторичные течения имеются, то для их поддержания необходима затрата определенной энергии. Откуда же она может быть получена? Ответ на этот вопрос можно найти в следующем.

Как указано выше, явления «пространственности», состоящие в деформации поля скоростей, заглублении гидравлического центра сечения и связанном с этим увеличении касательных напряжений сопротивления, влекут за собой (для преодоления повышенных сопротивлений) возрастание движущей силы потока, увеличение уклона или глубины (либо и того и другого фактора одновременно). Связанного с этим повышения энергии потока и оказывается достаточно для поддержания пространственного режима со вторичными течениями, ибо с точки зрения общих принципов механики движение такого пространственного потока будет находиться в условиях «консервативной» системы, для существования которой все время сохраняются факторы, необходимые для поддержания явлений «пространственности» в режиме потока.

И, наконец, говоря об итогах опытов по изучению распределения касательных напряжений, надо отметить следующее. Самый главный и важный результат их состоит в том, что этими опытами в бесспорной форме было установлено неравенство касательных напряжений по периметру прямоугольного сечения. Именно этот результат до этих опытов считали маловероятным, а после появления их описания в печати долгое время (даже и до наших дней) полностью игнорировали во многих работах, что, разумеется, серьезно ограничивает степень их полезности и плодотворности.

§ 4. УСЛОВИЯ ПОЯВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОСТИ РЕЖИМА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПОТОКА

1. Переход к условиям непространственного режима

Приведенное выше сопоставление показало, что теоретические решения оказались принципиально несовпадающими с данными опыта. Во всех ли условиях будет встречаться это несовпадение или только в каком-либо ограниченном диапазоне? В этом состоит вопрос, который был решен на последующем этапе исследований. Для разъяснения его и были предприняты опыты по изучению поля скоростей и общих сопротивлений, выполненные в 1935 г. Необходимая здесь часть их результатов, в достаточно полном виде опубликованных [2а], сводится к следующему. Опыты были выполнены для пяти ступеней глубин при различных шероховатостях дна, равных 1,0; 3,0; 7,5 и 13,3 мм, и шероховатости боковых стенок $\Delta_c = 0,17$ мм.

На рис. 14 представлено поле скоростей для всех ступеней глубин при шероховатости дна $\Delta_d = 7,5$ мм; на левых четырех графиках представлены профили относительных скоростей для осевой вертикали и вертикалей, отстоящих от стенки на расстояниях 1,0; 7,0; 15,0 см. Для них характерно наличие заглоблений гидравлического центра при всех глубинах больше 71 мм, причем относительное заглобление растет с повышением глубины потока.

На средних графиках представлены местные скорости в отношении к средней скорости данного профиля в относительных ординатах $\frac{y}{H}$. Короткими стрелками вниз показано отношение средней скорости данной вертикали к средней всего потока, причем на ординате $y=0$ показаны местные скорости, измеренные в 1,5 мм под выступами шероховатости. На правых графиках показано поле изотак для всех ступеней глубин.

Отмечается, что по мере уменьшения глубин явления пространственности на поле изотах значительно уменьшаются.

Сравнительным анализом аналогичных данных при высоте шероховатости дна, равной 1,0; 3,0 и 13,3 мм, устанавливается, что по мере увеличения Δ_d явления пространственности уменьшаются, но исчезают они полностью лишь при малых глубинах.

Следует отметить, что общая картина поля скоростей при $\Delta_d = 1,0-3,0$ мм и $H = 132-200$ мм оказывается в общем сходной с данными опытов 1927 г., явившихся продолжением опытов Р. Шюбера (1914 г.).

Главнейшие особенности скоростного поля при различных соотношениях $\frac{2B}{H}$ и $\frac{H}{\Delta_d}$ еще более наглядны при сравнении с расчетно-теоретическим полем.

Это сопоставление приведено на рис. 15 и 16, на которых в виде аксонометрических проекций поля скоростей теоретические данные, подсчитанные по уравнению (4.6), представлены в изотахах сплошными линиями и профили скоростей пунктирными линиями; данные же опыта представлены точками.

Общая картина увеличения свойств пространственности режима с уменьшением отношения $\frac{2B}{H}$ и с увеличением $\frac{H}{\Delta_d}$ обнаруживается на этих графиках с еще большей отчетливостью. В то же время становятся более ясными условия, при которых расчетно-теоретическое поле скоростей уже совпадает с данными опыта.

При глубинах $H = 62-71$ мм и $\Delta_d = 13,3$ мм теоретическое поле скоростей уже достаточно близко к данным опыта и первые признаки несходимости их и появления свойств пространственности режима возникают лишь при $\Delta_d = 3,0$ и 1,0 мм. При глубине 123-132 мм признаки пространственности режима появ-

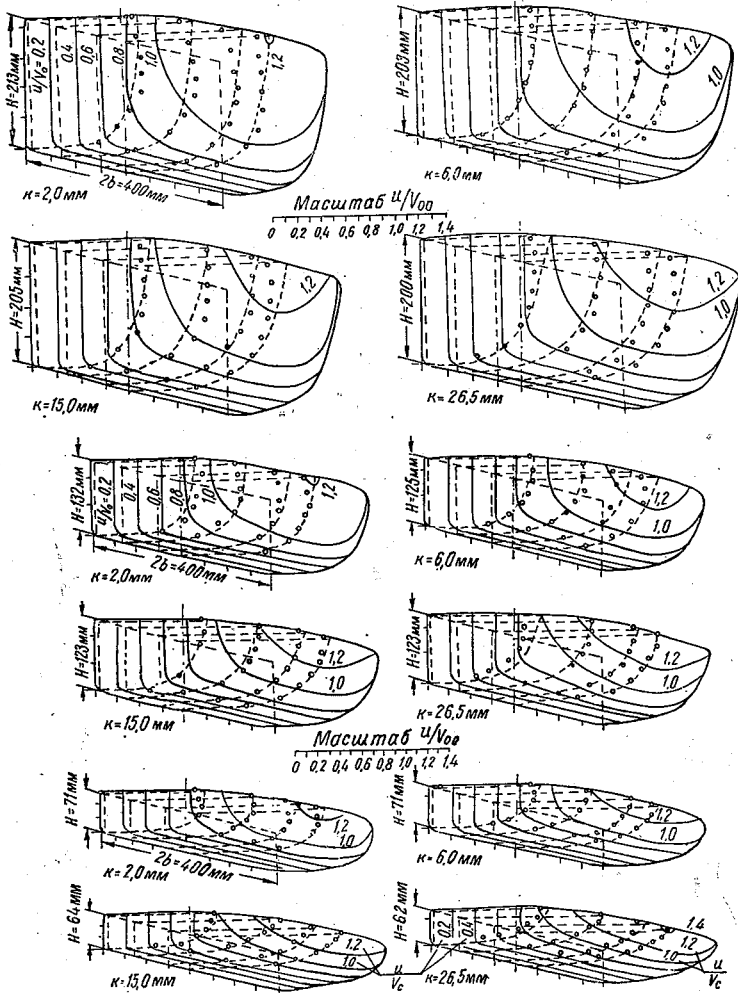


Рис. 15. Аксинометрическое поле скоростей прямоугольного сечения с отношением $\frac{2B}{H} = 6; 3; 2$.

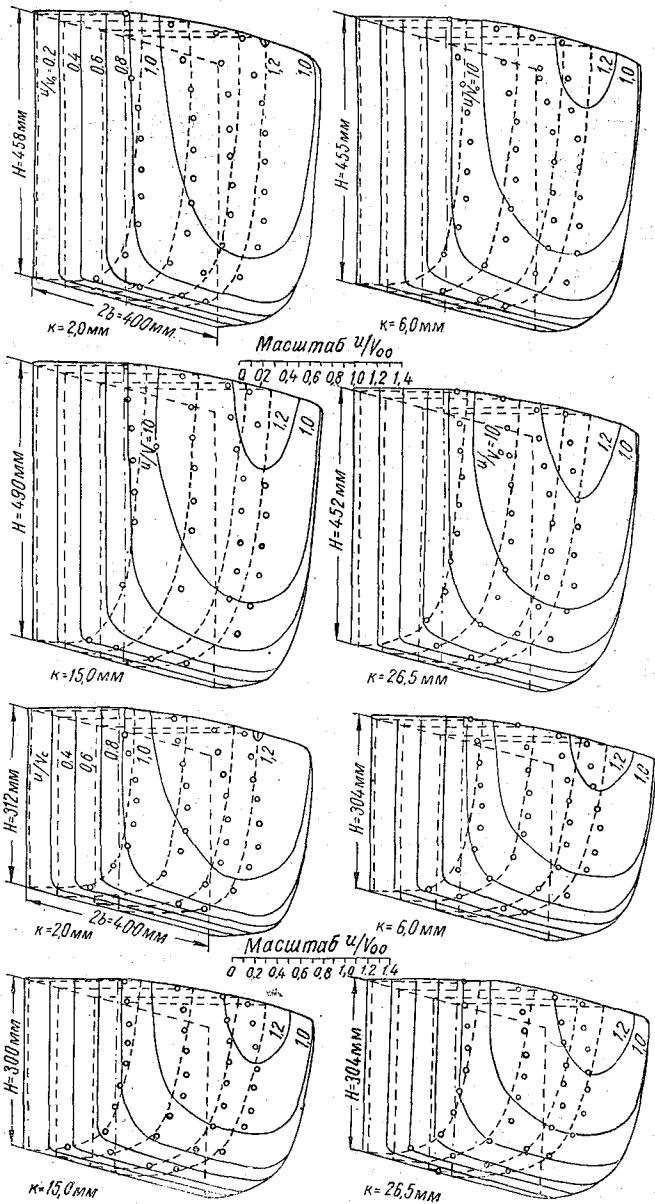


Рис. 16. Аксонометрическое поле скоростей потока
 прямоугольного сечения с отношением $\frac{2B}{H} = 1,3; 0,85$.

ляются даже при наиболее шероховатом дне. При дальнейшем повышении глубин они проявляются с возрастающей интенсивностью и принципиальная несходимость расчетных данных с опытом становится все сильнее.

Введя выше термин «пространственности» режима потока (существующий в этом же понимании в литературе по прикладной гидромеханике в течение свыше 50 лет), далее будем считать режим равномерных, прямолинейных в плане, плоских и неплоских потоков, совпадающий с теоретическими решениями поля скоростей, касательных напряжений и общих сопротивлений, основанными на теории плоского турбулентного потока — «непространственным» режимом потока.

Из приведенных выше данных опыта примером их являются потоки с глубиной 62—64 мм и высотой шероховатости дна $\Delta_d = 7,5$ и 13,3 мм, теоретическое решение для которых по полю скоростей находится в соответствии с опытом.

2. Задачи дальнейшего анализа

Укажем попутно, что неоднократные попытки разработки теории потоков пространственного режима и опыт теоретического объяснения основных явлений и свойств этого режима, предпринимаемые учеными высокой эрудиции и опыта, все же не привели к удовлетворительным результатам, даже хотя бы в направлении перспективы дальнейших исследований.

Очевидно, что до настоящего времени еще недостаточно подготовлены все отправные данные, без которых нельзя надежно анализировать эти сложнейшие вопросы. Прежде всего необходимо отметить, что до 1950 г. отсутствовала возможность накопления объективных данных, которые могли бы дать надежную оценку явлений пространственности режима в виде качественных и главное количественных характеристик.

Метод теоретического расчета поля скоростей, касательных напряжений и сопротивлений прямоугольных сечений для непространственного режима потока и сопоставление получаемых решений с данными опыта (вместе с измерениями рассеяния вдоль потока неактивных растворов) является сейчас единственным методом выявления качественных и количественных характеристик пространственного режима, получение которых необходимо для раскрытия физической природы пространственности режима.

Следует отметить, что существовавшее в начале XX века представление о большом значении явлений пространственности режима потока, позднее, в период начала крутого подъема исследований в области динамики русловых потоков, сменилось мнением о неактуальности этой проблемы.

Но именно на современном этапе, характерном интенсивным развитием экспериментальных средств исследования, эта проблема становится особенно актуальной, так как в экспериментальных исследованиях по гидромеханике потоков, управляемых руслом, почти всегда потоки в лабораторных условиях имеют явно пространственный характер.

§ 5. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ПОТОКОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РЕЖИМА

1. Границы пространственного режима

В настоящее время для изучения пространственных потоков необходимо, во-первых, установить условия, разграничивающие область непространственного режима от пространственного (в пределах отправной задачи — потока в прямоугольном сечении) и, во-вторых, установить хотя бы в первом приближении основные расчетные связи в области потоков пространственного режима.

Прежде всего необходимо уточнить представления о связи относительного расстояния от дна до гидравлического центра сечения $\frac{h}{H}$ с главными характеристиками потока.

Анализ данных опытов показывает, что $\frac{h}{H}$ возрастает по мере увеличения $\frac{2B}{H}$, причем при определенных значениях $\frac{2B}{H}$ и $\frac{\Delta}{H}$ отношение $\frac{h}{H}$ достигает наибольшего значения, равного единице.

В диапазоне имеющихся опытов, т. е. в пределах $\frac{2B}{H}$ от 0,87 до 6,5 и в пределах $\frac{\Delta}{H}$ от 4,7 до 458, связь этих характеристик может быть представлена следующей эмпирической формулой:

$$\frac{h}{H} = 1,13 \sqrt[3]{\frac{2B}{H}} \sqrt{\frac{\Delta}{H}}, \quad (4.20)$$

причем для всех значений правой части, превышающих единицу, высота h становится равной H .

Сводка данных опыта и значений $\frac{h}{H}$, полученных по формуле (4.20), представлена на рис. 17.

Имея в виду, что

$$\left(\frac{\Delta}{H}\right)^{1/6} = \frac{22,2n}{H^{1/6}}; \quad \frac{H^{1/6}}{n} = C,$$

где C — параметр Шези, получаем, что

$$\frac{h}{H} = 1,13 \sqrt[3]{\frac{2B}{H} \frac{22,2}{C}} = \frac{25}{C} \sqrt[3]{\frac{2B}{H}} \ll 1. \quad (4.21)$$

Отсюда следует, что поток перестает быть пространственным при условии, если $\frac{h}{H} = 1,0$, для которого получаем

$$\frac{2B}{H} \gg \left(\frac{C}{25}\right)^3 \approx 0,7 \sqrt{\frac{H}{\Delta_d}}. \quad (4.22)$$

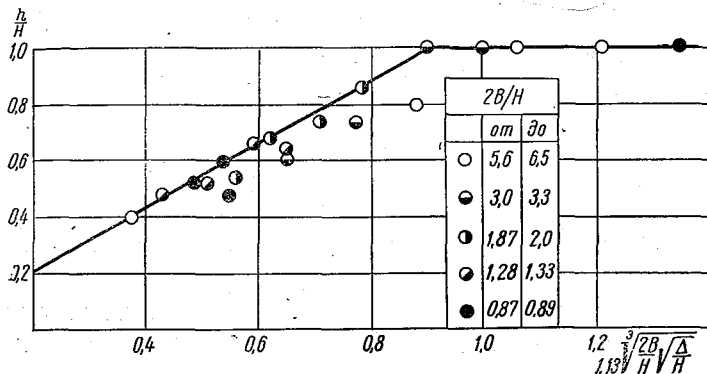


Рис. 17. Связь относительного заглубления гидравлического центра с относительной шириной прямоугольного открытого потока и относительной шероховатостью.

Таким образом, поток прямоугольного сечения будет непространственным, если отношение его ширины к глубине будет для различных C и $\frac{H}{\Delta_d}$ приблизительно равно или больше следующих значений:

$\frac{H}{\Delta_d}$	30	107	400	1500
C	40	50	60	70
$\frac{2B}{H} >$	4,1	8,0	13,6	22,0

2. Замечание о расчетах сопротивлений потока пространственного режима

Получение теоретических решений для поля скоростей, касательных напряжений и сопротивлений потока пространственного режима в прямолинейных сечениях — дело не очень близкого будущего. До получения их во многих случаях могут быть полезны следующие указания о возможности приближенного расчета части основных характеристик.

Сопротивление таких сечений для условий пространственного режима может быть определено формулой (4.18) с той разницей, что для них расстояние от дна до гидравлического центра равно h , а не полной глубине H , как это имеет место для потока непространственного режима, т. е. для потока пространственного режима будем иметь

$$\begin{aligned} \gamma 2BHi &= \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} (2H + 2B) = \\ &= \frac{1,02 \gamma}{\left(4 \lg \frac{h}{2,7 c_d}\right)^2} \frac{P}{\chi} \frac{V^2}{2g} (2H + 2B). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Значение P определяется по формуле (4.16), h по формуле (4.20) и λ , определяемое формулой (4.23), оказалось близким к данным опыта, которые были использованы для анализа пространственного режима.

Этот итог интересен еще одним автоматически вытекающим следствием, состоящим в следующем.

Структура последней формулы получена исходя из логарифмического профиля скоростей на нормали в пределах от дна до гидравлического центра h . Поэтому, если расчетные данные по сопротивлениям находятся в относительном соответствии с данными опытов, можно полагать, что и профиль скоростей для этого участка нормали не очень сильно отличается от логарифмического. А отсюда приходим к принципиально интересной возможности выяснить приближенное значение местной скорости u_Δ на вершине выступов шероховатости дна в условиях пространственного режима, а по нему и местное значение касательных напряжений.

В первом приближении для пространственного потока получаем

$$u_{\Delta \text{ пр}} = \frac{1,25V}{\lg \frac{6,15 h}{\Delta}}$$

а для плоского ранее установлено, что

$$u_\Delta = \frac{1,25V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

Определяя отношение последних выражений и используя аппроксимацию $\lg \frac{6,15H}{\Delta} \approx \alpha \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6}$, получаем, что при $\lg \frac{6,15h}{\Delta} \approx \alpha \left(\frac{h}{\Delta} \right)^{1/6}$

$$\frac{u_{\Delta \text{пр}}}{u_{\Delta}} \approx \left(\frac{H}{h} \right)^{1/6} \quad (4.24)$$

Этот вывод окажется полезным для анализа одного важного вопроса в динамике потоков с деформируемым руслом; здесь же он важен тем, что с его помощью разъясняется причина общего возрастания касательных напряжений на дне потоков пространственного режима.

Так как касательное напряжение на дне равно для плоского потока

$$\tau = \frac{\gamma}{25} \frac{u_{\Delta}^2}{2g},$$

то для условий пространственного режима оно будет близко к значению

$$\tau_{\text{пр}} = \frac{\gamma}{25} \frac{u_{\Delta \text{пр}}^2}{2g}.$$

$u_{\Delta \text{пр}} > u_{\Delta}$

Следовательно, оно будет больше при пространственном режиме в сравнении с плоским потоком и равно

$$\frac{\tau_{\text{пр}}}{\tau} = \left(\frac{u_{\Delta \text{пр}}}{u_{\Delta}} \right)^2 \approx \sqrt[3]{\frac{H}{h}}.$$

§ 6. ОСНОВНЫЕ ИТОГИ

Теория плоского турбулентного потока, обеспечив решение задачи о движении в напорной цилиндрической трубе, дает возможность подойти к решению задачи о движении потока прямоугольного сечения.

В прямоугольном сечении поток находится под тормозящим воздействием дна и стенок. Наибольшая местная скорость поэтому будет находиться в точке сечения, наиболее удаленной от тормозящих поверхностей, т. е. она будет находиться на поверхности на середине ширины (при одинаковых шероховатостях боковых стенок). Средние скорости отдельных вертикалей V_i , наибольшие местные скорости этих профилей u_0 и скорости на вершинах выступов шероховатости u_{Δ} уменьшаются к боковым стенкам по логарифмическому закону. В то же время вследствие тормозящего действия дна наибольшие местные скорости разме-

щаются на поверхности потока, а наименьшие — на уровне выступов дна и боковых стенок.

В соответствии с изменением скорости u_d на вершинах выступов дна и стенок по смоченному периметру изменяются и касательные напряжения сопротивлений τ .

Эти напряжения, изменяясь по ширине дна и высоте стенок сечения, пропорциональны квадрату местных скоростей и в то же время пропорциональны квадрату логарифма относительного расстояния элемента тормозящей поверхности до гидравлического центра по нормали к этой поверхности.

Таким образом, в отличие от плоского потока и цилиндрической трубы, в которых касательные напряжения сопротивлений по периметру постоянны, в прямоугольном сечении они изменяются, притом в широких пределах. Касательные же напряжения действующих сил в прямоугольных сечениях не изменяются по ширине потока и равны $\gamma H i$. На боковых стенках они равны нулю.

Таким образом, в прямоугольных сечениях, или, говоря более обще, во всех сечениях, не приводимых к плоской задаче, налицо существенная разница по всему периметру (за исключением двух точек) между напряжениями действующих усилий и сопротивлений.

В середине сечения касательные напряжения сопротивлений τ_w больше напряжений действующих сил τ_i ; по мере приближения к стенкам их соотношение изменяется в противоположную сторону.

Нарушение равенства напряжений от действующих сил и сопротивлений, несомненно, должно вызывать в соответствии с общими принципами механики перестройку механизма движения потока в сторону компенсации этого неравенства.

Интенсивность перестройки механизма движения будет тем больше, чем больше указанное выше неравенство. При малых значениях этого неравенства компенсационная перестройка режима практически падает до нуля.

Вызываемые им изменения в механизме движения потока сказываются в следующем.

1. Области потока с относительно большими местными скоростями смещаются в области относительно малых скоростей, т. е. в районы тормозящих поверхностей (дна и стенок). Таким образом, перестройка поля скоростей происходит в сторону выравнивания. Наибольшая местная скорость уменьшается по абсолютной величине, и ее положение смещается с поверхности в толщу потока тем глубже, чем больше неравенство касательных напряжений действующих сил и сопротивлений и чем, следовательно, интенсивнее развиваются процессы компенсационного характера.

Вместе с этим местные скорости на осевой вертикали уменьшаются в сравнении с их значением на смежных вертикалях.

2. В сложных процессах, имеющих тенденцию выравнивания поля скоростей, возрастают скорости на вершинах выступов на всем периметре, за исключением среднего участка дна, в результате чего возрастают касательные напряжения сопротивлений на дне и стенках, а следовательно, и общее сопротивление профиля.

3. Эта перестройка режима, несомненно, должна вызывать и поперечные течения в потоке. Существование их выявлено экспериментальным путем пока лишь в немногих опытах И. Никурадзе — Л. Прандтля и А. И. Лосиевского и лишь немногими наблюдениями в реках (в частности, Н. С. Лелявского на Днепре), но само существование их не подлежит сомнению.

Эти вторичные (внутренние) течения с трудом обнаруживаются в тех случаях, когда они несомненно имеют место вследствие того, что порядок значений их скоростей меньше порядка скоростей турбулентного перемешивания, которые в свою очередь имеют меньший порядок в сравнении с продольными скоростями потока. Практически они исчезают во всех тех многочисленных случаях, когда сами по себе компенсационные процессы ничтожно малы в связи с тем, что пренебрежимо малым становится неравенство по периметру касательных напряжений действующих сил и сопротивлений.

4. Указанные выше явления пространственности режима потока практически отсутствуют в относительно широких руслах, для которых

$$\frac{2B}{H} \geq \sqrt{\frac{H}{\Delta_r}}$$

Отметим попутно, что в речных руслах отношение глубины к ширине потока обычно уменьшается с увеличением ширины русла.

Сложившиеся в вековых процессах речные русла характерны тем, что их отношение $\frac{2B}{H}$ всегда больше $\sqrt{\frac{H}{\Delta}}$ и поэтому по структуре они являются потоками непространственного типа.

Глава V

РЕЧНОЙ ПОТОК ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ОЧЕРТАНИЯ

§ 1. ПРИВЕДЕНИЕ СЕЧЕНИЙ ЕСТЕСТВЕННЫХ РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ К СИММЕТРИЧНЫМ КРИВЫМ ГЛУБИН

1. Сечения речных русел и кривые глубин

Русла естественных потоков разнообразны по форме и размерам даже на прямолинейных участках, рассматриваемых в этой главе, и характерны тем, что отношение их ширины $2B$

к средней глубине всегда (за редкими местными исключениями) больше (4.22)

$$\frac{2B}{H} > 0,7 \sqrt{\frac{H}{\Delta_d}} = \left(\frac{C}{25}\right)^3.$$

Это свидетельствует о том, что по структуре скоростного поля, распределению касательных напряжений и по сопротивлениям все естественные потоки можно рассматривать как потоки непространственного режима. А это позволяет полностью использовать для анализа их состояния аппарат теории плоского потока, на который опираются решения основных вопросов движения потоков непространственного режима.

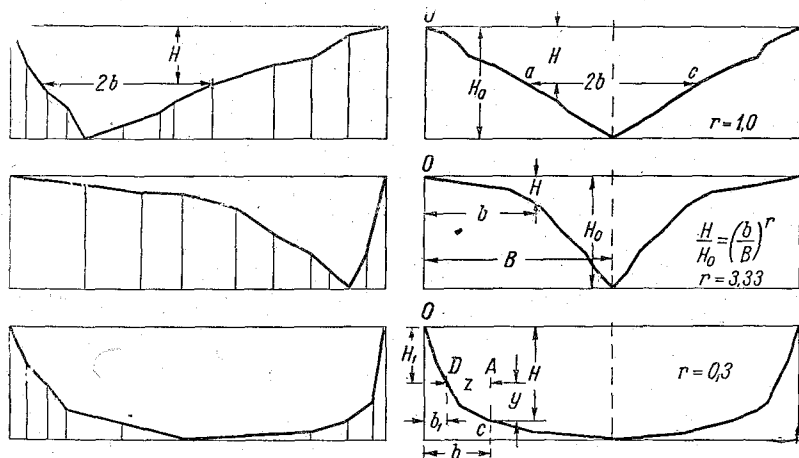


Рис. 18. Поперечные профили и приведенные сечения русла.

Основное затруднение в использовании этого аппарата состоит в том, что все естественные русловые потоки отличаются многообразием очертаний их поперечных сечений.

Аналитическое описание их в силу нерегулярности и даже случайности изменения глубин по ширине потока в каждом конкретном случае привело бы к осложнениям, полностью закрывающим пути теоретического решения вопросов о характеристиках естественных русловых потоков. Отсюда и возникает первоочередная вспомогательная задача аналитического описания сечений русла в наиболее простой форме.

Для решения этой задачи прежде всего необходимо привести сечения к кривым обеспеченности глубин. Эта операция показана на схемах рис. 18. Обозначим полную ширину потока по урезу $2B$, наибольшую глубину H_0 , среднюю глубину H_c и ширину сечения на глубине H от поверхности $2b$ (см. левый верхний график).

Наносим на вертикальной оси, проходящей через середину ширины сечения (на правом верхнем графике), наибольшую глубину H_0 , преобразуем теперь данное сечение в кривую глубин, и отсекая по обе стороны от этой оси расстояния b на глубине H от поверхности, получаем точки a, c приведенного сечения. Продолжая это построение для других глубин, получаем симметричное приведенное сечение с площадью, равной исходному сечению с той же полной шириной и той же средней глубиной.

На двух других графиках того же рисунка показаны приведенные сечения для других форм сечения русла. В силу симметричности их можно ограничиться описанием лишь одной из половин.

2. Геометрические характеристики приведенных сечений

В естественных водотоках формы и размеры сечений различны даже для прямолинейных участков. Очевидно, что для расчетного анализа необходимо установить некоторые характерные сечения для морфологически однородных участков. Эти характерные сечения, приведенные к симметричным кривым, в подавляющем большинстве случаев могут быть описаны в простой и удобной форме следующим безразмерным выражением:

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{b}{B}\right)^r, \quad (5.1)$$

где H_0 — наибольшая глубина сечения шириной $2B$ и H — местная глубина на расстоянии b от уреза приведенного сечения.

На рис. 18 показаны три различных профиля сечений и соответствующие им приведенные сечения, описываемые выражением (5.1) при значениях r , равных 1,0; 3,33 и 0,3.

Площадь приведенного сечения равна

$$\omega = 2 \int_0^B H db = \frac{2H_0 B}{1+r} = 2H_c B, \quad (5.2)$$

следовательно,

$$H_c = \frac{H_0}{1+r}.$$

Длина смоченного периметра равна

$$\chi_s = 2 \int_0^B \sqrt{1 + \left(\frac{dH}{db}\right)^2} db.$$

С достаточной для расчетов точностью она может быть определена по выражению

$$\chi = 2B \left[1,02 + 0,18 \frac{(1-r)^2}{1+8r} \right]^{\frac{5H_0}{B}}$$

Гидравлический радиус будет равен

$$\frac{R}{H_c} = \frac{1}{\left[1,02 + 0,18 \frac{(1-r)^2}{1+8r} \right]^{\frac{5H_0}{B}}} \quad (5.3)$$

В диапазоне $\frac{2B}{H} > 30$ и r от 0,1 до 3,0 с той же точностью гидравлический радиус может быть принят равным средней глубине.

§ 2. ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ЕСТЕСТВЕННЫХ РУСЕЛ

1. Поле скоростей приведенных сечений

Поле скоростей будет установлено, если предварительно определить местную скорость в произвольной точке A приведенного сечения (см. нижнюю схему рис. 18).

Если бы не существовало торможения берегов; то скорость в этой точке могла бы быть определена по профилю плоского потока с местной глубиной H следующим образом.

Для условий плоского потока средняя скорость определяется формулой

$$V = 4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \sqrt{2gHi}.$$

Отношение же ее к наибольшей на поверхности равно

$$\frac{V}{u_0} = \frac{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta}}$$

Следовательно,

$$u_0 = 4 \lg \frac{16,7 H}{\Delta} \sqrt{2gHi}.$$

Поэтому местная скорость в точке A , определяемая через скорость на поверхности, будет равна

$$u = V \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = u_0 \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta}}$$

Выразим u_0 через наибольшую скорость на поверхности на вертикали с наибольшей глубиной H_0 . Она равна

$$u_{00} = 4 \lg \frac{16,7 H_0}{\Delta} \sqrt{2gH_0 i}.$$

Отношение $\frac{u_0}{u_{00}}$ будет равно

$$\frac{u_0}{u_{00}} = \frac{\lg \frac{16,7 H}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 H_0}{\Delta}} \sqrt{\frac{H}{H_0}}.$$

Следовательно,

$$u = u_{00} \frac{\lg \frac{16,7 y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{16,7 H}{\Delta}} \sqrt{\frac{H}{H_0}}.$$

Но на различной высоте от дна на вертикали, проходящей через точку A , ближайшие участки береговой части русла будут находиться на различном расстоянии, поэтому и тормозящее действие береговой части будет неодинаковым по высоте этой вертикали.

Если бы левый берег был вертикальным и проходящим через точку O , т. е. на расстоянии b от точки A , то тормозящее его влияние было бы одинаковым по высоте. Но на высоте точки A берег по горизонтали находится на меньшем расстоянии, равном z (см. рис. 18). В силу этого, казалось бы, на различной высоте по вертикали, проходящей через A , боковое торможение должно быть различным по высоте — большим ближе ко дну и меньшим у поверхности.

Однако такой учет различного по высоте тормозящего действия берегов естественных русел был бы слишком элементарным и схематичным.

Выяснение этого вопроса является задачей последующих этапов анализа. Сейчас же можно отметить следующее. Речные измерения показывают, что действительные профили скоростей на вертикалях в реках практически близки к виду профилей в плоском потоке. Кроме того, тормозящее влияние единицы высоты берега даже для прямоугольных русел, схематизирующих сечения речных потоков, меньше влияния единицы ширины дна русла. А так как отношение средней глубины естественных русел к ширине изменяется в пределах от 0,1 до 0,005 и менее, то тормозящее влияние берегов в сравнении с влиянием дна будет составлять долю 0,05—0,001, т. е. 5—0,1%. В сечениях прямоугольной формы эта доля еще меньше, так как влияние вертикальных проекций берега пропорционально расстоя-

нию до него в степени от $1/8$ до $1/20$, а влияние дна пропорционально глубине в степени, близкой к $2/3$.

Из этих соображений, следовательно, вытекает возможность приближенного расчета пропускной способности русел с различными глубинами по ширине сечения, как суммы расходов элементарных плоских потоков по полной ширине

$$Q = 2 \int_0^B V_i H db. \quad (5.4)$$

2. Средняя скорость сечений

Далее при рассмотрении аппроксимаций логарифмических выражений будет показано, что в широком диапазоне относительных шероховатостей

$$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \approx 5 \sqrt{2g} \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6} = 22,2 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6}.$$

Поэтому для отсека потока с глубиной H средняя скорость вертикали равна

$$V = \frac{22,2 \sqrt{i}}{\Delta^{1/6}} H^{2/3} = MH^{0,67}, \quad (5.5)$$

где M — обозначение произведения множителей, не зависящих от глубины, причем для вертикали средней глубины H_c средней скорости обозначим V_c и для наибольшей глубины H_0 через V_0 .

Имея в виду ранее приведенные выражения

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{b}{B} \right)^r; \quad H_c = \frac{H_0}{1+r}; \quad \frac{H}{H_c} = (1+r) \left(\frac{b}{B} \right)^r,$$

получаем величину расхода приведенного сечения (5.4)

$$Q = 2M \int_0^B H^{1,67} db = 2M(1+r)^{1,67} H_c^{1,67} B \int_0^B \left(\frac{b}{B} \right)^{1,67} \frac{db}{B} = \\ = 2BH_c M H_c^{0,67} \frac{(1+r)^{1,67}}{1+1,67r}.$$

Но здесь $2BH_c$ равно площади сечения русла ω по (5.5), следовательно, выражение $2BH_c M H_c^{0,67} = \omega V_c$ является расходом Q_c плоского потока с той же площадью сечения, но со средней скоростью, подсчитанной по средней глубине сечения.

Переносим из правой части в левую произведение множителей, равное Q_c , и имея в виду, что $\frac{Q}{Q_c} = \frac{V}{V_c}$, получаем

$$\frac{Q}{Q_c} = \frac{(1+r)^{1,67}}{1+1,67r} = \frac{V}{V_c} = \beta. \quad (5.6)$$

Приводимые ниже значения этого отношения для различных r показывают, что расход и средняя скорость, подсчитанные по действительным глубинам приведенного сечения, больше расхода и средней скорости, подсчитанных по средней глубине сечения в число раз, равное

r	0,1	0,25	0,5	1,0	1,5
$\frac{Q}{Q_c}$	1,02	1,025	1,07	1,19	1,31
$\frac{1}{1+r}$	0,91	0,8	0,67	0,5	0,4

Обратим внимание на следующие обстоятельства:

1. Средняя скорость потока, определяемая расчетом пропускной способности по действительным глубинам, будет больше средней скорости плоского потока с глубиной, равной гидравлическому радиусу в β раз. Имея в виду, что $V_c = c_c \sqrt{Ri}$, из (5.6) получаем

$$V = \beta c_c \sqrt{Ri} = C \sqrt{Ri},$$

где

$$c_c = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15 R}{\Delta} = 17,7 \lg \frac{6,15 R}{\Delta} \quad (5.7)$$

$$\beta = \frac{(1+r)^{1,67}}{1+1,67r} \quad \text{и} \quad C = \beta c_c. \quad (5.8)$$

Неучтенное самостоятельно уменьшение пропускной способности, вызываемое тормозящим действием вертикальных проекций берега, учтено здесь косвенно тем, что в формулу для c_c введена не средняя глубина русла, а гидравлический радиус.

2. Отношение $1/1+r$ средней глубины сечения к наибольшей является в то же время отношением действительной площади сечения к площади описанного прямоугольника. Следовательно, чем меньше полнота сечения, тем больше действительная скорость в сравнении с ее значением, подсчитанным для русла шириной, равной смоченному периметру, и глубиной, равной гидравлическому радиусу.

§ 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКОВ ПОЙМЫ И РУСЛА

1. Поперечный массообмен в речных потоках

Ранее было указано, что турбулизирующие возмущения, отделяясь от дна и распространяясь вдоль потока, в то же время перемещаются в вертикальном и поперечном направлениях, вызывая компенсационные перемещения масс основного потока.

В плоском потоке эти поперечные перемещения не вносят изменений в динамическое состояние любого элементарного объема, так как энергия, вносимая в объем, и энергия, уносимая из него в поперечном направлении, всегда равны между собой. Но это равенство исчезает, если смежные продольные стенки имеют различные средние продольные скорости.

Положим, что рассматриваемый отсек имеет глубину H_0 , а смежные с ним справа $H_0 + \Delta H_1$ и слева $H_0 - \Delta H_2$. Средние продольные скорости этих отсеков, определенные по формулам для плоского потока, соответственно равны V_0 ; $V_0 + \Delta V_1$, $V_0 - \Delta V_2$, скорости же поперечного массообмена рассматриваемого отсека со смежными обозначим $u_{b,1}$; $u_{b,2}$. Из правого отсека за единицу времени будут поступать массы, имеющие продольную скорость $V_0 + \Delta V_1$, в то время из рассматриваемого отсека в правый будут поступать массы с меньшей продольной скоростью, равной V_0 .

Массы правого отсека будут испытывать при этом сопротивление обтекания и терять часть своего количества движения на преодоление сопротивления и на сообщение вступившим массам дополнительной продольной скорости. Поэтому продольная скорость масс правого отсека станет меньше $V_0 + \Delta V_1$, оставаясь больше V_0 .

В среднем отсеке массы, вступившие справа и имеющие избыточную продольную скорость ΔV_1 , будут терять ее на сообщение дополнительной скорости массам рассматриваемого отсека, теряя при этом значительную часть своей избыточной энергии на работу механизма увеличения скоростей. Если разница продольных скоростей правого и среднего отсеков составляла ΔV_1 , то в результате процессов массообмена средняя скорость масс правого отсека несколько уменьшится до величины $V_0 + \alpha_1 \Delta V_1$, где α_1 меньше единицы, а продольная скорость среднего отсека увеличится до значения $V_0 + \alpha_2 \Delta V_1$, где $\alpha_2 < \alpha_1$.

Аналогичный процесс массообмена будет происходить и между средним и левым отсеками, в результате которого продольные скорости среднего отсека уменьшатся на величину $\alpha_3 \Delta V_1$, где α_3 меньше единицы, а в левом отсеке они увеличатся на величину $\alpha_4 \Delta V_2$, где $\alpha_4 < \alpha_3$.

Передача энергии в процессах массообмена характерна большими потерями. Если, положим, в этих процессах смежным массам сообщается дополнительная энергия в количестве, равном E , то на работу сопротивлений механизма передачи дополнительной энергии затрачивается энергия обычно даже больше, чем E .

По этим причинам если средний отсек имел бы вначале среднюю скорость V_0 , определяемую по местной глубине H , то в процессах взаимодействия с левым отсеком эта скорость

должна уменьшиться до величины $V - \alpha_3 \Delta V_2$, в процессе массообмена с правым отсеком — увеличиться до значения $V_0 + \alpha_2 \Delta V_1$, а поэтому станет равной $V_0 + \alpha_2 \Delta V_1 - \alpha_3 \Delta V_2$.

В зависимости от глубин смежных отсеков H_1 , H_2 и определяемых ими значений ΔV_1 , ΔV_2 , а также значений α_2 , α_3 продольная скорость среднего отсека может оказаться равной значению V_0 для плоского потока или же большей или меньшей ее.

При малой разности глубин смежных отсеков конечный результат этого взаимодействия оказывается незначительным. Распределение средних скоростей на вертикалях по ширине речного потока при этом хотя и отличается несколько от распределения, рассчитанного по местным глубинам, но общий расход сечения, подсчитанный как сумма элементарных расходов плоского потока $\int V_i H db$, практически равен расходу, подсчитанному по данным измерений.

2) Поперечный массообмен между руслом и поймой

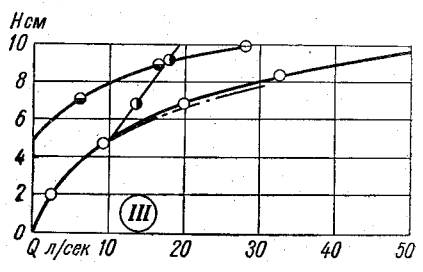
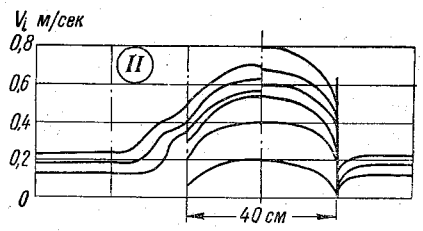
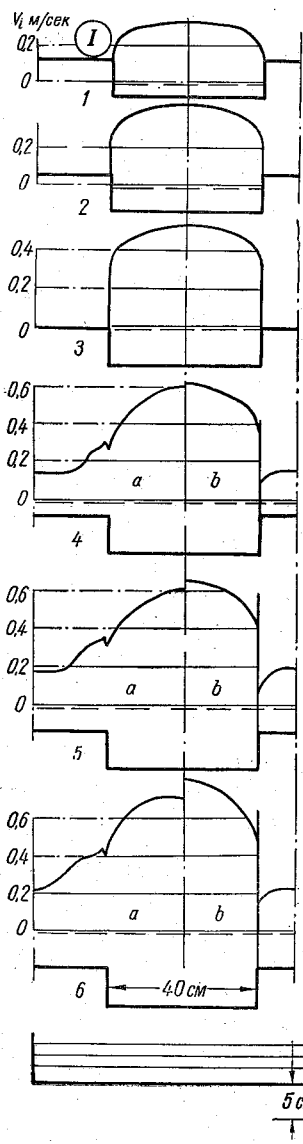
Процессы поперечного массообмена становятся значимыми и отчетливо заметными в случаях значительной разницы глубин смежных отсеков потока, а также типичными на границе русла и затопленной поймы. Такое сечение (с резким изменением глубин) представлено на рис. 19 в виде составного прямоугольного русла с прямоугольной поймой.

Если временно исключить из рассмотрения тормозящее действие вертикальных стенок русла, то скорости потока в русле и на пойме могут быть рассчитаны по формулам плоского потока.

Обозначим скорость поперечного обмена на бровке поймы и русла ω . Тогда на единице вертикальной продольной плоской поверхности на бровке русла за единицу времени в сторону поймы будет переноситься количество движения, равное $\rho \omega V_p$, где V_p — средняя скорость потока русла, и в обратном направлении, из поймы в русло, — количество движения, равное $\rho \omega V_n$.

Массы потока поймы, переместившиеся в русло, будут иметь меньшую продольную скорость, чем массы потока русла, на величину $\Delta V = V_p - V_n$. Они будут тормозить поток русла, вызывая уменьшение скоростей последнего из-за сопротивлений обтекания и увеличения продольных скоростей их перемещения. Величина уменьшения продольных скоростей русла и ширина той части его, на которую распространяется уменьшение, будут тем больше, чем больше разность $V_p - V_n$ и чем больше расход массообмена, определяемый поперечной скоростью ω и глубиной потока на пойме.

В то же время на пойму поступают массы потока русла с большими продольными скоростями и вызывают увеличение



- $V_o; Q_o$ всего потока с поймой
- $V_n; Q_n$ потока на пойме
- $V_p; Q_p$ основного русла
- $V_p;$ основного русла при изолированной пойме

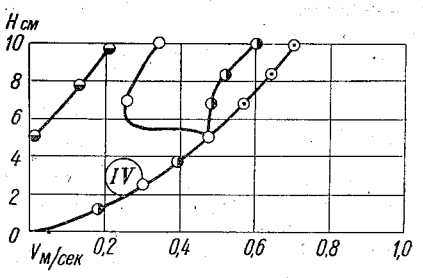


Рис. 19. Взаимодействие потоков русла и поймы.

скоростей пойменного потока на некоторой ширине поймы, тем большей, чем больше скорости и расходы массообмена.

Изучение вопроса о взаимодействии потока поймы и русла начато лишь в последнее время.

Впервые явление уменьшения скоростей в русле при затопленной пойме отмечено в опытах Т. В. Железнякова (1953 г.). Дальнейшие опыты гидролаборатории Ленинградского гидрометеорологического института (1959 г.) выявили в более полном виде основные особенности взаимодействия потоков поймы и русла. Эти особенности представлены на рис. 19 в схематизированном виде. Для большей наглядности картины распределения скоростей в потоке с поймой на схемах рис. 19 приведено распределение средних скоростей на вертикалях по ширине и для того случая, когда потоки поймы и русла разобщены тонкой жесткой вертикальной стенкой.

При условиях наличия такой стенки данные главы IV, обобщенные в расчетные связи, позволили с достаточной надежностью рассчитать изменения V_x по ширине отдельно для русла и поймы. Эти подсчеты были произведены для сечений потока и русла, показанных на рис. 19 при шероховатостях русла и поймы, равных 0,012 и 0,026; результаты их представлены в правых частях схем группы I и II.

На левой стороне всех схем этих групп показаны особенности распределения средних скоростей вертикалей для условий неразобщенных потоков русла и поймы.

Из сравнения правых и левых частей этих схем видно следующее.

В случае неразобщенных потоков русла и поймы средние скорости в русле уменьшаются в сравнении с изолированным руслом. В широком русле это уменьшение сказывается лишь на части ширины, в руслах же малой ширины оно заметно по всей ширине. На пойме, вблизи русла, скорости увеличиваются в сравнении с нормальным значением их вдали от русла.

На схеме II показано, что ширина потока на пойме с увеличенными скоростями с повышением глубин на пойме увеличивается, т. е. местные расходы на пойме вблизи русла увеличиваются больше, чем вдали от русла. Однако это увеличение расхода поймы меньше снижения расхода в русле, что объясняется указанными выше значительными потерями энергии в процессах массообмена.

В гидромеханике теоретический анализ процессов массообмена в явлениях эжекции и растекания турбулентных струй уже привел к плодотворным решениям. Более трудной является рассматриваемая задача о массообмене потоков русла и поймы в условиях их равномерного движения.

На схемах групп I и II отмечена также следующая деталь. На границе поймы и русла средние скорости несколько пони-

жаются в сравнении со смежными. Это объясняется тем, что непосредственно у вертикальной стенки в русле местные скорости малы; в верхней же части над бровкой русла местные скорости значительно больше, поэтому средняя скорость для всей глубины этой вертикали $H_p + H_n$ оказывается меньшей, чем средняя скорость на смежных вертикалях поймы глубиной H_n .

Вследствие этих процессов взаимодействия потоков поймы и русла средние скорости руслового потока при наполнении поймы с повышением уровней возрастают значительно медленнее, чем в случае изолированной поймы. Это отмечено на схеме IV верхней части кривых связи средних скоростей потока в русле с уровнем для условий неизолированной и изолированной поймы.

Общая же скорость всего потока русла и поймы при уровнях затопления поймы резко уменьшается в сравнении с ее значениями до затопления. Это объясняется тем, что при затоплении поймы увеличение общего расхода происходит значительно медленнее, чем увеличение полной площади сечения русла споймой. Это обстоятельство отмечено и на схеме III рис. 19, где показано изменение как частных расходов поймы и русла, так и суммы их при различных наполнениях.

Вопросы попережного взаимодействия в равномерных неплоских потоках требуют дальнейшего глубокого изучения, но уже сейчас ясна необходимость учета этих явлений в практике производства гидрометрических работ и анализа данных измерений.

§ 4. АППРОКСИМАЦИИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СКОРОСТЕЙ

Необходимость аппроксимаций логарифмических функций, т. е. получения иного, более удобного, вида функций, обеспечивающих в определенном диапазоне аргумента замену их с наперед заданными допустимыми отклонениями, диктуется многими обстоятельствами. Такая необходимость встречается в различных отраслях и многих задачах.

В пределах работ, составляющих содержание этой книги, необходимость в них встречается часто и не только в отношении функций логарифмического вида, но и при интегрировании полиномов с дробными степенями и иррациональных выражений.

Необходимость аппроксимаций логарифмических функций встречается более часто в силу той простой причины, что поле скоростей потока и его сопротивления описываются логарифмическими выражениями.

При этом интегралы простейшего вида $\int f(\ln x) dx$ сами по себе являются простыми выражениями, не вызывающими затруднений в дальнейшем их использовании.

Интегралами квадратов простейших логарифмических функций являются неявные выражения, использование которых для целей дальнейшего теоретического анализа становится весьма затруднительным, ввиду того что искомые главные параметры входят в неявные функции.

Так, например,

$$\int (\ln x)^2 dx = e^{\ln x} [(\ln x)^2 - 2 \ln x + 2] + \text{const.}$$

Аналогичные затруднения возникают и во многих других часто встречаемых операциях.

Так как такого рода затруднения закрывают дальнейшие пути аналитического рассмотрения многих вопросов, то для преодоления их и возникает необходимость в нахождении аппроксимаций, облегчающих или же устраняющих этого рода затруднения.

1. Аппроксимации формул для местных скоростей

Прежде всего рассмотрим аппроксимацию профиля скоростей плоского потока в виде

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\ln \frac{y+c}{c}}{\ln \frac{H}{c}} \approx \left(\frac{y}{H} \right)^m, \quad (5.9)$$

~~подчинив ее требованию о том, чтобы средняя скорость по заданной функции и ее аппроксимации были бы точно равны друг другу.~~

Значение средней скорости по логарифмическому профилю равно (1.26)

$$\frac{V}{u_0} = \frac{\lg \frac{H}{2,7c}}{\lg \frac{H}{c}}$$

В то же время по (5.9)

$$\frac{V}{u_0} = \frac{1}{H} \int_0^H \left(\frac{y}{H} \right)^m dy = \frac{1}{1+m}$$

Сравнивая последние выражения, получаем

$$1 + m = \frac{\lg \frac{H}{c}}{\lg \frac{H}{2,7c}},$$

откуда

$$m = \frac{0,43}{\lg \frac{H}{2,7c}} = \frac{0,43}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}, \quad (5.10)$$

так как $c = 0,06\Delta$.

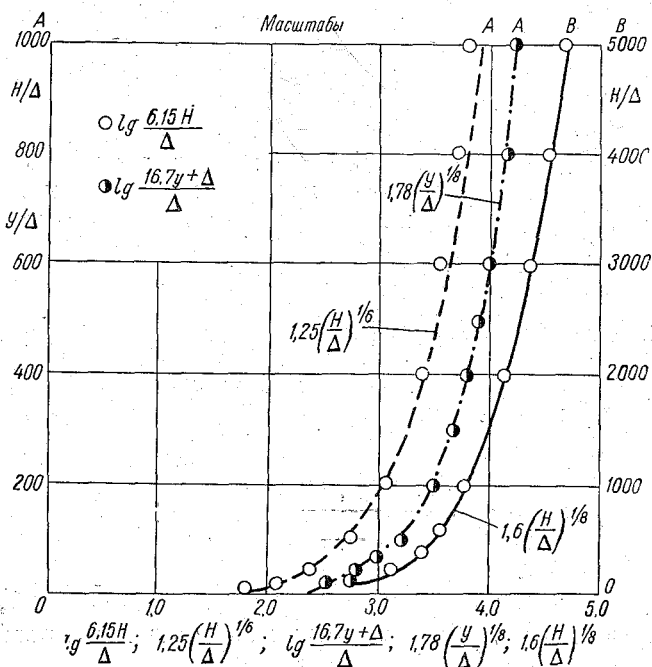


Рис. 20. Аппроксимации логарифмических формул.

Во многих случаях необходима замена логарифмического выражения местной скорости, для чего надо найти аппроксимацию выражения

$$\lg \frac{16,7y + \Delta}{\Delta} = \lg \frac{y + c}{c}.$$

Как показывает средняя кривая графика рис. 20, эта функция может быть представлена в виде

$$\lg \frac{16,7y + \Delta}{\Delta} \approx 1,78 \left(\frac{y}{\Delta} \right)^{1/8}. \quad (5.11)$$

С отклонениями менее 3% аппроксимация действительна в диапазоне $\frac{y}{\Delta}$ от 15 до 2000.

Очевидно, что в диапазоне малых значений $\frac{y}{\Delta}$ аппроксимация должна иметь иной вид, каким в диапазоне $\frac{y}{\Delta}$ от 2 до 80 может явиться следующий:

$$\lg \frac{16,7y + \Delta}{\Delta} \approx 1,35 \left(\frac{y}{\Delta} \right)^{1/5}. \quad (5.12)$$

2. Связь высоты выступов с гидравлической шероховатостью

Основные формулы связи средней скорости с глубиной потока или гидравлическим радиусом имеют неявный в отношении глубины вид, а именно:

$$V = 4 \lg \frac{AH}{\Delta} \sqrt{2gHi}; \quad V = 4 \lg \frac{AR}{\Delta} \sqrt{2gRi},$$

где константа A имеет различное значение для разных форм русла; для плоского потока ($R = H$) $A = 6,15$, для трубы $A = 7,4$ и т. д.

Во всех задачах, когда встречается необходимость определения глубины или гидравлического радиуса по заданной скорости или расходу, эти формулы не могут быть использованы для прямого решения в силу того, что V в них является неявной функцией глубины или R .

Отсюда и возникает задача изыскания явных решений формул в отношении глубины. Для этой цели и оказываются необходимыми аппроксимации выражений вида $\lg \frac{AH}{\Delta}$.

На графике рис. 20 точками показаны значения $\lg \frac{6,15H}{\Delta}$ для различных $\frac{H}{\Delta}$, кривыми — значения $\alpha \left(\frac{H}{\Delta} \right)^m$ для тех же $\frac{H}{\Delta}$.

Рассмотрение их показывает, что:

а) в диапазоне $\frac{H}{\Delta}$ от 10 до 1000 значения $\lg \frac{6,15H}{\Delta}$ приемлемо близки к значениям $\alpha \left(\frac{H}{\Delta} \right)^m$ в следующей конкретной форме:

$$\lg \frac{6,15H}{\Delta} \approx 1,25 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6}, \quad (5.13)$$

б) в диапазоне $\frac{H}{\Delta}$ от 100 до 4500

$$\lg \frac{6,15H}{\Delta} \approx 1,6 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/8}. \quad (5.14)$$

Таким образом, для диапазона $\frac{H}{\Delta}$ от 10 до 1000

$$V = 4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \sqrt{2gHi} = 22,2 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6} \sqrt{Hi} = C \sqrt{Hi}. \quad (5.15)$$

То есть в этом диапазоне формула Маннинга

$$V = \frac{H^{1/6}}{n} \sqrt{Hi} = C \sqrt{Hi}$$

является аппроксимацией логарифмической формулы для плоского потока. Сравнение их непосредственно устанавливает, что

$$\Delta^{1/6} = 22,2n, \quad (5.16)$$

где n — расчетная гидравлическая шероховатость основных сопротивлений русла. Эта последняя формула, устанавливающая непосредственную связь условных значений гидравлической шероховатости с объективно измеряемой высотой выступов шероховатости русла, обеспечивает возможность широкого использования многолетнего накопленного опыта гидравлических расчетов средних скоростей с более уверенным выбором расчетных значений шероховатости русла.

По пути следует подчеркнуть здесь, что если аппроксимация (5.13) приемлема в пределах $\frac{R}{\Delta}$ от 10 до 1000, то и формула Маннинга приемлема лишь в этом диапазоне.

В диапазоне же $\frac{R}{\Delta}$ от 100 до 4500 формула средней скорости потока будет иметь вид

$$V = 17,7 \lg \frac{6,15 R}{\Delta} \sqrt{Ri} = 28,3 \left(\frac{R}{\Delta} \right)^{1/8} \sqrt{Ri}.$$

Вопрос об аппроксимации исторически появился уже давно и первое более широкое, чем прежде, эмпирическое обобщение его было дано Н. Н. Павловским еще в 30-х годах.

§ 5. ПОТОК МЕЖДУ ДВУМЯ ТОРМОЗЯЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ

1. Сопротивления потока при ледяном покрове

К плоским относятся и потоки, продольно перемещающиеся между двумя неограниченными параллельными плоскостями. Такой поток является отправной схемой некоторых реально существующих потоков, в анализе поведения которых возможно пренебречь тормозящим действием боковых стенок.

Примерами их могут служить и напорный поток в широкой прямоугольной трубе, а также гравитационный поток (движу-

щийся под действием силы тяжести) между двумя неподвижными поверхностями, плоским дном и неподвижным ледяным покровом толщиной h . Последний и рассматривается далее.

Если поток до возникновения неподвижного ледяного покрова имел глубину H_0 и среднюю скорость V_0 , то с момента становления ледяного покрова глубина его увеличится до H , а средняя скорость уменьшится до значения V , так как местные скорости потока по мере удаления от поверхности льда и дна

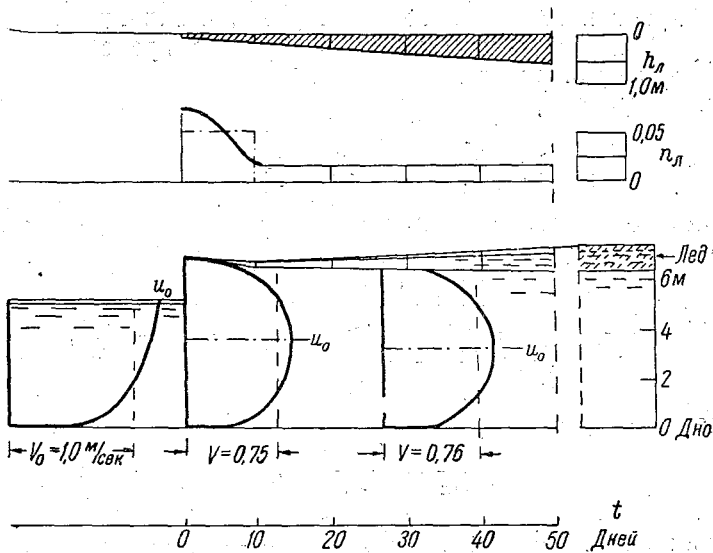


Рис. 21. Поток при наличии ледяного покрова.

достигают наибольшего значения u_0 на расстоянии $H_{\text{д}}$ от дна и $H_{\text{л}}$ от нижней поверхности ледяного покрова (рис. 21).

Обозначим среднюю высоту выступов шероховатости дна и льда $\Delta_{\text{д}}$ и $\Delta_{\text{л}}$.

По данным теории плоского потока касательные напряжения, испытываемые дном и ледяным покровом, будут иметь следующие значения:

$$\tau_{\text{л}} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{16,7 H_{\text{л}}}{\Delta_{\text{л}}}\right)^2} \frac{u_0^2}{2g},$$

$$\tau_{\text{д}} = \frac{\gamma}{4 \lg \frac{16,7 H_{\text{д}}}{\Delta_{\text{д}}}} \frac{u_0^2}{2g}. \quad (5.17)$$

Соответствующие доли касательных напряжений действующих сил тяжести будут равны

$$\tau_l = \gamma H_l i \quad \text{и} \quad \tau_d = \gamma H_d i. \quad (5.18)$$

При этом предполагается, как это обычно имеет место и в действительности, что среднее значение уклона при ледяном покрове практически остается тем же, что и без льда.

Расход потока будем считать постоянным. Так как в дальнейшем необходимо определить глубину H при наличии ледяного покрова и ее составляющие H_d , H_l , а они входят в неявные функции, то прежде всего необходимо представить предпоследние выражения в явном виде.

Используя аппроксимацию

$$\lg \frac{16,7 H}{\Delta} \approx 1,78 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/8},$$

получаем отношение касательных напряжений по (5.17) и (5.18)

$$\frac{\tau_l}{\tau_d} = \left(\frac{\lg \frac{16,7 H_l}{\Delta_l}}{\lg \frac{16,7 H_d}{\Delta_d}} \right)^2 \approx \left(\frac{\Delta_l}{\Delta_d} \frac{H_d}{H_l} \right)^{1/4} = \frac{H_l}{H_d},$$

откуда

$$\frac{H_l}{H_d} = \left(\frac{\Delta_l}{\Delta_d} \right)^{1/5}. \quad (5.19)$$

$$\text{А так как } H = H_d + H_l = H_d \left(1 + \frac{H_l}{H_d} \right); \quad \frac{H_d}{H} = \frac{1}{1 + \frac{H_l}{H_d}},$$

то, имея в виду (5.19), получаем

$$\frac{H_d}{H} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta_l}{\Delta_d} \right)^{1/5}}. \quad (5.20)$$

Средняя скорость потока при ледяном покрове определяется следующими операциями.

Выразим касательные напряжения на дне и ледяном покрове через среднюю скорость

$$\tau_l = \gamma H_l i = \frac{\gamma}{(4 \lg \frac{6,15 H_l}{\Delta_l})^2} \frac{V_l^2}{2g},$$

$$\tau_d = \gamma H_d i = \frac{\gamma}{(4 \lg \frac{6,15 H_d}{\Delta_d})^2} \frac{V_d^2}{2g},$$

где V_n , V_d — средние скорости ветвей профиля скоростей верхней и нижней его частей.

Отношение этих выражений дает равенство

$$\frac{V_n}{V_d} = \sqrt{\frac{H_n}{H_d} \frac{\lg \frac{6,15 H_n}{\Delta_n}}{\lg \frac{6,15 H_d}{\Delta_d}}}$$

Так как на реках, на которых существует устойчивый ледяной покров, $\frac{H_n}{\Delta_n}$ и $\frac{H_d}{\Delta_d}$ обычно выше 100, то мы вправе использовать аппроксимацию

$$\lg \frac{6,15 H}{\Delta} \approx 1,6 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/8},$$

и тогда предыдущее равенство получает вид

$$\frac{V_n}{V_d} = \left(\frac{H_n}{H_d} \right)^{5/8} \left(\frac{\Delta_n}{\Delta_d} \right)^{1/8}$$

Подставляя сюда значение $\frac{H_n}{H_d}$ по (5.19), получаем, что

$$\frac{V_n}{V_d} = 1,$$

т. е. средние скорости обеих ветвей профиля скоростей равны между собой и, следовательно, равны средней скорости всего профиля при ледяном покрове.

2. Повышение глубины потока при ледяном покрове

Так как по условию удельный расход остается неизменным, то, имея в виду (5.19), получаем

$$\begin{aligned} q &= V H_n + V H_d = V H = V H_n \left(1 + \frac{H_n}{H_d} \right) = \\ &= V H_d \left[1 + \left(\frac{\Delta_n}{\Delta_d} \right)^{1/5} \right] = V_0 H_0, \end{aligned} \quad (5.21)$$

где $V_0 H_0$ — средняя скорость и глубина потока без ледяного покрова.

Для определения отношений $\frac{H_n}{H_0}$ и $\frac{H}{H_0}$ необходимо определить $\frac{V}{V_0}$.

Для этого по (5.14) и (1.26) имеем:

$$V = V_d = 4 \lg \frac{6,15 H_d}{\Delta_d} \sqrt{2g H_d i} \approx 6,4 \left(\frac{H_d}{\Delta_d} \right)^{1/8} \sqrt{2g H_d i},$$

$$V_0 = 4 \lg \frac{6,15 H_0}{\Delta_d} \sqrt{2g H_0 i} \approx 6,4 \left(\frac{H_0}{\Delta_d} \right)^{1/8} \sqrt{2g H_0 i}.$$

Следовательно,

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{H_d}{H_0} \right)^{5/8}. \quad (5.22)$$

Подставляя это отношение в (5.21), получаем

$$H_d = \frac{H_0}{\left[1 + \left(\frac{\Delta_d}{\Delta_d} \right)^{1/5} \right]^{8/13}}.$$

И далее, имея в виду (5.20),

$$\frac{H}{H_0} = \left[1 + \left(\frac{\Delta_d}{\Delta_d} \right)^{0,27} \right]^{0,385}. \quad (5.23)$$

На рис. 21 представлены изменения главных характеристик потока при установлении ледяного покрова. Для этого приняты следующие условия:

а) глубина потока без ледяного покрова $H_0 = 5,4$ м, $V = 1,0$ м/сек, шероховатость дна $n_d = 0,022$;

б) ледяной покров в период становления имеет небольшую толщину, линейно затем возрастающую до 50 см за 50 дней; шероховатость нижней поверхности в момент ледостава имеет наибольшее значение $n_d = 0,05$, в течение первой декады уменьшающееся до постоянного значения $n_d = 0,015$.

В расчетах для первой декады среднее значение n_d принято равным 0,05.

При этих значениях за первую декаду ледостава глубина потока (точнее, расстояние от дна до нижней поверхности льда) получается равной 6,95 м, т. е. высота сечения увеличилась в сравнении с открытым потоком на 1,55 м, или на 29%. В последующий период в связи с уменьшением шероховатости нижней поверхности эта высота уменьшается до 6,72 м. В таком же отношении изменяются и средние скорости.

Так как лед на 91,7% будет погружен в воду, то при указанном выше увеличении высоты сечений потока отметка воды в проруби увеличится еще на величину, равную $\Delta H = 0,917h$; поэтому отметка уровня будет изменяться от 6,95 м в момент ледостава до 7,18 м $= (6,72 + 0,917 \cdot 0,5)$ через 50 дней.

Гидравлический центр и место наибольшей местной скорости u_0 в первую декаду будет находиться на расстоянии 0,49H от дна, а в остальной период на 0,535H. Таким образом, один

и тот же удельный расход $5,4 \text{ м}^3/\text{сек}$ будет проходить при уровне $5,4 \text{ м}$ до ледостава, затем при уровне $6,95 \text{ м}$ и при уровне $7,18 \text{ м}$.

При наличии шуги и донного льда эти колебания становятся более интенсивными во времени и значительно большими по величине. Поэтому связь расходов с уровнями для этого периода теряет свою однозначность.

Касательные напряжения на поверхности льда в момент ледостава сразу же достигают значений, определяемых формулой

$$\tau = \gamma \frac{V^2}{C_{\text{л}}^2}.$$

Получаемые при этом усилия и напряжения нередко значительно превосходят предельные, что и вызывает деформации ледяного покрова.

Описанное выше изменение во времени основных характеристик потока за первый период ледостава иллюстрируется схемами рис. 21.

На верхней схеме показана принятая картина нарастания толщины льда за первые пять декад с начала ледостава и изменения шероховатости нижней поверхности ледяного покрова.

На нижней схеме показаны профили скоростей и изменения уровней потока за период до ледостава и для двух моментов после ледостава.

§ 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установление характеристик равномерного движения в естественных руслах прямолинейного очертания в плане явилось главным содержанием рассматриваемой главы. Этот вопрос в сфере прямолинейных потоков является последним звеном последовательной цепи: плоский поток, поток в цилиндрической трубе, поток в прямоугольных руслах и, наконец, в естественных руслах.

Специфичным для естественных русловых потоков является нерегулярность изменения глубин по ширине потока, затрудняющая получение сколько-нибудь широких обобщений. Эти затруднения, однако, без особого ущерба для получаемых результатов могут быть преодолены, если взамен конкретных форм сечений будем рассматривать трансформированные сечения в виде (симметричных приведенных кривых глубин) способ построения которых описан в данной главе. Приведенные сечения оказываются удобными в том отношении, что большинство их может быть описано простыми выражениями, определяющими главные геометрические характеристики русла. Лишь для таких приведенных русел и становится реально возмож-

ным аналитическое описание поля скоростей. Именно этим путем оказалось возможным установить формулу средней скорости для естественных русел, формпараметр Шези у которой, естественно, получил иную структуру в сравнении с другими видами сечений русловых потоков.

Затруднения в использовании неявных функций логарифмического вида общеизвестны. Для преодоления их надо найти средства, обеспечивающие возможность анализа ряда теоретических и прикладных вопросов динамики русловых потоков путем замены некоторых неявных функций другими видами, равнозначными им в определенных достаточно широких диапазонах. Изыскание таких путей привело к установлению ряда аппроксимаций, наиболее часто используемая часть которых рассмотрена в настоящей главе.

При этом аппроксимации выражения для средней скорости позволили установить, что все «показательные» формулы гидравлики являются лишь упрощенными формами более общих выражений, достаточно точными лишь в определенных диапазонах относительной шероховатости.

Попутно с этим была установлена связь между абсолютной высотой выступов шероховатости и гидравлической шероховатостью для шкал последних, предназначенных для показательных формул, что обеспечивает возможность более надежного и уверенного использования богатого опыта по этому вопросу, накопленного в гидравлике.

В реальных потоках с различными глубинами по ширине появляется еще один фактор, определяющий поведение потока. Таким фактором является поперечное взаимодействие смежных отсеков потока, имеющих различные продольные скорости.

В плоском потоке наличие поперечных перемещений масс турбулентного потока не влияет на динамическое состояние потока потому, что расход энергии поперечного массообмена равен нулю для каждого продольного отсека.

Но в потоке с различными средними продольными скоростями результирующий расход энергии в поперечном направлении становится одним из важных факторов, определяющих поведение потока.

Особенно заметно значение этого фактора на границе потока русла и поймы. В районе сопряжения этих потоков их взаимодействие сказывается в том, что в результате процессов поперечного массообмена уменьшаются продольные скорости потока в русле на ширине тем большей, чем больше расход энергии массообмена на границе поймы и русла. В то же время увеличиваются продольные скорости на участке поймы, примыкающем к руслу, тем большей ширины, чем больше расход энергии поперечного массообмена.

Последним в данной главе рассмотрен вопрос о равномерном движении потока между двумя тормозящими плоскостями, наиболее существенным и важным примером которого в гидрологии является течение в реке при ледяном покрове.

В рассмотренной плоскопараллельной задаче установлены главные параметры потока, а именно относительные глубины потока, примыкающие к ледяному покрову и руслу, получаемые при этом профили скоростей и значения касательных напряжений и средней скорости, определяемые начальными условиями исходных глубин, уровней и скоростей до ледостава, и их изменения в период ледостава.

Глава VI

ИЗГИБ ПОТОКА

ВВЕДЕНИЕ

Непрямолинейные участки естественных и искусственных русловых потоков являются столь же распространенными, как и прямолинейные участки. Поведение потоков на криволинейных участках в сравнении с прямолинейными имеет весьма существенные отличия.

Встречаемые виды и условия руслового изгиба настолько многообразны и сложны, что выяснение основных особенностей поведения потока в них требует последовательного рассмотрения вначале наиболее простых типов с последующим переходом к более сложным.

Основная часть выполненных исследований посвящена отправному этапу, а именно рассмотрению изгиба потока прямоугольного сечения, текущего в пределах лишь одного русла, изогнутого по дуге круга и соединяющего прямолинейные подводящей и отводящей участки. Эту отправную схему назовем элементарным изгибом.

В прямолинейном русле характеристики равномерного потока могут изменяться по глубине и ширине сечения, оставаясь неизменными по длине, в силу чего изучение их сводится к двухмерной задаче.

На изгибе же потока почти все основные характеристики потока изменяются и по длине, поэтому задача исследований механизма изгиба руслового потока является трехмерной.

В состав основных вопросов этой задачи входит определение следующих главных характеристик потока: пространственного поля продольных скоростей и поперечных (смещения и циркуляции); поля давлений и сопротивлений, определяемых полем скоростей.

Изучение поведения на изгибе потока свободно плавающих и движущихся тел и систем, как и перемещение потоком неплавающих материалов (грунты и наносы), является содержанием дополнительных задач.

Выяснение основных вопросов для схем элементарного изгиба потока в жестком русле позволило бы перейти к рассмотрению тех же вопросов в условиях деформируемого дна (при жестких боковых стенках) и наличия транспорта наносов. Это дало бы возможность установить основные типы и формы деформаций и русловые процессы, приводящие к ним, а также определяемые ими воздействия деформируемого русла на поведение потока.

Параллельно с этим необходимо пройти все последовательные этапы перехода от элементарного изгиба к более сложным, а именно к схемам сложных поворотов, смежных и разделенных прямолинейными вставками, различной кривизны и знака. На этих этапах будут выяснены и вопросы взаимодействия смежных изгибов. Выполнение их позволило бы установить и разъяснить в физическом плане основные особенности и закономерности поведения на изгибах потоков, текущих только в основном русле.

В условиях свободных рек наиболее важным периодом жизни является прохождение половодья, когда поток проходит не только по основному руслу, но и по пойме. При этом случаи несовпадения продольных осей русла и поймы являются наиболее важными.

В этих условиях все поведение потока основного русла (в общем случае со сложными поворотами его оси) и поймы становится еще более сложным, особенно при деформируемом дне и транспорте наносов. Все эти этапы и ветви исследований требуют длительных и планомерных исследований.

Но для более быстрого накопления полезных результатов желательно, чтобы поисковые стадии экспериментальных исследований производились по ряду этапов синхронно и взаимосвязанно лишь с незначительным сдвигом их во времени.

Итог накопленных к настоящему времени данных реальной ценности по главным вопросам всей проблемы изгиба потока относительно невелик. Итоги теоретических исследований дают достаточное разъяснение в принципиальном плане лишь двухмерной задачи элементарного изгиба.

С точки зрения предстоящей перспективы незначительность полученных итогов теоретического и экспериментального исследования проблемы изгиба объясняется прежде всего недостатком экспериментальных исследований, целью которых является раскрытие физической природы механизма изгиба и установления всех основных факторов и их взаимосвязей.

Задачей последующего изложения является сжатое описание: а) ранее полученных итогов, раскрывающих механизм потока элементарного изгиба, и б) данных опытов по более сложным вопросам изгиба, полученных за последние годы.

Последующее изложение опирается главным образом на классические работы по гидромеханике изгиба потока (А. Я. Миловича, Н. Е. Жуковского и др.) и итоги наиболее широких экспериментальных исследований последних лет (1956—1960 гг.).

§ 1. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ИЗГИБ ПОТОКА

1. Общая схема поведения потока на изгибе русла

Получению общих отправных представлений поможет рассмотрение рис. 22, на котором основные черты механизма потока представлены в схематизированном виде.

Первая особенность этого механизма состоит в следующем. При самом грубом представлении кинематическая структура потока на изгибе напоминает изгиб плетеного троса, состоящего из отдельных закрученных прядей. Рассматривая изгиб троса, увидим, что одна из прядей, бывшая наверху в начале изгиба, переходит вниз и затем вновь показывается на поверхности. Эта особенность показана на схеме *a* рис. 22.

Упрощая структуру потока временным исключением остальных особенностей, можно условно вырезать в потоке на подходе участка две ленты (одну на поверхности потока, другую у дна). В области изгиба лента на поверхности подходит к внешнему берегу, затем по откосу берега переходит на дно и далее по спиралевидной кривой к внутреннему берегу. На последнем эта лента поднимается на поверхность и по ней переходит к внешнему берегу.

Лента, вырезанная в потоке у дна подходного участка, переходит в начале изгиба к внутреннему берегу, поднимается по нему до поверхности и направляется к противоположному внешнему берегу. Опускаясь по нему, лента переходит на дно и затем уходит в отводящий участок.

Этого обычно не наблюдается потому, что скорости поперечного перемещения имеют примерно тот же порядок, что и скорости турбулентного перемешивания, вследствие чего любые вводимые эмульсии быстро рассеиваются.

Небольшие плавающие тела, вводимые в изгиб по всей ширине подходного участка на изгибе, проходят далее сужающейся полосой, прижатой к внешнему берегу.

Вводимые же на дно красящие тяжелые зерна внутренними течениями потока начинают перемещаться к внутреннему берегу еще до геометрического начала поворота. Поэтому, чтобы

выяснить траектории течений у дна всего изгиба, необходимо вводить красящие зерна по всему внешнему борту поворота, и тогда они опишут траектории, показанные на схеме *a* рис. 22.

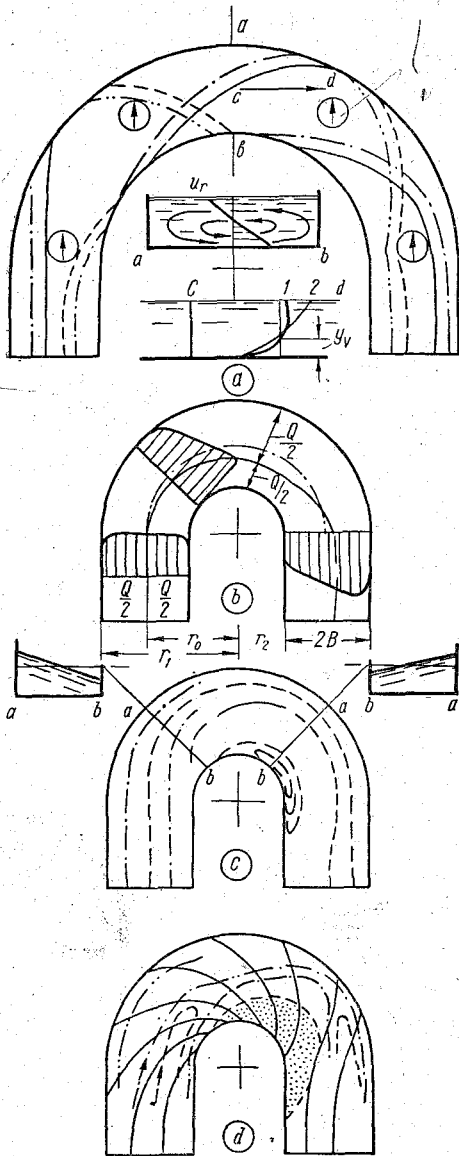


Рис. 22. Схема поведения открытого потока на элементарном изгибе русла.

Но поплавок с полной осевой симметрией в виде кружка с нанесенной на нем стрелкой, как это показано на рисунке, осторожно введенный на поверхность потока в подходном участке, обнаруживает важнейшую особенность механизма изгиба, вскрытую в 1911 г. А. Я. Миловичем.

Проходя по всему повороту, стрелка на поплавке остается параллельной самой себе. Это означает, что массы, несущие поплавок, стремятся преодолеть поворот русла таким образом, чтобы частицы жидкости этих масс не вращались сами. Объяснение этого факта приводит к разъяснению ряда коренных особенностей механизма изгиба.

При очень резких изгибах и относительно больших скоростях поток на изгибе отходит от внутреннего борта и проходит далее, неполностью заполняя сечение. У внутреннего берега (примерно от середины поворота или далее) возникает водоворотная зона (см. схему *c*). Такое явление обычно именуют отрывом потока.

Поле продольных скоростей потока на изгибе характерно следующими особенностями.

Если на подходном участке распределение скоростей почти равномерно по

ширине и симметрично таким образом, что в каждой половине ширины протекает половина общего расхода, то даже до геометрического начала поворота эти расходы смещаются в сторону внутреннего берега. В силу этого уже в начале изгиба половина расхода проходит не на половине ширины русла, а на меньшей его части (см. схему рис. 22). Это означает, что в первой половине изгиба продольные скорости у внутреннего борта становятся больше, чем на прямолинейном подходе участка, а у внешнего берега меньше. На второй половине изгиба увеличение скоростей у внутреннего берега исчезает и при выходе из поворота оно переходит к внешнему берегу.

Свободная же поверхность характерна возникновением на повороте поперечного уклона с наиболее низкими отметками у внутреннего и более высокими у внешнего берега.

Ограничимся временно лишь этими вводными представлениями о структуре потока для того, чтобы найти объяснение некоторых из основных указанных выше особенностей, а именно увеличения скоростей потока у внутреннего берега в начале изгиба, возникновения продольно-винтового циркуляционного движения и поперечного уклона.

2. Распределение продольных скоростей на основном створе изгиба

XII

Указанные только что особенности механизма изгиба потока находят объяснение в том, что *поток стремится преодолеть изгиб с наименьшей затратой работы на преодоление неизбежных сопротивлений*, почему он и был назван в 1913 г. А. Я. Миловичем нерабочим изгибом. Это может быть ясным хотя бы из того, что, подводя поток к изгибу по правильному прямолинейному руслу, его запас энергии не пополняется. На изгибе поток проходит таким же сечением и с той же средней скоростью, что и на подходе к участку. Эти условия заданы потоку, и поэтому он должен найти такие формы движения, чтобы неизбежные затраты энергии были бы минимальными. Неизбежные затраты энергии в конце концов выражаются в том, что отметка поверхности потока по выходе из изгиба ниже на величину h_w отметки до входа на закругление, поэтому величина $\gamma Q h_w$ и будет являться мерой всех затрат энергии на сопротивление.

Совместив теперь исходную поверхность сравнения с дном потока на изгибе, будем иметь движение, в котором затраты энергии, произведенные потоком по пути своего движения, уже условно вычтены. Следовательно, запас энергии по отношению к этой поверхности будет постоянным по длине поворота.

В таких условиях можно рассматривать движение потока уже без потерь энергии, т. е. принимать, что уменьшение среднего (для всего сечения) уровня энергии потока по пути его движения не будет иметь места в силу отсутствия путевых сопротивлений.

Это означает, что изменение энергии единицы веса потока будет равно нулю

$$dE = d\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = 0.$$

Уравнение Громеки—Лэмба, описывающее движение жидкости, не обладающей вязкостью, имеет вид (см. главу III)

$$gd\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = 2[(u_z\omega_y - u_y\omega_z)dx + (u_x\omega_z - u_z\omega_x)dy + (u_y\omega_x - u_x\omega_y)dz]. \quad (6.1)$$

Это уравнение определяет, что движение идеальной жидкости без потерь энергии возможно лишь при двух условиях, из которых первое состоит в том, что все компоненты вихря равны нулю

$$\omega_{x, y, z} = 0, \quad (6.2)$$

а второе — в том, что каждая скобка правой части порознь равна нулю, что будет тогда, когда компоненты вихря линейно пропорциональны проекциям скоростей

$$\frac{u_x}{\omega_y} = \frac{u_y}{\omega_z} = \frac{u_z}{\omega_x}. \quad (6.3)$$

*Лаховская
Валентина Яковлевна*

При этих условиях $E = \text{const}$.

Имея в виду, что частицы потока, проходя поворот русла, должны перемещаться по криволинейным траекториям, выясним, при каких условиях возможно прохождение частиц жидкости по криволинейным траекториям без вращения частиц, т. е. когда $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$.

При движении по криволинейной траектории неизбежно возникает центробежное усилие.

На элементе $\Delta z \Delta x \Delta r$, где z — вертикальная ось, x — продольная в направлении касательной и r — направление по радиусу кривой, центробежное усилие будет равно

$$A_1 = \gamma \Delta z \Delta x \Delta r \frac{V^2}{gr}.$$

В установившемся движении это усилие будет уравновешиваться центростремительным, появляющимся в виде результирующего давления в направлении, противоположном направле-

нию центробежного усилия. Если на грани этого элемента, ближайшей к оси вращения, площадью $\Delta z \Delta x$ давление равно p , то на противоположной грани оно будет равно $p + \Delta p$.

Следовательно, равнодействующее усилие этих давлений A_2 будет равно $\Delta p \Delta z \Delta x$, или, представляя Δp в виде

$$\Delta p = \gamma \Delta z = \gamma \frac{\partial z}{\partial r} \Delta r,$$

оно будет равно

$$A_2 = \gamma \frac{\partial z}{\partial r} \Delta r \Delta z \Delta x.$$

В условиях установившегося движения $A_1 + A_2 = 0$, поэтому

$$\frac{\partial z}{\partial r} + \frac{V^2}{gr} = 0. \quad (6.4)$$

Но если движение происходит без потерь энергии, т. е. при условии, что

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = \text{const}, \quad (6.5)$$

то, определяя условия на поверхности потока, на которой p постоянно и равно атмосферному давлению, будем иметь после дифференцирования (6.5)

$$\frac{\partial z}{\partial r} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \quad (6.6)$$

Подставляя отсюда $\frac{\partial z}{\partial r}$ в (6.4), получаем, что

$$\frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V^2}{gr} = 0.$$

Так как рассматривается изменение продольных скоростей только по r , то, заменяя частные производные на полные, получаем после интегрирования, что

$$Vr = V_0 r_0 = \text{const}, \quad (6.7)$$

т. е. в потоке, проходящем поворот русла с наименьшими потерями энергии, скорости должны увеличиваться по мере приближения к внутреннему берегу. Это именно и наблюдается в опытах (правда, не на всем пространстве изгиба), но все же поток действительно перестраивает распределение скоростей в сторону выполнения полученного закона на створе, отстоящем от геометрического начала поворота на угол, равный

$(0,15-0,25)\pi=27-45^\circ$. Назовем этот створ условно основным створом изгиба.

Закон распределения скоростей именуют иногда, следуя традиции, восходящей еще к небесной механике Кеплера, «законом площадей». В гидромеханике этот закон является уравнением распределения скоростей движения жидкости с потенциалом скоростей при вращении ее вокруг оси. Такое распределение скоростей наблюдается на реках в моменты образования вихревых воронок.

В реальных русловых потоках закон площадей, однако, не может выполняться строго в силу неизбежного влияния торможения боковыми стенками.

Для прямоугольных сечений торможение будет сказываться в уменьшении скоростей по мере приближения к стенкам. Будем отсчитывать расстояния на каждой половине сечения от стенки, тогда относительное расстояние от стенок будет выражаться отношением $\frac{b}{B}$.

Для прямоугольных русел торможение в условиях изгиба будет выражаться в уменьшении средних скоростей вертикалей пропорционально $\frac{b}{B}$ в степени, близкой к 0,08. Учитывающий это торможение множитель, равный $1,08 \left(\frac{b}{B}\right)^{0,08}$, должен войти в формулу распределения скоростей по закону площадей. Учитывая торможение боковыми стенками, распределение средних скоростей вертикалей по ширине основного створа будет определяться выражением

$$\frac{V_l}{V} = 1,08 \frac{r_0}{r} \left(\frac{b}{B}\right)^{0,08}, \quad (6.8)$$

где V — средняя скорость сечения и r_0 — осевой радиус изгиба.

3. Свободная поверхность на изгибе потока

Перестройка скоростного поля по закону площадей должна сказаться и на виде свободной поверхности потока. До входа на закругление все плановые струи потока обладают одинаковым запасом энергии (тормозящим влиянием стенок пока пренебрегаем).

Возьмем два продольных отсека на повороте: один у внешнего, а другой у внутреннего берега, обозначив характеристики их индексами 1 и 2.

Энергия их одинакова

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}.$$

На свободной поверхности атмосферное давление будет одинаковым, поэтому разность отметок свободной поверхности в одном и том же створе будет равна

$$\Delta z = z_1 - z_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}.$$

Но по (6.7)

$$V_1 r_1 = V_2 r_2 = V_0 r_0.$$

Выражая скорости через скорость средней струйки V_0 с радиусом r_0 , получаем, что

$$\Delta z = \frac{V_0^2}{2g} \left(\frac{r_0^2}{r_2^2} - \frac{r_0^2}{r_1^2} \right). \quad (6.9)$$

Это означает, что в основном створе потока на изгибе неизбежно должна возникнуть деформация свободной поверхности потока, связанная с появлением поперечных уклонов, как это показано на схеме с рис. 22. При этом отметки свободной поверхности у внешнего берега становятся выше средних, а у внутреннего берега ниже средней для створа.

Поперечный уклон возникает на всей геометрической длине поворота. В пределах всего поворота центробежные усилия равны $\frac{\gamma V^2}{gr_0}$, где V — средняя скорость потока и r_0 — средний радиус изгиба. Это усилие уравнивается центростремительным, определяемым возникновением поперечного уклона $i_{\text{п}} = \frac{dz}{dr}$ и равным $\gamma i_{\text{п}}$.

Равенство центробежных и центростремительных усилий и определяет значение поперечного уклона

$$i_{\text{п}} = \frac{V^2}{gr_0}. \quad (6.9a)$$

4. Поперечное смещение потока на изгибе и скорости смещения

В прямолинейной части (до входа в изгиб) скорости отдельных вертикалей были одинаковы по ширине, и если в области изгиба они увеличиваются у внутреннего берега, то это означает, что на изгибе расход потока смещается к внутреннему берегу.

Возьмем два первых створа на схеме *b* рис. 22. Обозначим расходы, проходящие в левой половине первого створа, $Q_{\text{л}}'$ и второго — $Q_{\text{л}}''$. Их разница будет расходом ΔQ , переместив-

шимся на длине l между створами в правую часть через осевую площадь lH со средней скоростью смещения $V_{см}$, которая будет определяться выражением

$$V_{см} = \frac{\Delta Q}{lH} \quad (6.10)$$

Эти скорости смещения изменяются по ширине потока, уменьшаясь до нуля у боковых стенок. Они изменяются и по глубине потока, возрастая от дна к поверхности.

Измерениями распределения местных скоростей удается определить лишь полные поперечные скорости, равные сумме местных скоростей смещения и циркуляции, однако точно выделить из них долю только скоростей смещения невозможно.

По данным измерений местных скоростей более надежно может быть определена лишь средняя по глубине скорость смещения, значение которой может быть установлено по расходам смещения.

Поперечные скорости смещения изменяются и по длине поворота, что будет показано далее.

5. Циркуляция на изгибе

Выше было установлено, что поток идеальной жидкости в своем движении будет сохранять свою энергию и при условии

$$\frac{u_x}{\omega_x} = \frac{u_y}{\omega_y} = \frac{u_z}{\omega_z} = k = \text{const},$$

т. е. в условиях продольно-винтового движения.

Чтобы наиболее наглядно выяснить, при какой форме движения будет выполняться это требование в условиях изгиба руслового потока, рассмотрим условия движения в поперечном сечении, представленные на верхней схеме рис. 22. Примем временно, что продольные скорости во всех точках этого сечения одинаковы и равны V . Совместив ось x с касательной к продольной оси в этом створе, тем самым принимаем, что $V = u_x$. Из последнего выражения следует, что

$$\frac{u_x}{\omega_x} = \frac{V}{\omega_x} = k = \text{const}. \quad (6.11)$$

В принятых здесь обозначениях ω_x будет равно

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial r} \right), \quad \approx \frac{1}{2} u_{\theta} / r$$

где u_r — радиальная проекция скорости и u_y — вертикальная проекция ее. Здесь вертикальная ось обозначена через y .

Если возьмем в рассматриваемом створе среднюю осевую вертикаль, то на ней все токи циркуляционного движения будут нормальны к вертикали, а составляющие u_y будут равны нулю, поэтому на вертикали

$$\omega_x = \frac{1}{2} \frac{du_y}{dy}.$$

В силу этого условие (6.11) получает вид

$$V = k\omega_x = \frac{k}{2} \frac{du_r}{dy}.$$

Так как на вертикали все компоненты в установившемся режиме будут функциями только от y , то частные производные можно заменить полными, после чего, интегрируя, получаем

$$\frac{u_r}{y_1} = \frac{2V}{k};$$

где y_1 — расстояние по высоте от середины глубины потока.

А так как $y_1 = y - \frac{H}{2}$, где y — расстояние от дна, то

$$\frac{u_r}{V} = \frac{2}{k} \left(y - \frac{H}{2} \right).$$

Условия размерности определяют, что постоянная должна иметь размерность длины характерного геометрического параметра поворота. Таким параметром является только радиус поворота r_0 , поэтому k можно представить в виде $k = \frac{r_0}{\alpha}$.

Тогда последнее выражение получает вид

$$\frac{u_r}{V} = \frac{2\alpha}{r_0} \left(y - \frac{H}{2} \right) = \frac{\alpha H}{r_0} \left(\frac{2y}{H} - 1 \right), \quad (6.12)$$

Циркуляционные скорости на поверхности u_{r_0} и на дне u_{r_Δ} будут равны

$$\frac{u_{r_0}}{V} = \frac{\alpha H}{r_0}; \quad \frac{u_{r_\Delta}}{V} = -\frac{\alpha H}{r_0}, \quad (6.13)$$

где значение α изменяется для средней вертикали сечения от нулевых значений на входе и выходе из поворота и достигает наибольшей величины, равной от 3 до 5, на угловом расстоянии от начала изгиба, равном около $(0,3-0,5)\pi$. Постоянная α будет изменяться также по ширине русла.

Направление циркуляции определяется следующими соображениями.

При циркуляции массы потока на изгибе, находящиеся, положим, в начале изгиба на поверхности, переходят затем

в область дна, где, испытывая торможение русла, уменьшают свои скорости. Массы же, находившиеся в районе дна, переходят в область поверхности и, испытывая меньшее торможение, увеличивают свои скорости. Это явление приводит к выравниванию профиля продольных скоростей на изгибе. Местные продольные скорости у дна при этом остаются меньшими, чем на поверхности, но разница между ними на изгибе будет меньше, чем на прямолинейном участке.

Так как продольные скорости у поверхности больше средней на вертикали, а у дна меньше, то центробежное усилие у поверхностных масс потока, равное $\frac{\gamma u_0^2}{gr}$, будет больше центробежного усилия, численно равного $\frac{\gamma V^2}{gr}$, где V — средняя скорость вертикали. Поэтому в верхних слоях появляется разница этих усилий, равная

$$\gamma \frac{u_0^2 - V^2}{gr},$$

направленная в сторону внешнего берега, под действием которой и возникает циркуляционное течение. В нижней же части потока эта разница усилий будет равна

$$\gamma \frac{V^2 - u_\Delta^2}{gr}$$

и направлена к внутреннему берегу, поэтому в нижней части потока циркуляционные течения направлены к внутреннему берегу.

При изгибе руслового потока появление этих усилий является неизбежным, поэтому неизбежно и возникновение циркуляционного течения и скоростей его. Но если появление этого течения неизбежно, то поток стремится осуществить его в том виде, при котором затраты энергии потока на преодоление изгиба будут наименьшими.

6. Поперечное смещение в конце поворота

Приведенные выше выражения для поля продольных и поперечных скоростей (смещения и циркуляции) получены для того основного створа изгиба, в котором поток уже перестроился для преодоления поворота с наименьшими потерями энергии.

Но поток входит на изгиб из прямолинейного участка и выходит вновь на прямолинейный отводящий участок. На этом пути поток должен перестроить свою структуру для условий изгиба и вновь изменить ее на выходе в прямолинейный участок. Это означает, что все поле скоростей должно изменяться по

длине изгиба и на выходном участке поворота от основного створа до прямолинейного отводящего русла. Перестройка поведения потока на этом участке (от основного створа поворота к прямолинейному движению на выходе) происходит сложным путем.

В основном створе главная часть масс потока проходит у внутреннего берега с наибольшими продольными скоростями. Здесь получают почти наибольшее значение и скорости циркуляции. В продольно-винтовом движении массы потока, прошедшие с наибольшими продольными скоростями в основном створе у внутреннего берега, дальше, поворачиваясь вокруг продольной оси, должны переместиться на остальной длине поворота к внешнему берегу. В некоторой, однако, неполной мере этим и объясняется смещение большей части расхода к внешнему берегу во второй половине поворота. Со смещением расхода поток вступает далее в прямолинейный отводящий участок.

7. Дополнительные сопротивления на повороте русла

Условия, обеспечивающие наименьший уровень затрат энергии потока при движении его на повороте русла, достигаются только в районе основного створа. Поэтому в других районах поворота потока неизбежны дополнительные затраты энергии.

В оценке затрат энергии на перестройку режима потока на изгибе будем исходить из следующих положений. Поток входит в область изгиба с глубиной H и средней скоростью V . С этими же значениями поток выходит из области изгиба. Обозначим полные потери, т. е. падение уровня, на всей длине поворота h_w .

Падение уровня в условиях прямолинейного движения в таком же русле и той же длины обозначим h_{w_0} . Разность $\Delta h_w = h_w - h_{w_0}$ и является мерой дополнительных сопротивлений изгиба, которые вызываются следующими условиями:

1. Вследствие выравнивания профилей скоростей на изгибе выступы шероховатости дна будут обтекаться увеличенными местными скоростями.

2. На изгибе появляются поперечные скорости смещения и циркуляционные. Эти скорости вызывают дополнительные сопротивления.

3. Для перестройки движения в продольно-винтовое необходимо сообщить вращение потоку с наибольшими скоростями на поверхности и у дна.

4. Вся сумма дополнительных сопротивлений даже на крутых изгибах в обычных открытых русловых потоках менее $1/10$ путевых потерь в условиях прямолинейного движения. Отсюда ясно, что перестройка динамической структуры потока

в сторону форм, уменьшающих уровень общих потерь энергии, действительно приводит к осязаемым результатам.

8. Замечание об отрыве потока и изгибе в условиях деформируемого русла

При увеличении скоростей потока преодоление инерции движения входного направления становится более трудным. Если же при этом будем увеличивать кривизну, то поток отрывается от внутренней стенки на второй половине изгиба и в области отрыва возникает водоворотная зона, показанная на схеме с рис. 22. Явление отрыва потока от ведущих стенок встречается в различных гидравлических процессах и явлениях.

Для русловых потоков еще не имеется надежного объяснения и решения. Известно лишь, что в условиях плавных поворотов русла явления отрыва не возникают в некоторых условиях даже и при $r_0 = 2B$.

Этим кратким замечанием о явлениях отрыва приходится ограничиться, так как реальные итоги их изучения пока очень малы.

* * *

В условиях деформируемого русла поведение потока значительно осложняется тем, что поток, деформируя русло, испытывает значительное влияние деформаций русла.

Положим, рассматривая схему d рис. 22, что поток, двигаясь по деформируемому руслу, перемещает на подходном участке русловые наносы равномерно по всей ширине и в количестве, соответствующем его транспортной способности. Уже при входе на изгиб вследствие возрастания скоростей у внутреннего берега поток у последнего в состоянии переносить наносы в большем количестве, чем поступает сверху по течению и слева с потоком смещения. Недостающее количество поток вначале отбирает размывом — местным углублением дна. И так как по мере размыва скорости уменьшаются, то при некоторых глубинах (больше средних) дальнейший размыв прекращается и достигнутая глубина сохраняется устойчиво. Но далее на последующих створах поперечными скоростями потока наносы смещаются от внешнего берега к внутреннему, к которому они поступают в силу этого с увеличенной концентрацией.

Вследствие того что скоростями смещения и циркуляции к внутреннему берегу сносится большая часть наносов и притом в количестве, большем местной транспортной способности, у кромки внутреннего берега от середины изгиба и далее излишняя часть наносов откладывается. Поток при этом смещается несколько к середине и проходит по ней с увеличенными

скоростями (вследствие занесения части сечения у внутреннего берега).

В начале поворота у внешнего берега скорости становятся меньше средних всего сечения. Если их значение больше размывающего, то, ввиду того что в данный район уже не поступают транзитные наносы, поток будет размывать дно и берег, пока местные скорости не уменьшатся до неразмывающих значений.

На второй половине изгиба течения у дна еще имеют стремление переносить зерна наносов к внутреннему берегу, в этом же районе начинается описанное ранее резкое перемещение большей части потока к внешнему берегу. Обычно в этот участок поступает немного наносов, поэтому поток у конца изгиба и размывает внешний берег русла до тех пор, пока скорости не понизятся до соответствующего уровня. В силу этого на выходе область повышенных глубин создается также у внешнего берега.

При относительно больших скоростях, достаточных для размыва, внешний берег будет размываться на всем протяжении изгиба, вследствие чего береговая кромка будет отступать от первоначального положения во внешнее пространство. Внутренний же берег будет наращиваться в полосе возникающей отмели.

§ 2. ПОВЕДЕНИЕ ПОТОКА НА ЭЛЕМЕНТАРНОМ ИЗГИБЕ (ДАННЫЕ ОПЫТА)

Выяснив некоторые явления механизма потока на изгибе, схематизация которых была необходима для их лучшего уяснения, можно перейти к рассмотрению всей уже не схематизируемой картины элементарного изгиба руслового потока по данным опыта, имея в виду поворот лишь открытых потоков.

1. Распределение средних скоростей вертикалей по ширине и длине элементарного изгиба

Для иллюстрации действительного (несхематизированного) поведения потока на элементарном изгибе использованы наиболее полные и надежные данные опытов по изучению элементарного поворота прямоугольного русла на 180 и 135°, выполненных гидролабораторией ЦНИИ водного лесотранспорта и гидротехники.¹

Данные других авторов и научно-исследовательских учреждений не могли быть использованы из-за неполноты или недостаточной надежности. Указанные выше данные позволяют

¹ Н. А. Баконина, С. Я. Мучник, Н. Н. Панов, Г. Д. Яковлев, М. А. Сагин. Исследование поведения потока на одиночном повороте русла. ЦНИИ лесосплава, Л., 1955—1956 гг.

выявить характерные особенности элементарного изгиба при разных углах поворота.

Все используемые далее опыты выполнены в диапазоне чисел Рейнольдса свыше 8000 при глубине потока от 3,0 до 10 см в русле шириной 40 см при различной его шероховатости.

На рис. 23 представлены данные о распределении продольных скоростей вертикалей по ширине и длине поворота при угле, равном 180° . Этот рисунок показывает изменения средних скоростей вертикалей, аналогичные приведенным ранее схемам. Следует отметить, что обратное смещение расхода к внешнему берегу происходит тем ближе к концу поворота, чем меньше шероховатость русла, т. е. чем больше параметр Шези S .

На рис. 24 представлены данные, относящиеся к углу поворота, равному $0,75\pi = 135^\circ$ при $S = 40 - 42$, и к углу поворота, равному 180° при $S = 40$. На первой верхней схеме представлено расчетное распределение скоростей для основного створа, определяемое по (6.8). Из сопоставления с ним действительного распределения на различных створах видно, что наиболее сходно распределение скоростей на створе $0,19\pi$ при общем угле поворота 135° и на створе $0,17\pi$ при общем угле поворота 180° .

На этом же рисунке точками показано распределение скоростей при общем угле поворота 180° и сплошными линиями данные опытов при общем угле поворота 135° при равных значениях параметра Шези $S = 40 - 42$.

2. Положение основного створа

На рис. 25 приведены положения основного створа, на котором распределение средних скоростей на вертикалях наиболее близко к расчетному при разных полных углах поворота 50 и 90° , а также при углах 135 и 180° . Эти данные показывают, что перестройка механизма потока до основного створа заканчивается на входе в пределах $(0,14 - 0,25)\pi = (25 - 45^\circ)$, причем положение створа не зависит ни от относительной кривизны изгиба в диапазоне $\frac{r_0}{2B}$ от 2,75 до 1,5, ни от полного угла поворота и глубины наполнения.

Распределение местных продольных скоростей по глубине потока на повороте, как указано выше, отличается от распределения на прямолинейных участках относительным выравниванием профилей местных скоростей (достаточной иллюстрацией является приводимое в дальнейшем изложении поле продольных скоростей в русле на сложном изгибе при наличии поймы).

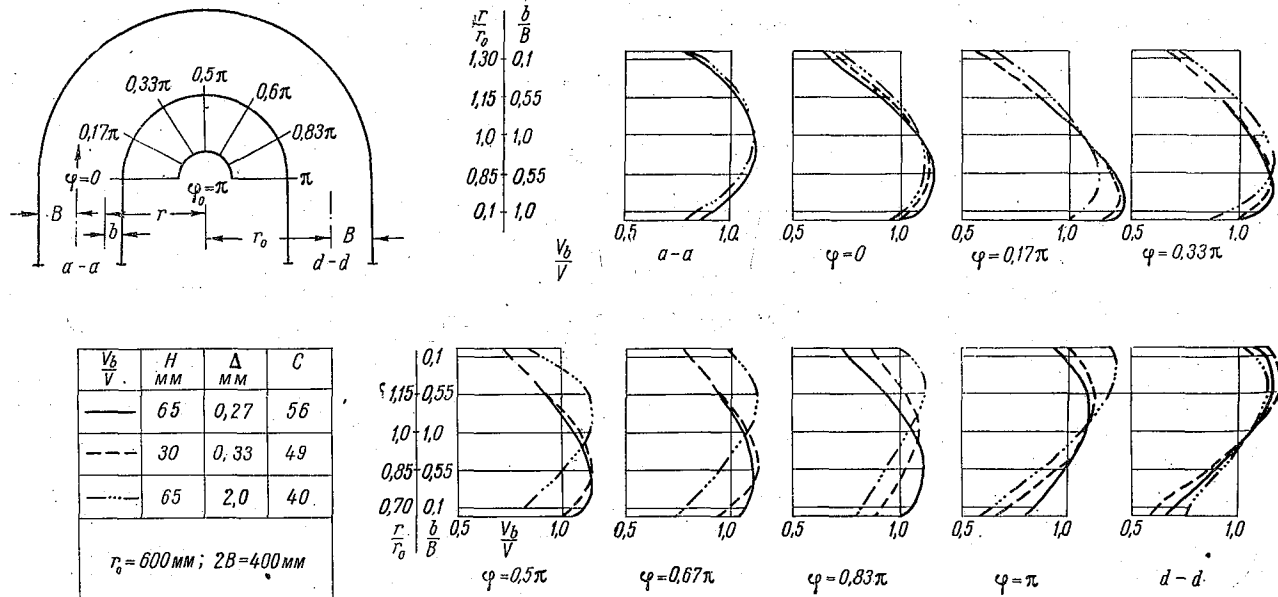


Рис. 23. Распределение средних скоростей вертикалей по ширине и длине элементарного изгиба с углом 180° .

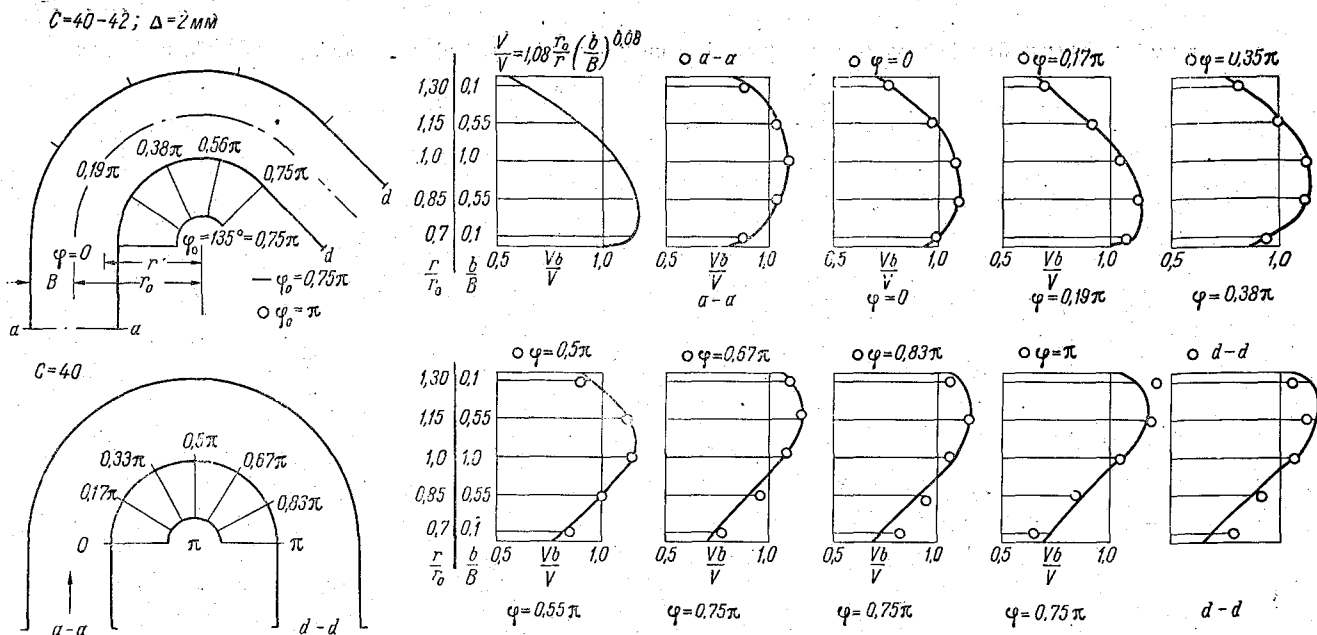


Рис. 24. Распределение средних скоростей вертикалей по ширине и длине элементарного изгиба при углах поворота 135 и 180°.

Характерна картина свободной поверхности потока на изгибе. Хотя на подавляющей части поворота поле продольных скоростей существенно отклоняется от расчетного на основном створе, все же поперечные уклоны и превышения отметок уровня

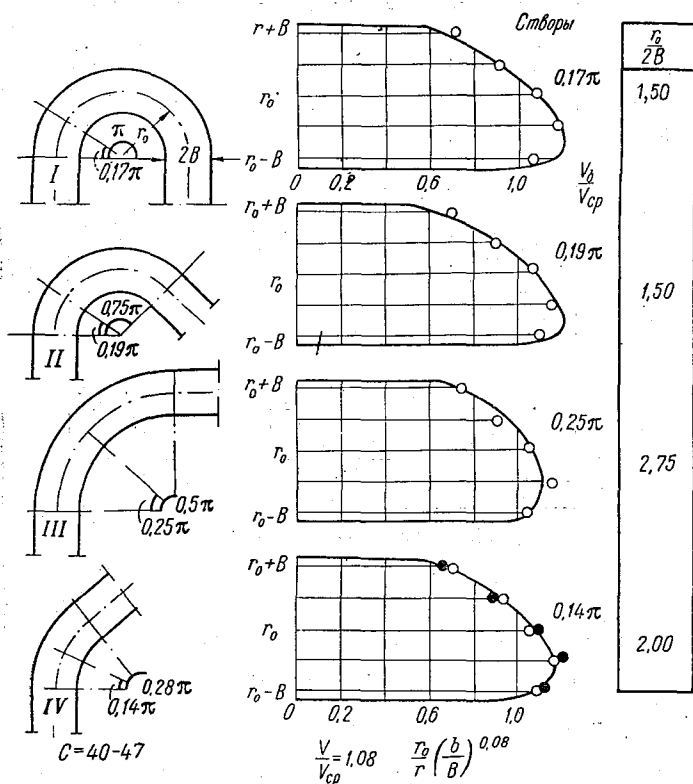


Рис. 25. Положение основного створа на элементарном изгибе различной кривизны и длины.

у внешнего берега в сравнении с уровнями внутреннего берега находятся в полном соответствии с расчётными по (6.9а) почти на всей длине поворота от геометрического начала до конца изгиба.

3. Поперечные скорости на элементарном изгибе

Характеристики поля поперечных скоростей на элементарном изгибе получаются измерениями горизонтальных поперечных проекций полной скорости в отдельных точках по глубине каждой вертикали створа на всех створах поворота.

Как правило, они имеют форму, близкую к заштрихованной фигуре 1234 на схеме IIa рис. 26.

Поперечные скорости, направленные влево, занимают большую часть глубины; поперечные скорости противоположного направления имеются лишь у дна и незначительны по вели-

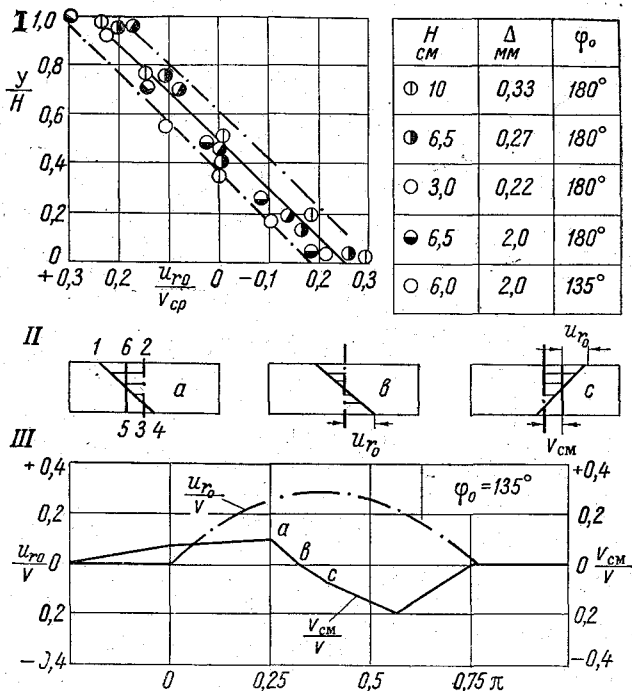


Рис. 26. Поле поперечных скоростей смещения и циркуляции на элементарном изгибе с полным углом поворота 135°.

чине, т. е. поперечные перемещения влево преобладают и средняя по высоте скорость этого перемещения, выражаемая отрезком 3—5, будет средней скоростью смещения на данной вертикали.

Если вычесть эту скорость из местных поперечных скоростей, то получаемая фигура 1654 состоит из двух треугольников 1—6 и 5—4 с общей стороной. Такая фигура в грубом приближении может рассматриваться как график изменения по глубине заведомо преувеличенных скоростей циркуляции. Наибольшие значения они имеют на поверхности и на дне.

Этот прием определения скоростей циркуляции (путем вычитания постоянной по высоте средней скорости смещения) дает

значения скоростей циркуляции, преувеличенные примерно в два раза по следующей причине.

Скорости поперечного смещения масс потока неодинаковы по глубине. Они больше на поверхности и уменьшаются ко дну. Их изменение по глубине по ряду причин не может быть принято таким же, как изменение продольных скоростей в плоском потоке. Немногие данные измерений в тех условиях, в которых отсутствовала циркуляция, обнаружили, что скорости смещения на поверхности всегда больше средней скорости смещения (примерно в 1,5 раза).

На схеме *IIa* имеет место и циркуляция и смещение влево, а на схеме *IIb* на осевой вертикали прямоугольного сечения представлен профиль поперечных скоростей при отсутствии смещения, т. е. только скоростей циркуляции, на схеме *IIc* имеется смещение к правому берегу вместе с циркуляцией.

Осредняя профили средней части сечения в каждом створе, затем определяя среднюю относительную скорость смещения и наибольшую скорость циркуляции, получаем в итоге этих операций изменение их по длине элементарного изгиба, иллюстрация которого для полного угла поворота 135° представлена на схеме *III* рис. 26. На ней пунктиром показаны наибольшие скорости циркуляции на поверхности потока в средней трети ширины каждого створа, а сплошной линией — средние по вы-
соте скорости смещения $\frac{V_{см}}{V}$.

Из этой иллюстрации, а также из итогов опытов при угле поворота 180° вытекает следующее:

1. Циркуляция возникает только в створе геометрического начала поворота; она постепенно увеличивается до наибольшего значения, равного

$$\frac{u_{r_0}}{V} = \alpha \frac{H}{r_0},$$

где $\alpha = 3-5$, на створе, отстоящем от геометрического начала на угол около $0,4\pi$ (или на длину $0,4\pi r_0$).

Скорости циркуляции уменьшаются до нуля на створе, отстоящем от геометрического начала на расстоянии $(0,7-1,0)\pi$, т. е. при углах поворота меньше $0,7\pi$ циркуляция замирает уже на выходном прямолинейном участке.

2. Процессы смещения возникают в потоке до геометрического начала поворота, т. е. еще на прямолинейном участке, на расстоянии примерно равном ширине потока.

Скорости этого смещения к внутреннему берегу достигают максимума вблизи основного створа и затем уменьшаются до нуля на основном створе. Далее они вновь увеличиваются, но в противоположном направлении. Перед геометрическим кон-

дом поворота они уменьшаются почти до нулевых значений на выходе.

3. Изменение по высоте скоростей циркуляции по данным опыта, отобранным на створах, в которых отсутствовало поперечное смещение, показано на схеме 1 рис. 26. Эти данные свидетельствуют о том, что изменение близко к установленному выше линейному закону

$$\frac{u_r}{u_{r0}} = \frac{2y}{H} - 1.$$

4. Имея в виду, что использованный прием определения скоростей смещения и циркуляции дает завышенные значения скоростей циркуляции и наибольшие поверхностные скорости смещения примерно в 1,5 раза больше средних скоростей смещения, можно отметить, что наибольшие значения относительных местных скоростей смещения и циркуляции имеют одинаковый порядок, причем наибольших значений скорости циркуляции достигают примерно в середине поворота, а наибольшие скорости смещения имеют место в начальном участке изгиба и на второй половине его.

§ 3. ПОВЕДЕНИЕ ПОТОКА НА СЛОЖНОМ ПОВОРОТЕ РУСЛА

1. Свободная поверхность и продольные скорости на сложном изгибе

Речные русла представляют собой сочетание прямолинейных и криволинейных участков; при этом криволинейные участки могут следовать друг за другом с различной кривизной по знаку и величине как непрерывно, так и с прямолинейными вставками различной длины.

Участок реки, включающий несколько поворотов разного знака, будем называть сложным поворотом.

Представленный на рис. 27 сложный поворот имеет три поворота, каждый из которых в сравнении с предыдущим различен по кривизне и знаку ее. Повороты соединены небольшими прямолинейными участками, каждый из которых является выходным для предыдущего изгиба и подводящим для последующего.

Основное отличие условий движения на этих поворотах от условий элементарного изгиба состоит во взаимодействии смежных изгибов на сложном повороте. Это взаимодействие может сказаться на виде свободной поверхности каждого изгиба и полях продольных и поперечных скоростей.

Экспериментальный анализ¹ схемы сложного поворота, представленной на рис. 27, приводит к выводу о том, что свободная поверхность в пределах каждого изгиба аналогична поверхности потока на элементарном изгибе.

Для поля продольных скоростей на сложном изгибе наиболее характерно следующее.

Несмотря на малое расстояние между смежными изгибами и существенную разницу в полном угле поворота, а также в значениях кривизны и знака ее, поток успевает в начале каждого изгиба перестроить распределение продольных скоростей. На основных створах их распределение достаточно близко к виду, отвечающему условиям наименьшей потери энергии. Это имеет место при разных углах поворотов (90 и 50°), различной кривизне их ($\frac{r_0}{2B}$ от $2,75$ до $1,5$) и при резко различных условиях на выходных створах отдельных изгибов.

2. Поперечные скорости на сложном изгибе

Картина развития поперечных скоростей смещения на сложном повороте близка к рассмотренной ранее для элементарного изгиба.

Поле же скоростей циркуляции на сложном повороте отличается некоторыми особенностями.

На элементарных изгибах с углом поворота 180 и 135° циркуляция возникает на геометрическом начале поворота и практически полностью затухает на геометрическом конце поворота, т. е. на расстоянии $(0,75-1,0) \lambda$.

При сложном повороте, состоящем из поворотов на 90 и 50° , циркуляция, возникшая на первом изгибе 50° , затухает лишь на середине второго поворота, т. е. на длине около $0,8\lambda r_0$. И лишь в этом створе второго поворота развивается циркуляция противоположного направления, вызываемая вторым поворотом. Циркуляция второго изгиба, развившаяся лишь на середине его, затухает на середине третьего изгиба, т. е. на длине, равной примерно $0,75\lambda r_0$ от начала второго изгиба. На длине того же порядка существует циркуляция и третьего изгиба.

На рис. 27 представлены данные о поперечных скоростях, полученные при глубине русла $5,0$ см. На левой стороне рисунка показано распределение по глубине полных поперечных скоростей (сумм скоростей смещения и циркуляции). Для выяснения относительного порядка скоростей смещения и циркуляции из этих профилей вычтены средние скорости смещения;

¹ Использована часть данных, полученных в экспериментальных исследованиях гидролаборатории Ленинградского гидрометеорологического института (1959—1960 гг.) Н. Б. Барышниковым, Г. В. Ивановым, И. П. Спицыным и дипломантами выпусков 1958—1960 гг.

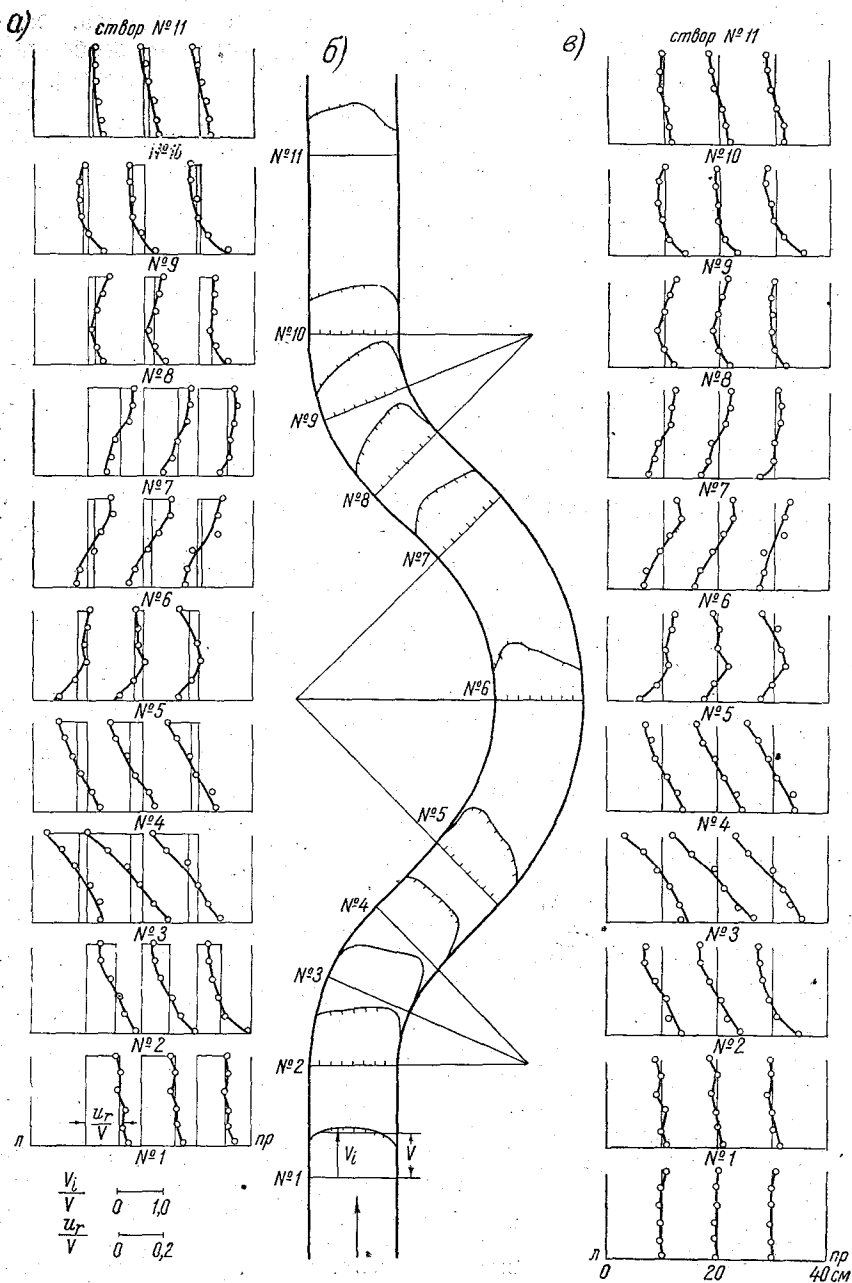


Рис. 27. Поле скоростей на сложном повороте русла.
 а — полные поперечные скорости, б — относительные продольные средние скорости вертикалей, в — скорости циркуляции.

полученные разности представлены на правых схемах того же рисунка.

Как указано выше, получаемые при этом наибольшие скорости циркуляции завышены примерно в 1,5 раза. Имея в виду это обстоятельство, следует отметить, что скорости смещения и в условиях сложного поворота имеют тот же порядок важности, что и скорости циркуляции.

§ 4. ПОТОК НА ПОЙМЕ И В РУСЛЕ СО СЛОЖНЫМ ИЗГИБОМ

1. Продольные скорости и свободная поверхность

Все поведение потока на сложном изгибе русла существенно осложняется в условиях затопления поймы и появления потока на ней.

Особенности режима потока в основном русле, на пойме и потока в целом выясняются рассмотрением поля продольных и поперечных скоростей и поверхности уровня в сопоставлении их с поведением потока в основном русле при незатопленной пойме.

Из всего объема имеющихся данных опыта далее приводится и рассматривается лишь та небольшая часть, использование которой в качестве иллюстрации поможет установить главнейшие общие особенности механизма взаимодействия потока основного русла со сложным поворотом и пойменного потока.

Характерные черты распределения местных продольных скоростей и поверхности уровня выясняются при рассмотрении типичных данных, представленных на рис. 28, полученных при заполнении поймы на глубину, равную половине глубины потока основного русла.

В основном русле распределение продольных скоростей на подходящем участке аналогично распределению в прямолинейном русле с поймой, рассмотренному ранее. На отдельных поворотах еще сохраняются основные особенности поведения потока на элементарном и сложном изгибе. Скорость у внутреннего берега несколько больше, чем у внешнего, а уровни у последнего выше, чем у внутреннего.

Профили продольных скоростей существенно отличаются от профилей для прямолинейных потоков главным образом в тех местах, в которых происходит перелив потока с поймы в русло (у левого берега створа 4) и на всех профилях створов 8 и 9.

Как и в условиях элементарного изгиба, распределение местных скоростей по глубине в остальных районах основного русла со сложным изгибом при заполненной пойме оказывается выравненным по глубине (в сравнении с прямолинейным потоком).

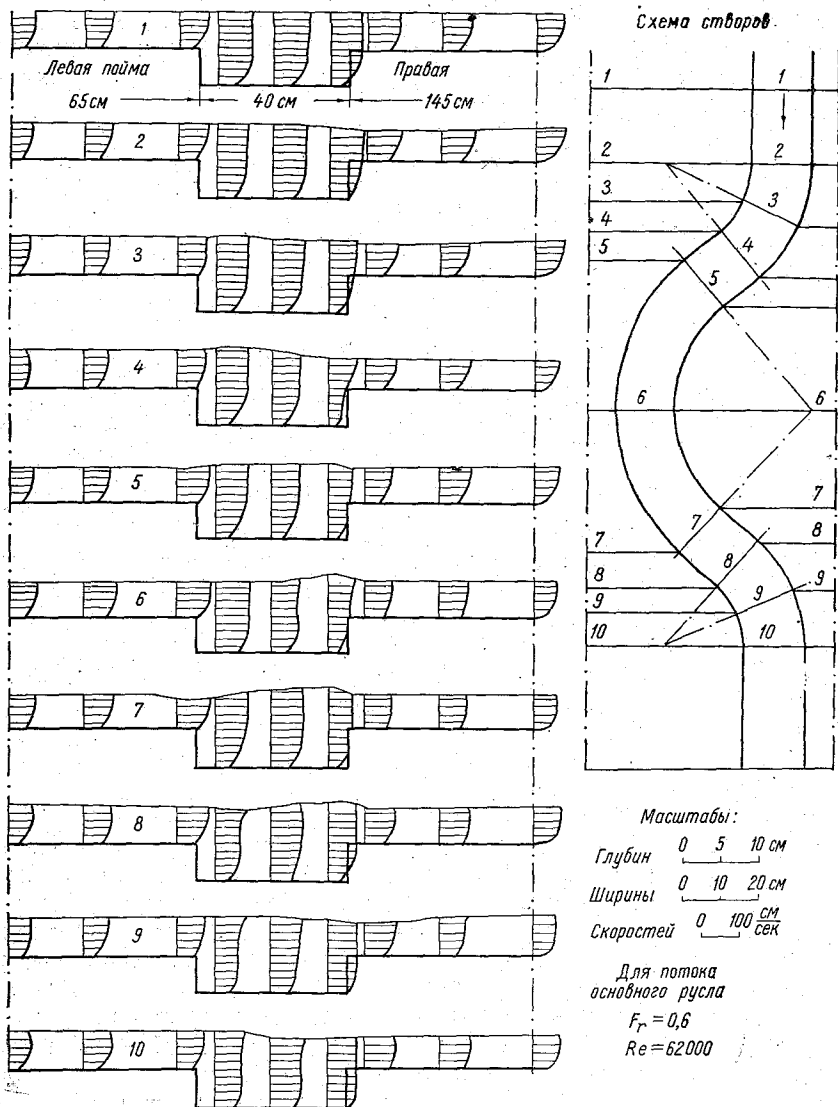


Рис. 28. Поле продольных скоростей потока русла и поймы.

Профили местных скоростей на пойме близки к расчетному виду профилей для плоского потока.

Налицо повышения уровня у внешних берегов и понижения у выпуклых берегов на всех отдельных поворотах. Эти повышения и понижения уровней в основном русле вызывают соответственные изменения уровней ближайших районов поймы и появление в них местных поперечных уклонов.

Картина распределения средних скоростей вертикалей по ширине русла и поймы представлена на рис. 29.

В пределах русла это распределение было зафиксировано по створам, нормальным к оси русла, и, кроме того, по створам, нормальным к оси поймы. В пределах русла распределение средних скоростей вертикалей показано лишь на створах, нормальных к оси русла, чтобы не затемнять рисунок. При этом для более отчетливого выявления основных особенностей рассматриваемого распределения были сглажены отдельные случайные местные отклонения, вызванные неточностью отдельных измерений и изготовления модели.

При небольшом наполнении поймы (глубины на пойме и в основном русле 1,4 и 6,4 см) на прямолинейном подходном участке наблюдается отмеченное ранее возрастание скоростей на пойме вблизи основного русла.

В пределах первого поворота на 50° распределение скоростей сохраняет тенденции смещения расхода к внутреннему берегу на входном и среднем створах и смещения к противоположному берегу на выходном створе. На третьем повороте (также на 50°) обратного смещения к внешнему берегу в конце поворота и в пределах его не наблюдается. На входном же и среднем створах этого поворота картина та же, что и на первом повороте.

На левой пойме у первого поворота следует отметить значительное повышение скоростей на пойме, вызванное переливом масс из русла, обладающих большими продольными скоростями. В дальнейшем движении по пойме (у створа б) продольные скорости этих масс уменьшаются до нормальных значений для пойменного потока.

Аналогичная картина смещения потока в основном русле имеет место и на втором повороте 90° . Отмечается возрастание скоростей на правой пойме (ниже створа б), вызванное переливом на пойму масс потока русла. Уменьшение их происходит на длине третьего поворота до прямолинейного выходного участка.

Следует отметить следующее важное обстоятельство, отчетливо наблюдаемое даже при малом наполнении поймы. Вследствие перелива масс потока правой поймы в основное русло и последующего перелива из русла на левую пойму на участке до середины второго поворота, а также переливов в обратном

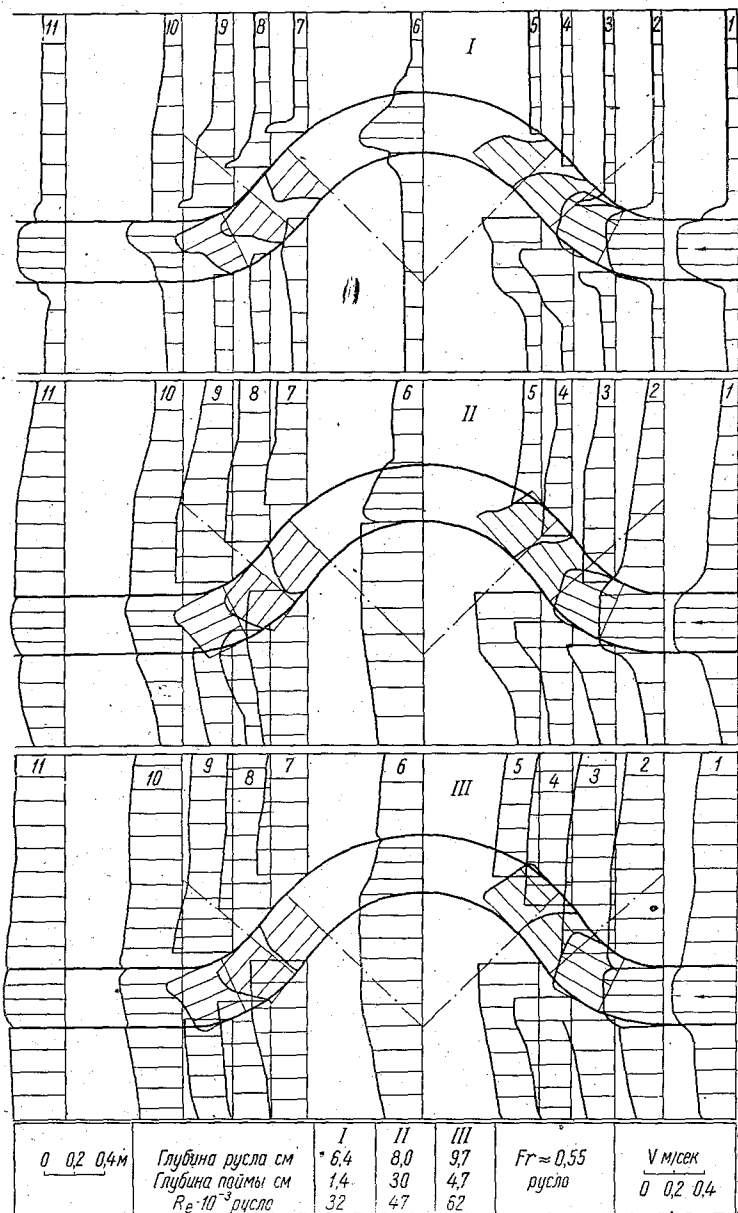


Рис. 29. Распределение средних скоростей вертикалей по ширине русла и поймы в условиях сложного изгиба русла.

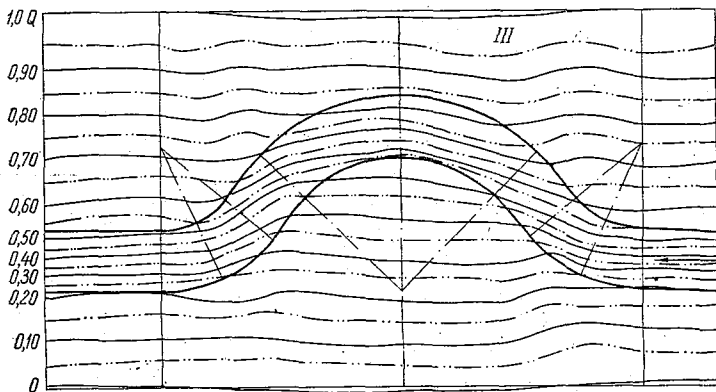
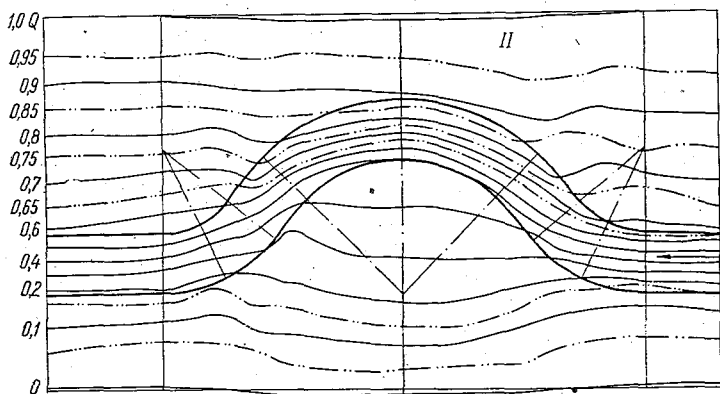
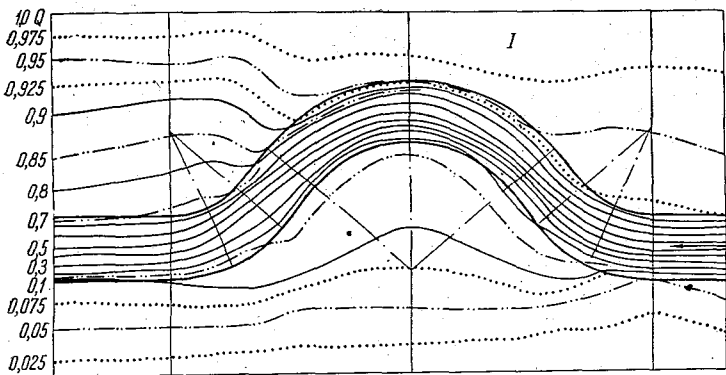


Рис. 30. Планы течений в русле и пойме.

направлении на следующем участке расход в русле на сложном повороте уменьшается. Это особенно заметно, если сопоставить расходы в русле в конце второго и третьего поворота с расходом в русле на входном участке и первом повороте (табл. 3). Данное явление имеет решающее значение для объяснения русловых деформаций в основном русле в период паводков и выяснения поведения плавающих тел в этих условиях.

Все эти основные особенности сохраняются и при большем наполнении поймы (см. схемы II и III рис. 29).

Необходимо отметить лишь следующие отличия от рассмотренных условий малого наполнения поймы:

а) массы потока в русле, переливающиеся на пойму, уменьшают скорости до нормальных значений для пойменного потока на значительно большей длине, чем при малом наполнении поймы;

б) распределение средних скоростей вертикалей в русле еще больше отклоняется от условий элементарного изгиба. Относительные смещения уменьшаются, и распределение скоростей по ширине русла выравнивается.

Аналогичная картина сохраняется и при большем наполнении поймы (отношение глубин поймы и русла равно 4,7 : 9,7 см; см. схему III, рис. 29);

в) отмечается дальнейший абсолютный и относительный рост переливов из основного русла и поймы. Повышается и отмеченное ранее для прямолинейных потоков торможение потока основного русла потоком поймы. Поэтому в ряде створов, несмотря на значительную разницу глубин русла и поймы, средние скорости в русле и на пойме выравниваются. В местах выхода на левую пойму основной части потока русла (створ 6) и дальнейшего перелива в основное русло масс левой поймы скорости в русле оказываются даже меньшими, чем в смежных частях поймы.

Таблица 3

	Отношения глубины поймы и русла, см			
	$\frac{1,4}{6,4}$	$\frac{2,1}{7,1}$	$\frac{3,0}{8,0}$	$\frac{4,7}{9,7}$
1. Русло на прямолинейном подходном участке пропускало долю общего расхода, равную %	74	70	53	35
2. В конце сложного поворота транзитная часть расхода, проходящая по руслу, составляет долю начального, равную %	55	28	12,5	0

Эти особенности взаимодействия потоков русла и поймы еще более отчетливо выясняются на планах течения, представленных на рис. 30 при тех же наполнениях.

При малом наполнении поймы (отношение глубин поймы и русла равно 1,4:6,4 см) на входном прямолинейном участке по руслу проходит 74% общего расхода; в пределах же основного русла в конце сложного поворота остается лишь 40%. Таким образом, лишь $\frac{40}{70} = 55\%$ начального расхода русла проходит транзитом.

При увеличении наполнения поймы эти соотношения имеют значения, указанные в табл. 3.

Данные таблицы свидетельствуют о том, что в высокие воды ни одна из масс потока русла, вступающих на участки со сложными поворотами русла, не доходит транзитом по руслу даже на небольших длинах в силу того, что расходы перелива из русла на пойму и в обратном направлении становятся большими в сравнении с расходами русла в начальном створе.

2. Поперечные скорости на сложном изгибе при затопленной пойме

Построением по измерениям профилей поперечных скоростей и последующим вычитанием из них средних скоростей смещения картина распределения скоростей циркуляции получается лишь в первом приближении. Анализ такого рода данных дает возможность сделать лишь следующие выводы.

Ранее, при рассмотрении вопроса о поперечных скоростях циркуляции в основном русле (до затопления поймы), было показано, что циркуляционные скорости достигают наибольшего значения при наибольшем наполнении русла до затопления поймы, равном H_{p_0} . Причем местные наибольшие значения достигаются примерно на середине поворота. По абсолютной величине эти наибольшие местные значения имеют тот же порядок, что и поперечные скорости смещения, достигающие наибольших значений в начале поворота и во второй половине его.

В условиях различных наполнений поймы наибольшие значения скоростей циркуляции в диапазоне глубин русла от H_{p_0} до $1,2H_{p_0}$ несколько уменьшаются в сравнении со значением их при H_{p_0} . При дальнейшем увеличении наполнений в диапазоне глубин потока в русле больше $1,2H_{p_0}$ скорости циркуляции интенсивно уменьшаются и циркуляции вырождаются.

В некоторых областях потока основного русла встречается более сложный вид циркуляции, с формальной стороны близкий к тому, который получился бы при наличии двух циркуляци-

онных контуров с различным направлением вращения, расположенных друг над другом.

Но с наполнением поймы скорости смещения увеличиваются настолько существенно, что они приобретают решающее значение в сравнении со скоростями циркуляции, роль которых становится пренебрежимо малой.

Установление более широких и точных представлений как о поле поперечных скоростей на сложных поворотах русла в условиях затопления поймы, так и обо всех других характеристиках потоков русла и поймы требует дальнейших исследований.

Чтобы подчеркнуть значение последующих этапов исследований взаимодействия потоков русла и поймы с непараллельными осями в жестких и деформируемых руслах, отметим, что в итоге именно этих исследований будет получена надежная база для создания обобщенного аппарата анализа и решения ряда трехмерных задач динамики речных потоков.

3. Замечание об особенностях поведения потока в руслах прямоугольного сечения

Выше были рассмотрены особенности поведения потоков на изгибах русла прямолинейного сечения, лежащие в природе динамического изгиба потока и сохраняющиеся для русел прямоугольного сечения, в том числе и для русел естественных речных потоков. Но фактор неравенства глубин по ширине сечений русловых потоков накладывает еще одно дополнительное условие, определяющее поведение потока на изгибе.

С изменением глубин по ширине сечения изменяются и напряжения действующих сил, определяемые проекцией сил тяжести. Поэтому средние скорости вертикалей будут определяться не только указанными выше факторами, присущими механизму изгиба, но и гравитационным фактором.

Действие же этого фактора в пределах пространства изгиба определяется местными глубинами и уклонами. Различие последних в сравнении с прямоугольным руслом вызывает изменение скоростей отдельных вертикалей в соответствии с отношением

$$\frac{V_i}{V} = \left(\frac{H_i}{H_c} \right)^m \sqrt{\frac{i}{i_c}},$$

где значение m колеблется в пределах от $2/3$ до $5/8$, V — средняя скорость сечения, H_c — средняя глубина, а V_i является средней скоростью вертикали глубиной H_i .

До настоящего времени еще не было предпринято серьезной попытки выяснить роль этого фактора во взаимодействии со всеми другими факторами, определяющими поведение потока.

на изгибе русла. Поэтому для приближенных расчетов характеристик потока на повороте естественных русел пока можно исходить из принципа независимости указанного выше гравитационного фактора от основных факторов, определяющих поведение потока на изгибе прямоугольного русла. А это предположение дает возможность учесть фактор неравенства глубин введением последнего соотношения в качестве множителя в формулы (6.8), (6.10), (6.12).

§ 5. ОСНОВНЫЕ ИТОГИ

1. Главнейшие особенности поведения потоков на поворотах русла определяются тем, что поток, вступая на поворот, обладает тем же запасом удельной энергии сечения и распределением его по ширине потока, который он имел на прямолинейном подводящем участке. Поэтому поток перестраивает свою структуру таким образом, чтобы преодолеть поворот с минимальной затратой энергии. Перестройка структуры потока начинается еще до геометрического начала поворота и на угловом расстоянии от него, равном $(0,15-0,2)\pi$; распределение продольных скоростей по ширине потока уже отвечает условиям наименьшего уровня потерь энергии. Створ с таким распределением продольных скоростей является основным характерным створом поворота потока. В нем средние скорости вертикалей в прямоугольном русле (с учетом тормозящего влияния боковых стенок) распределяются по ширине потока в соответствии с формулой (6.8).

Поворот потока вызывает появление на всей длине его поперечного уклона с перепадом, определяемым по формулам (6.9) — (6.9а).

2. Перестройка режима для обеспечения наименьших потерь энергии в русловых потоках осложняется торможением потока дном русла, при наличии которого центробежные усилия по глубине потока, пропорциональные квадрату местной продольной скорости потока, не могут быть всюду уравновешены центростремительными усилиями, вызывающими поперечные уклоны, и пропорциональными квадрату средней продольной скорости вертикали.

В верхней части потока центробежные усилия больше центростремительных и разность их вызывает поперечное перемещение масс потока от внутреннего к внешнему берегу. В нижней части потока центростремительные усилия больше центробежных и разность их вызывает поперечное течение от внешнего берега к внутреннему. Эти поперечные перемещения масс потока в верхней и нижней части и создают циркуляционное течение.

Циркуляционные скорости на каждой вертикали в пределах изгиба имеют наибольшие значения у дна и на поверхности на

средней вертикали сечения. На каждом створе значения их изменяются по ширине, достигая наибольшей величины на середине ширины потока, а изменение по глубине определяется выражениями (6.12) — (6.13) и данными опыта, представленными на рис. 26.

Наибольшие значения их изменяются и по длине изгиба, достигая максимума примерно на угловом расстоянии $50-90^\circ$ от начала поворота, плавно увеличиваясь от нуля на геометрическом начале поворота и уменьшаясь затем до нуля на выходном створе изгибов с полным углом поворота $135-180^\circ$ или за пределами изгиба на расстоянии до $0,5l_0$ от начала изгиба с полным углом поворота меньше 90° . Они увеличиваются с увеличением глубин потока.

3. Перестройка структуры потока, связанная с увеличением скоростей у внутреннего берега в основном створе по формуле (6.8), вызывает поперечное смещение большей части расхода потока к внутреннему берегу в начале поворота, средние скорости которого определяются выражением (6.10).

Эти скорости достигают наибольшего значения примерно на середине ширины сечения и уменьшаются до нуля у берегов. Они изменяются и по длине поворота, достигая наибольших значений у геометрического начала поворота. Затем они уменьшаются до нуля в первой трети длины изгиба в пределах основного створа; увеличиваются далее на середине изгиба и уменьшаются почти до нуля на выходе (см. рис. 23, 24 и 26).

Наибольшая абсолютная величина поперечных скоростей смещения равна наибольшим значениям скоростей циркуляции.

Начиная от основного створа и далее большая часть расхода потока смещается в сторону внешнего берега и поток выходит на прямолинейный участок с несимметричным распределением.

4. Указанное выше стремление преодолеть поворот с наименьшей затратой энергии приводит к тому, что дополнительные сопротивления на поворотах обычно не превышают 10% уровня основных сопротивлений.

5. Сложный поворот русла представляет собой чередование элементарных одиночных поворотов. Взаимодействие их сказывается на поле продольных и поперечных скоростей значительной области каждого изгиба, но на основных створах каждого из них поведение потока остается практически таким же, как и для одиночного изгиба. В условиях сложного изгиба сохраняются, как и на одиночных изгибах, поперечные скорости смещения и циркуляции, а также поперечные уклоны свободной поверхности.

6. В наиболее важный период жизни рек (в период пропуска высоких вод) расход половодья проходит не только по руслу, но и на пойме. При этом продольная ось русла в условиях сложного поворота его не совпадает с осью поймы.

В этих условиях поведение потока в русле на изгибах существенно изменяется по сравнению с условиями прохождения потока только в основном русле. С увеличением глубины потока на пойме явления одностороннего смещения расходов русла уменьшаются. Уменьшаются и скорости циркуляции, и при глубинах потока, более чем на 20% превышающих высоту берегов самого русла, они уменьшаются практически до нуля. Однако заметные поперечные уклоны на поворотах русла остаются даже при значительных наполнениях поймы. Большое развитие получают процессы поперечных смещений потока с поймы на русло и из русла на пойму. В этих процессах основная роль русла в пропуске расходов высоких вод существенно уменьшается, и та часть расхода, которая проходит по руслу транзитом, уменьшается до нуля при значительных наполнениях поймы. Расход же, который проходит по руслу в пределах сложного поворота, оказывается значительно меньшим, чем в условиях прямолинейного русла. В связи с этим существенно уменьшаются и продольные скорости потока основного русла на сложном повороте при затопленной пойме.

Глава VII

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ

Основными сопротивлениями будем называть усилия торможения потока, развиваемые правильным прямолинейным руслом, однородным на всей поверхности.

Все факторы, увеличивающие сопротивления сверх основных, являются источниками появления дополнительных сопротивлений.

В речных системах эти факторы многообразны и многочисленны, но главные из них, имеющие наибольшее распространение, могут быть сведены в следующие группы:

- а) наличие в русле выступов и углублений в виде массивных выступов, донных гряд и прочих русловых образований;
- б) нарушение общего прямолинейного движения;
- в) наличие растительности.

§ 1. МАССИВНЫЕ ВЫСТУПЫ

1. Отправная схема массивных выступов

Массивные выступы встречаются обычно в виде валунов и крупных камней в русле, а на пойме также в виде пней и стволков.

Рассмотрим наиболее простую схему упорядоченного размещения массивных выступов, представленную на рис. 31.

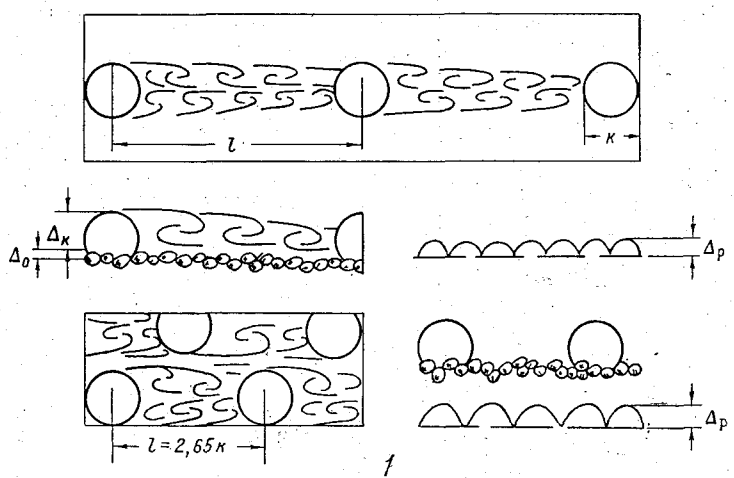
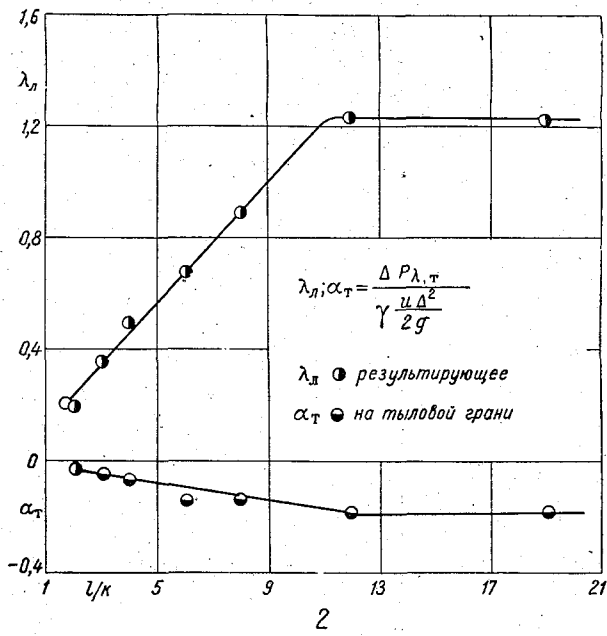


Рис. 31. Схема дополнительных сопротивлений массивных выступов.

На передней стороне каждого выступа при обтекании его происходит искривление обтекающих струй, всегда вызывающее возрастание местных давлений в районе изменения направления потока (в сравнении с гидростатическим).

На тыловой грани в условиях турбулентного обтекания плохо обтекаемых тел, к которым относятся все массивные выступы в речном русле, давление всегда ниже гидростатического. Это понижение давления обусловлено механизмом водоворотной зоны, возникающей за выступом (см. схему 1 рис. 31). Пространство жидкости в этой зоне находится в состоянии непрерывного и весьма интенсивного обмена с основным потоком.

Таким образом, в продольном направлении на массивных выступах возникает:

а) на передней грани повышенное давление (в сравнении с гидростатическим);

б) на тыловой грани пониженное давление (в сравнении с гидростатическим).

Произведение результирующей суммы этих давлений и миделя (наибольшее поперечное сечение выступа) будет представлять собой сопротивление обтекания выступа.

Сопротивление трения на выступе ввиду его небольшой роли в сравнении с перепадом давлений на передней и тыловой сторонах выступа отдельно обычно не определяется и входит в общее сопротивление обтекания.

Это продольное усилие обтекания будем далее сокращенно именовать лобовым сопротивлением.

Растительность в потоке является также выступами, развивающими значительные сопротивления, но для нее характерно то обстоятельство, что в эффекте развиваемого ею сопротивления решающую роль играют именно сопротивления трения, а лобовые сопротивления имеют второстепенное значение.

Имея это в виду, будем называть далее выступы, решающую роль для которых имеют лобовые сопротивления, массивными выступами.

Поставленная задача состоит в том, чтобы оценить, насколько при факторах, вызывающих дополнительное сопротивление, общее сопротивление будет больше основного сопротивления русла.

Решение этой задачи (в виде конкретных расчетных результатов) проще всего получить рассматривая роль дополнительных сопротивлений в плоском потоке.

Обычно в реках массивные выступы встречаются в нерегулярном распределении.

Для дальнейшего рассмотрения, однако, можно статистически осреднить их распределение с одинаковыми расстояниями между ними.

Для более точного определения границ распространения на

- самых выступах избыточных и дефицитных давлений (в сравнении с гидростатическим) вначале необходимо схематизировать выступы в форме куба.

Закончив на этом стадию постановки задачи, перейдем теперь к выяснению главных особенностей картины обтекания таких выступов в условиях их размещения на дне с различной густотой, которая будет измеряться отношением $\mu = \left(\frac{k}{l}\right)^2$.

2. Связь безразмерных усилий на выступах с густотой их размещения

Гидравлической характеристикой усилий обтекания таких выступов в условиях их размещения с различной плотностью будет служить связь безразмерных лобовых сопротивлений с густотой массивных выступов.

Безразмерное усилие, часто именуемое коэффициентом сопротивления обтекания, как указано выше, является суммой безразмерных усилий: избыточного на передней грани выступа и дефицитного на тыловой грани.

Поставим прежде всего вопрос о том, при каких условиях его значение станет наибольшим.

Оно будет достигнуто тогда, когда поток до выступа не встречает никаких других препятствий. Если введем в поток идентичные выступы впереди, то по мере увеличения густоты выступов условия обтекания рассматриваемого куба будут изменяться начиная с определенной густоты размещения.

Эти изменения будут вызываться двумя различными факторами: во-первых, тем, что с увеличением густоты размещения массивных выступов претерпевает некоторое изменение само поле скоростей потока, и, во-вторых, тем, что с увеличением густоты массивных выступов каждый выступ, находящийся в кильватере впереди стоящего, может оказаться уже в области затенения от впереди стоящего выступа. Этот фактор имеет решающее значение.

Водоворотная зона за каждым выступом распространяется на значительное расстояние. Данные опытов показывают, что лобовое усилие при значениях $\frac{l}{k}$, равных 10—12, остается тем же, что и для одного отдельно стоящего выступа.

Хотя последний этап развития гидромеханики и привел уже к некоторым существенным результатам в изучении водоворотных зон, однако и до сих пор еще нет возможности уверенного расчета всех характеристик, поэтому и сейчас сохраняют свое значение данные опытов, часть итогов которых приводится в дальнейшем изложении.

Установленная этими опытами связь сплошности размещения выступов с результирующим лобовым безразмерным дав-

лением $\lambda_{л}$ и отдельно с давлением только на тыловой грани $\alpha_{т}$ представлена на верхнем графике рис. 31.

Значение $\lambda_{л}$ при $\frac{l}{k} = 1$ для правильных кубов равно нулю из-за полного отсутствия промежутков между кубами. Для обычной же формы зерен при наиболее плотном их размещении значение $\lambda_{л}$, отнесенное к местной скорости на вершине выступов u_{Δ} , равно примерно 0,2.

На этом графике приведены значения $\lambda_{л}$ и $\alpha_{т}$, равные отношению разницы давлений к полуквадрату местной скорости на высоте выступов

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{л} &= \frac{\Delta p_{л}}{u_{\Delta}^2} \\ &\quad \gamma \frac{2g}{2g} \\ \alpha_{т} &= \frac{\Delta p_{т}}{u_{\Delta}^2} \\ &\quad \gamma \frac{2g}{2g} \end{aligned} \right\} (7.1)$$

Из рассмотрения графика следует, что связь с плотностью размещения может быть представлена следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{л} &= 0,11 \frac{l}{\Delta} \\ \alpha_{т} &= -0,018 \frac{l}{\Delta} \end{aligned} \right\} (7.2)$$

действительными в пределах $\frac{l}{\Delta} = \frac{l}{k}$ от 2 до 11. Для диапазона $\frac{l}{\Delta} > 11$ оба параметра имеют постоянную величину, равную их значению при $\frac{l}{\Delta} = 11$.

Отсюда следует, что при значениях $\frac{l}{\Delta} > 11$ динамическое затенение массивных выступов впереди стоящими практически уже пренебрежимо мало. Площадь водоворотной зоны, имеющей ширину $\approx K \approx \Delta$ и длину $l = 11K$ вместе с площадью, занятой самим выступом, близка к $7K^2$.

Если выступы размещены на дне на среднем расстоянии друг от друга, равном l , то на элементарной площадке l^2 площадь, занятая выступами и водоворотными зонами, равна $7K^2$ и, следовательно, составляет относительную долю

$$\beta = \frac{7K^2}{l^2} = \left(\frac{2,65K}{l} \right)^2. \quad (7.3)$$

Эти результаты позволяют выяснить: а) чему будет равно общее сопротивление русла при массивных выступах и б) какой шероховатостью должно обладать русло, равнозначное ему по сопротивлениям.

3. Расчетная шероховатость при массивных выступах

Касательное напряжение основных сопротивлений будет развиваться на всей площади русла за исключением доли β , занятой массивными выступами и их водоворотными зонами, т. е. на площади $1 - \beta$. Поэтому общее сопротивление на единице площади русла τ_p будет равно сумме основного сопротивления $\tau_0(1 - \beta)$ и сопротивления обтекания всех n выступов на единице площади

$$\tau_p = \tau_0(1 - \beta) + R_n, \quad (7.4)$$

а сопротивление одного выступа равно

$$R = \gamma \lambda_n F \frac{u_{\Delta_k}^2}{2g},$$

где F — мидель выступа (т. е. наибольшее поперечное сечение его), значение которого примем равным $0,7K^2$, u_{Δ_k} — местная скорость на вершине выступов, определяемая по уравнению профиля скоростей при $y = \Delta_k$,

$$u_{\Delta_k} = V \frac{\lg \frac{16,7\Delta_k + \Delta_0}{\Delta_0}}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}},$$

где Δ_0 — высота выступов основной шероховатости русла.

Последующие выражения получаются более компактными, если мы заменим числитель правой части аппроксимацией

$$\lg \frac{16,7\Delta_k + \Delta_0}{\Delta_0} \approx 1,35 \left(\frac{\Delta_k}{\Delta_0} \right)^{1/5},$$

достаточно точной в пределах практически необходимого диапазона $\frac{\Delta_k}{\Delta_0}$ от 2 до 100.

Число же массивных выступов на единице площади равно

$$n = \frac{1}{l^2}.$$

Таким образом, сопротивление массивных выступов на единице площади дна будет равно

$$nR \approx \frac{\gamma \lambda_n}{\left(\lg \frac{6,15H}{\Delta_0} \right)^2} \left(\frac{K}{l} \right)^2 \left(\frac{\Delta_k}{\Delta_0} \right)^{2/5} \frac{V^2}{2g}.$$

Разделив (7.4) на

$$\tau_0 = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \frac{V^2}{2g},$$

получаем

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = 1 - \beta + 16 \lambda_n \left(\frac{K}{l}\right)^2 \left(\frac{\Delta_k}{\Delta_0}\right)^{0,4}. \quad (7.5)$$

Гидравлическую шероховатость, соответствующую высоте выступов основной шероховатости русла Δ_0 , обозначим n_0 . Расчетную гидравлическую шероховатость русла, равнозначного по сопротивлениям руслу с массивными выступами, обозначим n_p .

Ранее установлено, что касательные напряжения сопротивления равны для плоского потока

$$\tau = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \frac{V^2}{2g} = \gamma \frac{V^2}{C^2} = \frac{\gamma V^2 n^2}{H^{1/3}}. \quad (7.6)$$

Подставляя в (7.5) значения τ_p и τ_0 по последней формуле, получаем

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = \left(\frac{n_p}{n_0}\right)^2 = 1 - \beta + 16 \lambda_n \left(\frac{K}{l}\right)^2 \left(\frac{\Delta_k}{\Delta_0}\right)^{0,4}$$

и окончательно

$$\frac{n_p}{n_0} = \sqrt{1 - \beta + 16 \lambda_n \left(\frac{K}{l}\right)^2 \left(\frac{\Delta_k}{\Delta_0}\right)^{0,4}}, \quad (7.7)$$

где λ_n определяется по графику рис. 31 или по (7.2), причем оно имеет наибольшее значение 1,21 при $l = 11 \Delta_k$.

Для иллюстрации влияния массивных выступов на общее сопротивление потока ниже приведены значения $\frac{n_p}{n_0}$ для различных отношений $\frac{\Delta_k}{\Delta_0} = \frac{K}{k}$ и густоты размещения выступов.

Таблица 4

$\frac{l}{K}$	$\frac{K}{k_0}$		
	5	20	100
2,65	1,24	1,64	2,26
5,0	1,18	1,47	1,86
11	1,15	1,26	1,48
20	1,05	1,09	1,16

4. Крупность зерен, определяющих высоту выступов шероховатости

Изложенные выше соображения и выражение (7.3) приводят к выводу о том, что при густоте размещения выступов $\frac{l}{K} = 2,65$ основное дно уже практически полностью защищено от прямого воздействия транзитного потока. Это означает, что при такой густоте размещения действующая средняя высота выступов шероховатости будет определяться только выступами зерен крупности K . Но этой густоте соответствует определенная концентрация зерен крупности. Если среднее относительное расстояние между зернами этой крупности равно $\frac{K}{l} = \frac{1}{2,65}$, то очевидно, что доля их в общем составе грунта русла из зерен различной крупности приближенно будет равна или менее

$$P_K = \left(\frac{K}{l}\right)^3 \leq \frac{1}{2,65^3} \approx 5\%. \quad (7.8)$$

Таким образом, если грунт русла состоит из зерен различной крупности и поток в состоянии перемещать их, то среднюю высоту выступов будет определять размер зерен наиболее крупной фракции, доля которой по объему равна 5%. Зерна этой крупности далее будем обозначать k_5 .

Установим теперь конкретную связь действующей высоты выступов шероховатости с размерами зерен грунта русла.

Ранее (в теории плоского потока) было установлено, что если дно состоит из совершенно одинаковых зерен размера k , то в том случае, когда зерна искусственно выровнены и неподвижно закреплены на гладкой поверхности русла, непосредственному воздействию потока подвергается лишь верхняя половина зерен высотой $0,5k$, т. е. для выровненных в один слой однородных зерен высота выступов равна

$$\Delta = 0,5k. \quad (7.9)$$

В том случае, если зерна не закреплены и поток в состоянии сам формировать свое русло, зерна на дне уже не размещаются в один слой. Некоторые зерна выступают на большую часть своего размера. Как показали данные специальных измерений, в этом случае средняя высота выступов будет уже больше и составит долю размера однородных зерен, равную

$$\Delta = 0,7k. \quad (7.10)$$

Это соотношение остается действительным и для тех случаев, когда поток, будучи в состоянии деформировать русло, формирует его с перестройкой руслового режима, вызывая уже

и макроморфологические образования в виде побочной, гряд, заструг и т. д.

Если деформируемое русло потока состоит из грунта со средним размером зерен k и крупностью k_5 наиболее крупных зерен, доля которых равна 5%, то для смешанных грунтов действующая высота выступов шероховатости будет равна

$$\Delta = 0,7k_5 \quad (7.11)$$

Так как для однородных зерен $k_5 = k$, то последнее соотношение является поэтому общим для грунтов различного состава.

Далее часто будут необходимы расчетные формулы плоского потока именно для русел, сложенных из зернистых материалов. Имея в виду (7.11), они получают следующий вид:

$$\frac{u}{V} = \frac{\lg \frac{16,7y + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15H}{\Delta}} = \frac{\lg \frac{24y + k_5}{k_5}}{\lg \frac{8,8H}{k_5}}, \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15H}{\Delta}\right)^2} \frac{V^2}{2g} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{8,8H}{k_5}\right)^2} \frac{V^2}{2g} = \\ &= \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{24H}{k_5}\right)^2} \frac{u_0^2}{2g}, \end{aligned} \quad (7.13)$$

$$\tau = \frac{\gamma}{25} \frac{u_\Delta^2}{2g} = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} = \gamma \frac{V^2}{C^2}. \quad (7.14)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} C &= \frac{H^{1/6}}{n} = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15H}{\Delta} = 17,7 \lg \frac{8,8H}{k_5} \approx \\ &\approx 22,2 \frac{H^{1/6}}{\Delta^{1/6}}, \end{aligned} \quad (7.15)$$

где C — формпараметр Шези.

§ 2. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДОННЫХ ГРЯД

1. Лобовые сопротивления донных гряд

Значительное распространение в речных потоках имеют донные гряды (иногда именуемые рифлями, дюнами, застругами и т. д.), покрывающие русло сплошь или на значительной ширине.

С точки зрения повышений сопротивлений русла наибольшее значение имеют именно сплошные донные гряды плоского типа, представленного на схеме 1 рис. 32.

Выясним, насколько увеличиваются сопротивления потока при наличии донных гряд в сравнении с потоком той же глубины H_p при отсутствии гряд (рис. 32).

В первом случае сопротивления увеличиваются по двум причинам. Во-первых, на протяжении каждой гряды местная глубина уменьшается от H_p до $H_p - h$, где h — высота гряды. Поэтому по длине гряды увеличиваются средние скорости потока, а с ними и путевые сопротивления, пропорциональные квадрату средней скорости. Во-вторых, на каждой гряде возникают сопротивления обтекания такие же, как и при массивных выступах, однако со следующей существенной разницей. Так как

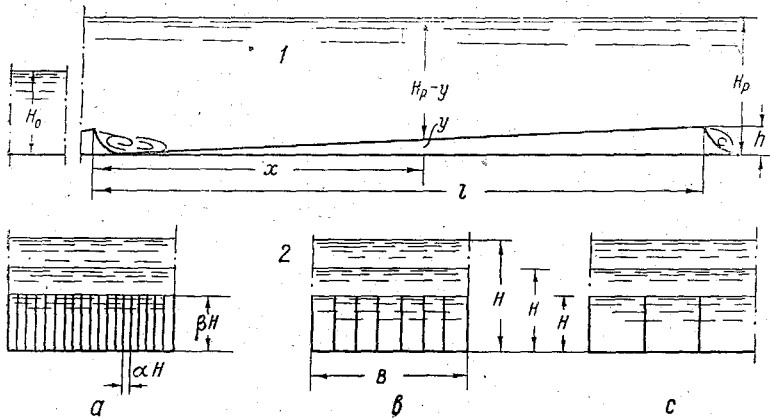


Рис. 32. Схемы дополнительных сопротивлений донных гряд и растительности.

верхний по течению откос гряды очень полог, то местные повышения давления на нем по сравнению с гидростатическими пренебрежимо малы. Но в конце гряды, за вершиной ее, возникает водоворотная область с пониженным давлением в ней по сравнению с гидростатическим. Ввиду того что длина гряды больше высоты в 11 раз и более, дефицит давления в водоворотной зоне будет равен $\alpha_\tau = -0,2$ (см. рис. 31). Таким образом, гряды вызывают дополнительно и лобовое сопротивление, равное произведению миделя гряды на единицу ширины потока (равного высоте гряды h) на долю скоростного напора.

Итак, лобовое сопротивление обтекания гряды будет равно

$$R_n = 0,2 \gamma h \frac{V_p^2}{2g}, \quad (7.16)$$

где V_p — средняя скорость потока при нулевой высоте гряды, т. е. при глубине потока H_p .

2. Увеличение путевых сопротивлений

Переходим к оценке первого фактора — увеличения путевых сопротивлений, вызванного уменьшением глубин по длине гряды.

Профиль гряды обычно полнее треугольника, но близок к нему, поэтому изменение местной высоты y по длине ее может быть приближенно представлено в виде

$$y = \frac{x}{l} h.$$

В любом створе x (средняя скорость потока) будет определяться очевидным равенством

$$V_x(H - h) = V_p H_p.$$

Определяя τ по (7.14), путевые сопротивления на длине гряды получаем равными

$$R_1 = \int_0^l \tau dx = \gamma \int_0^l \frac{V_x^2}{C_x^2} dx.$$

Так как C (параметр Шези) мало изменяется по длине гряды в сравнении с изменением V^2 , то далее можно принять его постоянным, равным C_p при глубине H_p . Подставляя V из равенства $V_p H_p = V(H - y)$, имеем

$$R_1 = \gamma \frac{V_p^2}{C_p^2} \int_0^l \frac{dx}{\left(1 - \frac{y}{H}\right)^2},$$

и так как $y \approx h \frac{x}{l}$,

то

$$R_1 = \frac{\gamma V_p^2}{C_p^2} \frac{l}{1 - \frac{h}{H}}. \quad (7.17)$$

Эти путевые сопротивления подсчитаны на полной длине гряды l . В действительности же транзитный поток обтекает гряду по длине, уменьшенной на длину водоворотной зоны. Связанное с этим уменьшение сопротивления последнего в какой-то мере компенсируется тем, что для всей гряды принято значение параметра Шези C равным C_p .

3. Расчетная шероховатость русла при донных грядах

Представим полное сопротивление при наличии гряд на длине каждой гряды в виде произведения среднего по длине расчетного касательного напряжения и длины гряды $R = \tau_p l$.

Оно будет равно сумме обоих указанных выше сопротивлений, т. е.

$$\tau_p l = R_1 + R_2 = \frac{\gamma V_p^2}{C_0^2} \frac{l}{1 - \frac{h}{H}} + 0,2 \gamma h \frac{V_p^2}{2g}.$$

Определяя отсюда τ_p и отношение его к касательному напряжению основных сопротивлений при отсутствии гряд, равному

$$\tau_0 = \frac{\gamma V_p^2}{C_0^2},$$

получаем

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = \frac{1}{1 - \frac{h}{H}} + 0,2 \frac{h}{l} \frac{C_0^2}{2g}, \quad (7.18)$$

где

$$C = 17,7 \lg \frac{6,15 H}{\Delta} = 22,2 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6} = 23,6 \left(\frac{H}{k_5} \right)^{1/6} = \frac{H^{1/6}}{n}.$$

Обозначим расчетную гидравлическую шероховатость русла, равнозначающего по сопротивлениям руслу с донными грядами, n_p ; основную же гидравлическую шероховатость, определяемую лишь крупностью зерен русла, обозначим n_0 .

Тогда, имея в виду, что

$$\tau_p = \gamma \frac{V^2}{C_p^2} = \frac{\gamma V^2 n_p^2}{H^{1/5}}; \quad \tau_0 = \gamma \frac{V^2}{C_0^2} = \frac{\gamma V^2 n_0^2}{H^{1/3}},$$

получаем их отношение равным

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = \left(\frac{n_p}{n_0} \right)^2.$$

Подставляя значения этого отношения по (7.18), получаем

$$\frac{n_p}{n_0} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{h}{H}} + 0,2 \frac{h}{l} \frac{C_0^2}{2g}}. \quad (7.19)$$

Для иллюстрации увеличения расчетной шероховатости при наличии донных гряд приведем данные для относительных высот гряд от 0,05 до 0,25, отношений $\frac{l}{h}$ от 100 до 11 и C_0 , равных 40 и 60 (табл. 5):

Таблица 5

	$C_0 = 60$			$C_0 = 40$		
	$\frac{l}{h} = 100$	$\frac{l}{h} = 30$	$\frac{l}{h} = 11$	$\frac{l}{h} = 100$	$\frac{l}{h} = 30$	$\frac{l}{h} = 11$
	$\frac{n_p}{n_0} =$	1,25	1,50	2,10	1,16	1,32

Естественно, что чем меньше основные сопротивления русла, т. е. чем больше C_0 , тем больше уровень дополнительных сопротивлений.

4 Увеличение действующих сил потока, вызываемое дополнительными сопротивлениями

Здесь полезно выяснить следующий вопрос. Положим, что поток находится в фазе донноградного режима. При этом его наибольшая глубина будет равна H_p и высота гряд h , следовательно, чистая глубина над наиболее возвышенными точками гряды будет равна $H_p - h$.

Если бы гряд не было, то поток с руслом, сложенным из тех же зерен k и k_5 , что и при наличии гряд, и том же расходе потока на единице ширины, проходил бы с иной глубиной, которую назовем H_0 (см. левую часть схемы 1 рис. 32), и иной скоростью V_0 . Так как абсолютная шероховатость русла при безградном режиме будет равна $\Delta = 0,7k$, то гидравлическая шероховатость будет

$$n_0 = \frac{\Delta^{1/6}}{22,2}.$$

При наличии же донных гряд она увеличилась до значения n_p , определяемого формулой (7.19).

Представим средние скорости выражениями

$$V_0 = \frac{H_0^{2/3} \sqrt{i}}{n_0} \quad \text{и} \quad V = \frac{H_p^{2/3} \sqrt{i}}{n_p}$$

и отметим, что при развитии донноградного режима на большом протяжении уклоны в обоих выражениях будут равны. Поэтому, подставляя значения скоростей в условие неразрывности $V_0 H_0 = V_p H_p$, получаем

$$\frac{H_p}{H_0} = \left(\frac{n_p}{n_0} \right)^{3/5}. \quad (7.20)$$

Значения расчетной шероховатости могут быть определены непосредственно по данным таблицы. В пределах $\frac{n_p}{n_0}$ от 1,2 до 2,5 отношение $\frac{H_p}{H_0}$ будет равно

$\frac{n_p}{n_0}$	1,2	1,75	2,5
$\frac{H_p}{H_0}$	1,12	1,4	1,74

Приведенные данные показывают, что при наличии донных гряд глубина потока увеличивается. Это и разъясняет механизм, который используется потоком для преодоления повышенных сопротивлений при дополнительных сопротивлениях.

Для преодоления повышенных сопротивлений поток, имевший в условиях отсутствия гряд глубину H_0 и, следовательно, при уклоне i касательное напряжение сил тяжести, равное $\tau_0 = \gamma H_0 i$, увеличивает свою глубину, если у него нет возможности существенно увеличить уклон, до того значения, при котором увеличенное значение действующей силы не окажется достаточным для преодоления повышенных сопротивлений.

В заключение отметим, что поле скоростей на большей части длины гряды и режим вихреотделений будут определяться относительной шероховатостью $\frac{H}{k_5}$.

§ 3. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И ИЗГИБОВ РУСЛА

1. Тормозящее влияние растительности в русле

На уровень дополнительных сопротивлений, обусловленных наличием растительности, оказывают громадное влияние многие факторы нестационарного характера. Вид самой растительности, возраст ее, густота и поверхность определяют широкий диапазон изменений площади торможения и степени расщепления потока, которые не поддаются оценке с точки зрения их тормозящего эффекта. Поэтому расчетный анализ влияния растительности не может быть дан в объективно измеряемых характеристиках. Можно лишь оценить общее возможное повышение сопротивлений для совершенно условной схемы (схема 2 рис. 32). Заменим всю растительность системой продольных тормозящих поверхностей высотой βH , где H — глубина потока с густотой (т. е. с относительным расстоянием между этими поверхностями), равной αH .

При этих условиях, пользуясь обычными формулами гидравлики и приняв, положим, что тормозящие поверхности

имеют ту же гидравлическую шероховатость n_0 , что и дно потока, можно подсчитать отдельно:

Q_3 — расход потока в заросшей части высотой βH с периметром торможения, равным $\frac{2\beta H}{\alpha}$, и площадью $\beta H B$ и

Q_n — расход потока выше района растительности.

В то же время общий расход на ширине B можно представить как произведение площади BH и расчетной общей средней скорости потока V_p , исчисляемой по формуле

$$V_p = \frac{H^{2/3} \sqrt{i}}{n_p},$$

где n_p — общая гидравлическая шероховатость при наличии растительности.

Такого рода условные подсчеты приводят к формуле

$$\frac{n_p}{n_0} = \frac{1}{\beta \alpha^{3/2} + (1 + \beta)^{5/3}}, \quad (7.21)$$

иллюстрацией которой являются данные табл. 6.

Таблица 6

α	Значения $\frac{n_p}{n_0}$	
	$\beta = 0,25$	$\beta = 1,0$
0,5	1,32	8,0
0,01	1,60	34,2

Эти результаты показывают, что торможение потока растительностью при большом ее распространении может повлечь за собой уменьшение скоростей в огромное число раз (в два-три десятка).

2. Замечание о дополнительных сопротивлениях на повороте русла

Появление дополнительных сопротивлений на изгибе вызывается явлениями смещения большей части расхода и появлением циркуляционных течений. Прямолинейный поток перестраивает свою структуру для преодоления поворота русла еще до геометрического начала. Возвращение к условиям прямолинейного движения заканчивается за пределами поворота. Потери на дополнительные сопротивления обычно относят только к геометрической длине поворота; фактически же они

имеют место на большей длине. Поэтому на единице длины значения $\frac{n_p}{n_0}$ будут относительно больше для поворотов на меньший угол.

Скорости циркуляции и связанные с ними дополнительные сопротивления увеличиваются с увеличением глубины потока. Поэтому они будут относительно больше в потоках с меньшим отношением ширины к глубине. Перераспределение продольных скоростей на изгибе и относительные поперечные скорости смещения и циркуляции возрастают с увеличением кривизны потока, а вместе с этим возрастают и вызываемые ими дополнительные сопротивления.

Вследствие того, однако, что поток стремится преодолеть изгиб с наименьшей потерей энергии, общий уровень сопротивлений лишь немного превышает обычные потери в условиях прямолинейного движения. Только в очень редких случаях дополнительные сопротивления превышают 10% от основных.

§ 4. СВОДНЫЕ ДАННЫЕ ПО ОСНОВНЫМ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЯМ

1. Физическая и гидравлическая шероховатость основных сопротивлений

Характеристикой шероховатости русловых потоков является высота выступов русла. Она входит в формулы, определяющие все кинематические и динамические параметры, в виде отношения глубин (или ширины, гидравлического радиуса и расстояния до гидравлического центра сечения) к высоте выступов.

Во избежание путаницы в терминологии понимаем:

- а) под относительной шероховатостью — отношение характерного размера потока к средней высоте выступов (или крупности зерен, определяющей эту высоту);
- б) под относительной высотой шероховатости — обратные величины, т. е. отношение средней высоты выступов к характерному размеру потока.

Эти характеристики уже прочно вошли и в сферу гидравлики, в которой наряду с ними полностью сохраняет свое значение и гидравлическая шероховатость в виде физически условных коэффициентов шероховатости. Наиболее полны классификации и шкалы гидравлической шероховатости для формул показательного типа:

Только тогда, когда в русловом потоке отсутствуют дополнительные сопротивления, т. е. лишь для основных сопротивлений, коэффициенты шероховатости однозначно связаны с вы-

соглой выступов шероховатости соотношениями:

в диапазоне $\frac{H}{\Delta}$ от 10 до 1000

$$\Delta^{1/6} = 22,2n \quad (7.22)$$

и

в диапазоне $\frac{H}{\Delta}$ от 1000 до 4500

$$\Delta^{1/8} = 28,3n. \quad (7.23)$$

Сравнение формул (7.22) и (7.23) отчетливо показывает, что в то время как высота шероховатости остается физически неизменной, не зависящей от глубины и формы потока, гидравлическая шероховатость изменяется с изменением глубин (и вообще характерных размеров потока) и, как увидим далее, формы сечения потока.

Гидравлические расчеты пропускной способности основаны на постулате, что для русел любой формы существует равнозначный по сопротивлениям, средней скорости и пропускной способности плоский поток того же сечения с шириной, равной длине смоченного периметра действительного русла, и глубиной, равной гидравлическому радиусу, для которого параметр Шези имеет общее выражение.

$$C = \frac{R^m}{n}.$$

Более подробный анализ этого вопроса показывает, что формула параметра имеет различный вид для разных форм сечения русла. А именно:

для плоского потока

$$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15 R}{\Delta},$$

для потока в цилиндрической трубе

$$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{7,4 R}{\Delta},$$

для прямоугольного открытого сечения при непротрансвенном режиме

$$C = 4 \sqrt{2g} \sqrt{\frac{\chi}{P}} \lg \frac{6,15 H}{\Delta},$$

где χ — смоченный, а P — приведенный периметр,

для естественных речных русел, приведенное сечение которых описывается формулами:

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{b}{B} \right)^r,$$

$$C = \frac{(1+r)^{1,67}}{1+1,67r} 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15 R}{\Delta}.$$

Использование для этих форм сечения указанного гидравлического постулата приводит к тому, что гидравлическая шероховатость одной и той же поверхности русла будет различной для разных форм сечения.

Следует, однако, подчеркнуть, что практическая ценность постулата и основанной на нем формулы Шези, а также всех шкал гидравлической шероховатости остается неоспоримой во всех случаях, когда требуемая точность расчетов, измеряемая допустимыми ошибками расчета, не превышает половины шага смежных классов в таблицах гидравлической шероховатости русла, т. е. 5—10%.

2. Расчетные основные сопротивления

Расчетная высота выступов шероховатости для зернистых поверхностей русла определяется приведенными выше выражениями:

для выровненных зерен равного размера (7.9)

$$\Delta = 0,5k,$$

для зернистых русел, сформированных потоком в отсутствии гряд (7.11)

$$\Delta = 0,7k_5,$$

где k_5 — диаметр наиболее крупных зерен, доля которых в смеси равна 5%

для гладких стенок всегда существует равнозначная по сопротивлениям шероховатая стенка с высотой выступов Δ_r , определяемой формулами:

для плоского потока

$$\frac{H}{\Delta_r} = \left(\frac{Re + 800}{41} \right)^{0,92}, \quad (7.24)$$

для потока в цилиндрических трубах

$$\frac{r}{\Delta_r} = \left(\frac{Re + 300}{39} \right)^{0,92}.$$

3. Сводка данных о гидравлической шероховатости и расчетной высоте выступов

Сводные данные для основных сопротивлений представлены в табл. 7 и для дополнительных сопротивлений в табл. 8.

Таблица 7

Характеристика русла	Расчетная высота шероховатости	Соответствующая гидравлическая шероховатость n
I. Гладкие и полугладкие поверхности		
1) полированные, с заделанными и зашлифованными выступами, без продольных швов	Δ_r по формуле (7.24)	по формулам (7.22)—(7.23)
2) гладкие с редкими стыками, заделанными швами, железнобетонная цементная штукатурка;	$\Delta_{\text{полугл}} = (1,5-2,5) \Delta_r$	То же
3) то же, с более частыми швами, менее тщательного исполнения	$\Delta_{\text{полугл}} = (2,5-5) \Delta_r$	"
II. Шероховатые поверхности		
1) выровненные равнозернистые шероховатости из зерен размером k	$\Delta = 0,5 k$	по формулам (7.22)—(7.23)
2) сформированные самим потоком русла правильной формы без гряд из смеси зерен с крупностью наиболее крупной фракции k_5 в мм, равной	$\Delta = 0,7 k_5$ 1,0—2,5 мм 5—10 " " " " " " 25—50 " " " " " " 100—250 " " " " " "	То же 0,0135—0,016 0,0175—0,02 0,0225—0,026 0,03—0,035 0,018—0,02
3) русла каналов и рек, относительно чистые, покрытые слоем песчано-илистых отложений	$\Delta = 6-10 \text{ мм}$	
4) русла земляные с незначительными неровностями или с гравелистым и мелкогалечным дном	$\Delta = 25 - 50 \text{ мм}$	0,0225—0,026

Таблица 8

Дополнительные сопротивления

Значения основной гидравлической шероховатости n_0 , приведенные в предыдущей таблице, должны быть увеличены в число раз $\frac{n_p}{n_0}$ при наличии дополнительных сопротивлений в соответствии со следующими указаниями:

1. Если имеются массивные выступы размером K в руслах из зернистых материалов при различной густоте размещения массивных выступов $\frac{l}{K}$, то

отношение $\frac{n_p}{n_0}$ равно

$\frac{l}{K}$	$\frac{K}{k_s}$		
	5	20	100
2,65	1,24	1,64	2,25
5,0 $\frac{n_p}{n_0} =$	1,18	1,47	1,86
11	1,15	1,26	1,48
20	1,05	1,09	1,16

2. При наличии донных гряд высотой h и длиной l в потоке полной глубины H при значениях параметра Шези для основных сопротивлений ($C=40$ и 60) при $\frac{h}{H} = 0,05-0,2$ значения $\frac{n_p}{n_0}$ равны

$\frac{n_p}{n_0} =$	$\frac{l}{h} = 100$		$\frac{l}{h} = 30$		$\frac{l}{h} = 11$	
	$C = 40$	$C = 60$	$C = 40$	$C = 60$	$C = 40$	$C = 60$
		1,16	1,25	1,32	1,50	1,62

3. При наличии растительности, заполняющей поток на относительную глубину $\frac{h}{H}$, в зависимости от густоты ее отношение $\frac{n_p}{n_0}$ достигает следующих значений:

Густота кроны	Относительная высота $\frac{h}{H}$	
	0,25-0,5	0,75-1,0
Редкая	$\frac{n_p}{n_0} = 1,3-2,0$	2,5-5,0
Средняя	$\frac{n_p}{n_0} = 1,5-2,7$	5,0-9,0
Густая	$\frac{n_p}{n_0} = 1,6-3,0$	9-34

4. При поворотах русла длиной в угловых мерах φ при кривизне $\frac{r_0}{B}$ для русел с различным отношением ширины к глубине $\frac{B}{H}$ значения $\frac{n_p}{n_0}$ равны

φ	$\frac{B}{H} = 30$		$\frac{B}{H} = 150$	
	$\frac{r_0}{B} = 2,5$	$\frac{r_0}{B} = 4$	$\frac{r_0}{B} = 2,5$	$\frac{r_0}{B} = 4$
90-180° $\frac{n_p}{n_0} =$	1,16	1,10	1,04	1,03
180-270° $\frac{n_p}{n_0} =$	1,07	1,05	1,02	1,02

ДИНАМИКА ПОТОКОВ С ДЕФОРМИРУЕМЫМ РУСЛОМ

Глава VIII

ХАРАКТЕРИСТИКИ РУСЛОВЫХ ЗЕРНИСТЫХ ГРУНТОВ И НАНОСОВ

Предыдущие главы привели к ряду выводов, раскрывающих механизм движения руслового потока и установлению основных его закономерностей, отражающих поведение и свойства такого потока. Эти итоги дали решения многих вопросов, относящихся, однако, лишь к потокам, русло которых не деформируется под воздействием потока.

Но и в этой области, ограниченной сферой недеформируемых русел, получили свое решение далеко не все основные вопросы, актуальные уже сейчас с точки зрения запросов практики и перспективы дальнейших научных исследований.

Более сложны вопросы динамики потоков с деформируемым руслом. И это вполне понятно, потому что потоки с деформируемым руслом являются комплексом:

а) основного потока с турбулизирующими возмущениями, движущегося вдоль деформируемого русла, состояние которого определяется потоком, и

б) потока из твердых частиц различного веса и размеров, который в свою очередь обладает особыми механическими и физическими свойствами, обуславливающими его собственные специфические закономерности и влияние на режим транспортирующего потока.

На первом этапе рассмотрения вопросов динамики потоков с деформируемым руслом и наносами прежде всего необходимо выяснить, из чего же состоят наносы и деформируемое русло и что является теми главнейшими их характеристиками, которым придется играть решающую роль в теоретическом анализе вопросов динамики этих потоков.

§ 1. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РУСЛОВЫХ ГРУНТОВ И НАНОСОВ

1. Удельный вес, относительная плотность и шкала крупностей грунтов и наносов

Подавляющее число анализов речных наносов на различных реках показывает, что средний удельный вес их равен 2,65, изменяясь в отдельных случаях от 2,45 до 2,76.

Вес единицы объема русловых зернистых грунтов и наносов при заполнении пор водой будем называть объемным весом грунтов в воде; он всегда меньше удельного веса исходных пород.

Отношение объема беспустотной породы к объему грунтов и наносов вместе с порами в свежих отложениях называется далее относительной плотностью и обозначается m_0 . Это отношение характеризует концентрацию грунтов и наносов в свежих отложениях. Ориентировочные значения относительной плотности приведены в табл. 9.

Деление всего диапазона крупностей на непрерывный ряд фракций, каждая из которых будет характеризоваться наибольшим и наименьшим размером входящих в нее зерен, дает шкалу крупности.

В области динамики русловых потоков до сего времени использовались шкалы, получившие распространение в других отраслях, в частности почво- и грунтоведении. Между тем динамика русловых потоков предъявляет в этой области свои специальные требования.

Приводимые далее соображения показывают, что для решения обычных технических задач в области динамики русловых потоков достаточно удобной и удовлетворительной оказывается шкала фракций, приведенная в табл. 9:

Таблица 9

Наименование	№ фракции	Размеры зерен, мм		Гидравлическая крупность при $T = 20^\circ$, мм/сек	Параметр турбулентности	Относительная плотность свежих отложений
		от — до	среднее			
Глина крупная	1	0,0015—0,005	0,0032	0,007	1100	0,15—0,25
Ил мелкий	2	0,05—0,015	0,01	0,066	200	0,25—0,35
Ил средний	3	0,015—0,05	0,0325	0,70	35	0,35—0,50
Ил крупный	4	0,05—0,15	0,1	6,63	6,5	0,4—0,6
Песок мелкий	5	0,15—0,5	0,325	34,4	2,25	0,5—0,7
Песок крупный	6	0,5—1,5	1,0	110	1,23	0,5—0,7
Гравий мелкий	7	1,5—5,0	3,25	241	1,0	0,5—0,7
Гравий крупный	8	5,0—15,0	10,0	425	1,0	0,5—0,7
Галька мелкая	9	15,0—50,0	32,5	765	1,0	0,5—0,7
Галька крупная	10	50—150	100	1345	1,0	0,5—0,7

В шкале шаг каждой фракции оказывается почти одинаковым, а логарифм среднего размера зерен каждой фракции в микронах оказывается почти точно равным половине порядкового номера каждой фракции. Это обеспечивает и удобную экспликацию каждой фракции и равенство линейных отрезков каждой фракции при графическом изображении состава грунтов и наносов с логарифмической шкалой абсциссы, что окажется существенно полезным в дальнейшем.

В экспериментальных исследованиях научного характера, когда требуются более дробные шкалы крупностей и значительное разнообразие состава искусственных смесей, естественно, приходится каждый раз пользоваться специальной шкалой сортировки, а в связи с этим и специальными обозначениями их состава. Так, в частности, сделано и в опытах по определению способности потока по транспорту руслоформирующих грунтов и наносов, рассматриваемых в последующих главах.

2) Основные типы составов речных грунтов и наносов

Составы речных грунтов и наносов многообразны, но их можно свести к нескольким определенным типам, характерные особенности которых наглядно, графически, выявляются суммарными кривыми вида, показанного на рис. 33.

Наиболее удобны и компактны эти кривые в том случае, когда абсциссой их служат логарифмы крупностей каждой фракции или, что почти то же самое, порядковые их номера по табл. 9, представляющие собой удвоенный логарифм средней крупности фракций, выраженной в микронах.

Все многообразие составов смесей как естественных, так и большей части искусственных можно свести к следующим типам: однородный состав, равнофракционный, крупнофракционный, мелкофракционный, среднефракционный и краефракционный.

1. Однородный состав представляет собой грунты и наносы, состоящие из одной лишь фракции. Они показаны на верхнем графике рисунка прямыми 1.

2. Равнофракционный состав представляет собой непрерывную смесь различных фракций с одинаковой долей каждой из них (см. прямые на рисунке, отмеченные цифрой 2).

3. Крупнофракционный состав характерен преобладанием в смеси относительно крупных фракций. В речных наносах такой состав характерен для русловых грунтов. На рисунке этот тип представлен тремя кривыми 3.

4. Мелкофракционный состав характерен преобладанием мелких фракций. Этот тип является наиболее распространенным среди составов естественных речных наносов.

Примеры такого состава на рисунке представлены кривыми 4 верхнего графика.

5. Среднефракционный состав характерен преобладанием средних фракций смеси. На рисунке он представлен пятью кривыми 5 среднего графика.

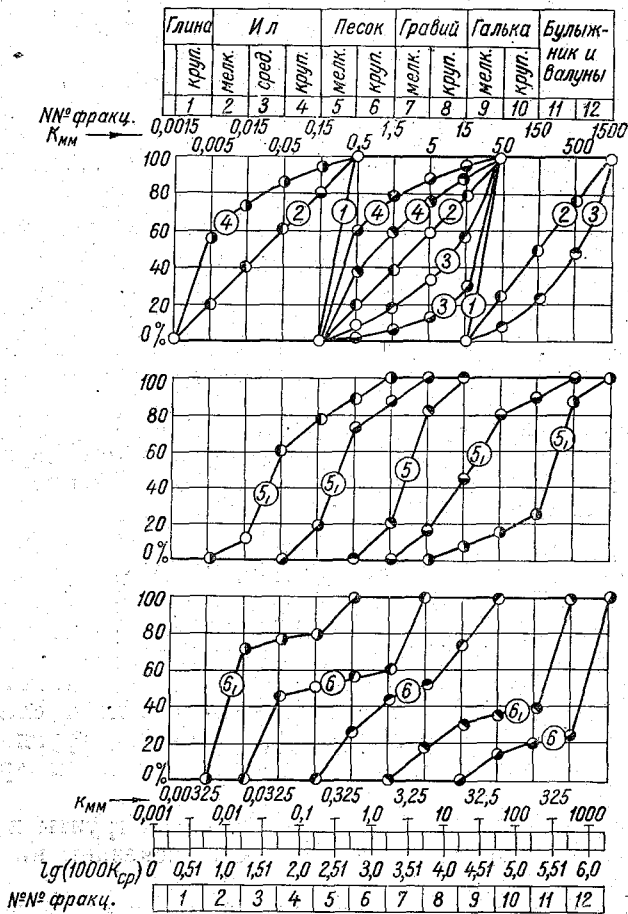


Рис. 33. Основные типы состава русловых грунтов и наносов.

6. Краефракционный тип характерен преобладанием в смеси наиболее мелких и наиболее крупных фракций. Примеры его показаны на нижнем графике рисунка второй и третьей кривыми слева.

7. Прочие типы составов смеси встречаются относительно

редко. Наиболее характерными из них являются составы, в которых какая-либо часть фракции или ряд промежуточных фракций полностью отсутствует.

3. Изменение крупности зерен по длине речного потока

Наличие в составе местных проб речных грунтов и наносов зерен различной крупности объясняется тем, что поверхностный сток приносит в речное русло зерна и камни различных пород, крупности, формы и состава.

В речном потоке зерна наносов, сталкиваясь друг с другом в районе дна, истираются и приобретают обычную для них окатанную форму. В процессах истирания размер зерен наносов на своем пути уменьшается.

Поток при транспорте грунтов и наносов непрерывно осуществляет подъем со дна и взвешивание части зерен, на смену которым ко дну возвращается такое же количество зерен со скоростями, определяемыми турбулентным обменом и гидравлической крупностью зерен. При возвращении на дно происходит их соударение с зернами, находящимися в данный момент на дне. В этих соударениях возвращающиеся зерна теряют обычно полный запас своего количества движения, вызывая появление импульсов, характерных большими усилиями, обусловливаемыми скоротечностью ударов. При возникновении столь значительных усилий сопротивления сцепления оказываются преодоленными прежде всего на острых ребрах и выступах соударяющихся зерен, вследствие чего и происходит выкалывание материала, ведущее за собой уменьшение размеров зерен, окатывание формы и потерю их веса.

Очевидно, что уменьшение размеров зерен в этом процессе, или потеря их веса, будет прямо пропорционально массе самих зерен, поскольку им определяется и изменение количества движения, а следовательно, и усилия, развивающиеся при ударе.

Также очевидно, что потеря веса зерен будет обратно пропорциональна величине временного сопротивления породы зерен раздроблению.

Кроме того, потеря веса зерен на единице длины потока будет, разумеется, тем больше, чем больше зерен транспортирует поток.

Но детальный анализ этого процесса в данном вопросе не является необходимым. Для приближенного описания явления уменьшения размеров зерен русловых грунтов по длине рек могут быть приняты некоторые допущения, резко упрощающие вопрос.

По А. Штернбергу, можно принять, что относительная потеря веса зерна при истирании пропорциональна пути s ; на

котором оно происходит. Если обозначим вес зерна W , его потерю на длине ds через dW , то можно записать

$$-\frac{dW}{W} = mds,$$

где m — относительная потеря веса на единице пути, зависящая лишь от качества породы зерна.

После интегрирования получаем

$$W = W_0 e^{-ms},$$

где постоянная интегрирования определена исходя из условия, что при $s=0$ зерно будет иметь начальный вес W_0 .

Переходя от веса зерен к их диаметру k и логарифмируя, имеем

$$\ln \frac{k}{k_0} = -\frac{ms}{3}.$$

Переходя далее к десятичным логарифмам и обозначая постоянные через β_1 , получаем

$$\lg \frac{k}{k_0} = -\beta_1 s. \quad (8.1)$$

Постоянная β_1 , характеризующая относительную потерю веса зерна на единице пути, зависит не только от свойств породы зерен, но и ряда других обстоятельств. По данным Л. Г. Гвелесиани, для горных рек значение ее находится в пределах 0,01—0,0025. Для равнинных рек ее значение меньше.

В качестве иллюстрации укажем, что для устьевой части одной из полугорных рек средняя крупность уменьшается по мере приближения к устью следующим образом:

расстояние от устья, км	116	45	17,5	9,0
средняя крупность зерен дна, мм	0,43	0,34	0,31	0,22

Действительная картина изменения крупностей русловых наносов в реках отражает влияние не только истирания и гидравлической сортировки, но и влияние притоков, вносящих в основную реку русловые наносы иной крупности.

4. Приведение однородных зерен к стандартной шаровой форме

Исходная форма зерен грунтов и наносов предопределяется свойствами их пород, так как при дроблении различные породы дают различные соотношения между числом глыбообразных и плоских отделиностей.

Поступая впервые в поток почти неокатанными, зерна на первом этапе истирания приобретают окатанную форму. Опыты А. Шоклича показали, что:

а) истирание на начальном этапе идет неодинаково по всей поверхности зерна; оно тем больше, чем меньше радиус кривизны данного участка поверхности;

б) исходная форма сохраняется и при значительном истирании. Плоские частицы становятся тонкими, оставаясь плоскими; кубы и тетраэдры превращаются в шары, параллелепипеды — в эллипсоиды и квадратные пластинки — в линзы.

Этими обстоятельствами и объясняется наличие в реках зерен грунтов и наносов разных форм. Но надо иметь в виду, что в составе пород речных грунтов и наносов некоторые немногие породы являются преобладающими. Поэтому оказывается возможным говорить о преобладающих формах, соотношениях, удельных весах и пр. Это весьма важно в связи с тем, что для теоретического подхода к вопросам динамики потоков с деформируемым руслом необходима схематизация характеристик грунтов и наносов, обеспечивающая наиболее простые формы и приемы учета и описания их.

Учет и описание грунтов и наносов становятся наиболее простыми, если зерна наносов принять за шаровые того же объема и веса. Но для того, чтобы подобная схематизация не повлекла за собой существенных ошибок, необходимо дать себе ясный отчет в том, каковы же соотношения основных размеров действительных зерен грунтов, наносов и шаров разного объема и веса и каково соотношение их боковой поверхности.

Если обозначить наибольшее измерение зерен: длину l , ширину b , толщину c и диаметр равнообъемного шара d , то их соотношения в среднем равны $\frac{l}{d}$; $\frac{b}{d}$; $\frac{c}{d} = 1,39$; $1,05$; $0,72$.

Данными специальных исследований установлено, что при траковке несвязных грунтов и наносов как материалов из зерен шаровой формы в тех вопросах, в которых в качестве основного фактора входит боковая поверхность наносов, как это встречается, например, в задаче о ламинарном движении зерен в спокойной жидкости, поверхность зерен шаровой формы должна быть увеличена в 1,34 раза.

§ 2. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУНТОВ И НАНОСОВ. ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ КРУПНОСТЬ

1. Состав основных гидравлических характеристик

Наряду с рассмотренными выше механическими характеристиками грунтов и наносов необходимо установить и их гидравлические характеристики.

Первая группа гидравлических характеристик устанавливается рассмотрением сопротивлений симметричного обтекания зерен в* условиях:

а) свободного равномерного падения одного зерна в безграничной невозмущенной среде;

б) свободного обтекания одного зерна безграничным взвешивающим кверху направленным потоком и

в) стесненного обтекания массы зерен с объемной концентрацией ρ вверх направленным потоком, взвешивающим зерна.

Вторая группа гидравлических характеристик устанавливается рассмотрением сопротивлений срыву и сдвигу зерен, находящихся на дне равномерного турбулентного потока.

Анализ вопросов первой группы приводит к установлению скоростей, именуемых гидравлической крупностью, для основной и обращенной задачи и для условий стесненного обтекания.

Анализ вопросов второй группы приводит к установлению критических значений средних скоростей равномерного потока, при которых зерна на дне плоского потока еще остаются неподвижными или уже срываются. Соответствующие этим состояниям средние скорости потока именуются критическими «недвижущими» и «срывающими».

Вначале необходимо рассмотреть вопрос об основной гидравлической крупности, т. е. вопрос о скорости равномерного падения одного зерна в безграничной среде невозмущенной, покоящейся жидкости.

2. Гидравлическая крупность

Этот вопрос получил свое решение в результате работы по двум направлениям: во-первых, как частный случай отправной классической задачи гидромеханики обтекания, а во-вторых, в направлении экспериментальных исследований равномерного падения в воде именно зерен естественных грунтов и наносов.

Теоретическое решение вопроса о сопротивлении обтекания шара вязкой жидкостью дано Д. Г. Стоксом в 1861 г. Строгое решение этой задачи оказалось возможным лишь при определенных исходных условиях, при которых можно пренебречь инерционными членами уравнений движения. Эти условия практически осуществляются лишь при ламинарном режиме обтекания, когда сопротивление шара равно

$$W = 6\pi r\omega, \quad (8.2)$$

где r — радиус шара и ω — скорость равномерного движения его по отношению к жидкой среде.

Все дальнейшие попытки чисто теоретических решений задачи в условиях неламинарного обтекания (когда уже невозможно пренебрежение инерционными членами уравнений дви-

жения), настойчиво осуществляемые в течение долгих лет, так и не привели к удовлетворительным результатам. Но они вызвали огромный интерес к экспериментальному изучению этой проблемы.

Наличие в литературе ряда обзоров развития этих исследований позволяет ограничиться здесь лишь некоторыми краткими замечаниями о них, необходимыми для последующего изложения.

Опыты производились с шарами из различных материалов и в разных средах (воздух, вода, розовое и техническое масла, глицерин, патока, эмульсия и пр.) с использованием тонких современных экспериментальных средств и в широком диапазоне чисел Рейнольдса от 0,0006 до 1 600 000. Этими опытами установлено, в частности, что решение Д. Стокса действительно в диапазоне лишь малых Re . В области больших Re , т. е. при турбулентном режиме обтекания, сопротивления пропорциональны квадрату скорости и равны

$$R = \gamma \lambda_c \frac{\pi k^2}{4} \frac{\omega^2}{2g}, \quad (8.3)$$

где λ_c — безразмерное усилие обтекания.

Многочисленные экспериментальные исследования были произведены специально для определения гидравлической крупности зерен грунтов, наносов и продуктов дробления пород.

Не приводя о них даже кратких сведений ввиду наличия в литературе обзоров, укажем лишь, что точность и тщательность их постановки непрерывно повышались и в последних работах достигли уровня, обеспечивающего получение уже точных результатов. В силу этого из большого перечня работ с естественными наносами далее использованы данные лишь последних опытов, техника и тщательность которых обеспечили получение надежных результатов в достаточно большом диапазоне.

Исследования Б. В. Архангельского (1935 г.) дают достаточно полную шкалу гидравлических крупностей, обеспечивающую запросы в этой области даже без обобщения их в виде расчетных связей. Но последние оказываются необходимыми для установления связи между обеими гидравлическими характеристиками несвязных грунтов и наносов, а именно между их гидравлической крупностью и критическими скоростями сдвига. К установлению этих расчетных выражений для гидравлической крупности и переходим.

Различие между естественными зернами и шаровой их формой при том же объеме приводит к тому, что действительные сопротивления зерен при ламинарном режиме падения зерен

примерно на одну треть больше сопротивления шара того же объема, т. е. равны

$$R = 8\mu\omega r. \quad (8.4)$$

При равномерном падении это сопротивление будет равно весу зерна в воде, который выразим через диаметр шара k (радиуса r)

$$8\mu\omega r = (\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi k^3}{6}.$$

Выражая r через k , получаем

$$\omega = \frac{(\gamma_1 - \gamma) k^2}{24\mu}. \quad (8.5)$$

При турбулентном режиме падения зерен, имея в виду (8.3), получаем

$$\gamma\lambda_c \frac{\pi k^2}{4} \frac{\omega^2}{2g} = (\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi k^3}{6},$$

где λ_c , по данным опытов с наносами, равно 1,17.

Отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}}. \quad (8.6)$$

Сопоставление выражений (8.5) и (8.6) с данными опытов показывает, что ламинарный режим падения зерен сохраняется в диапазоне $Re = \frac{\omega k}{\nu}$ меньше 1,0, т. е. для зерен наносов меньше 0,15 мм. Турбулентный же режим, описываемый выражением (8.6), характерный квадратичным режимом сопротивлений и независимостью их от вязкости, выполняется в диапазоне $Re > 240$, т. е. для зерен крупнее 1,5 мм.

Остается теперь установить связь между гидравлической крупностью и прочими характеристиками зерен наносов в области Re от 1,0 до 240. Сравним для этой цели характерные черты режима движения зерен в ламинарной и турбулентной областях, для того чтобы наметить характерные черты режима и в переходной области от $Re = 1,0$ до 240. Это сравнение произведено в табл. 10.

Из данных таблицы видно, что в переходной области можно ожидать:

- а) постепенного уменьшения влияния вязкости на гидравлическую крупность от минус первой до нулевой степени,
- б) пропорциональности скоростей падения удельному весу в воде в промежуточной степени, близкой к $2/3$, и
- в) пропорциональности скорости падения крупности зерен в степени, близкой к первой.

Характеристика	Режим	
	ламинарный	турбулентный
Диапазон $Re = \frac{\omega k}{\nu}$	$< 1,0$	> 240
Соответственные крупности естественных наносов	$< 0,15 \text{ мм}$	$> 1,5 \text{ мм}$
Скорости падения в невозмущенной воде пропорциональны:		
а) размеру зерен в степени	k^2	\sqrt{k}
б) удельному весу зерен в степени	$\frac{\gamma_1 - \gamma}{\mu}$	$\sqrt{\gamma_1 - \gamma}$
в) вязкости	$\frac{1}{\mu}$	не зависит

Этим и выясняется основа структуры выражения для переходной области в виде

$$\omega = \sqrt[3]{\frac{(\gamma_1 - \gamma)^2}{\rho \mu}} \beta k. \quad (8.7)$$

В знаменателе радикала вязкость введена из соображений сохранения размерности. Но так как в этой области влияние вязкости замирает по мере возрастания крупности зерен от 0,15 до 1,5 мм, то эту роль редукации влияния вязкости придется возложить на множитель β , определяемый следующей эмпирической формулой

$$\beta = 0,081 \lg 83 \left(\frac{3,7k}{k_0} \right)^{1 - 0,037k}$$

где $k_0 = 0,15 \text{ см}$.

Режим переходной области значительно легче представить более простым выражением в функции числа Рейнольдса, как это и сделано рядом авторов. Но тогда получаются выражения неявной формы именно в отношении гидравлической крупности, что затрудняет расчетное использование их.

Кривые, описываемые выражениями (8.5)—(8.8), представлены на рис. 34; краткие данные о гидравлической крупности приведены также в табл. 9.

На этом рисунке двумя нижними сплошными линиями показаны значения гидравлической крупности в ламинарной области в пределах температур от 5 до 20°. Двумя сходящимися линиями показаны их значения в переходной области и одной сплошной линией в турбулентной области.

Продолжение прямой турбулентного режима в области крупностей наносов меньше 1,5 мм, выполненное на рис. 34 пунктиром, показывает, какова была бы скорость падения зерен круп-

ностью меньше 1,5 мм, если бы и в переходной и ламинарной областях сохранился турбулентный режим падения.

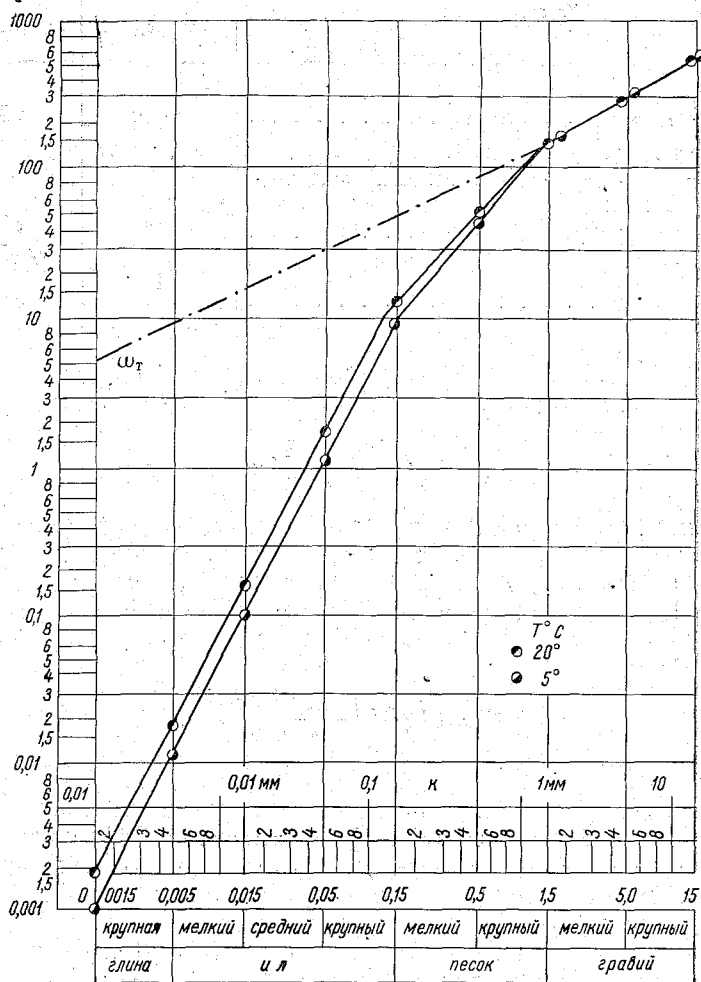


Рис. 34. Связь гидравлической крупности с размерами зерен.

График показывает, что в данном случае скорость турбулентного падения была бы всегда выше действительной и тем больше, чем меньше крупность зерен.

Абсциссы этого графика представлены в соответствии с приведенной выше классификацией однородных наносов.

График непосредственно и наглядно выясняет сущность

одного понятия, оказавшегося весьма плодотворным для всей динамики потоков с деформируемым руслом, к установлению которого и переходим.

3. Параметр турбулентности поведения наносов

В предвидении дальнейших потребностей необходимо ввести понятие о параметре турбулентности поведения наносов.

Введение этого параметра диктуется соображениями, аналогичными тем, в силу которых при рассмотрении многих вопросов оказывается полезным установить определенный стандарт.

Так, например, в вопросах шероховатости оказалось целесообразным принять за базу для сравнения и сопоставления в качестве стандарта равнотернистую шероховатость. Весьма полезно принимать за стандарт в вопросах сопротивлений их квадратичный режим связи со средними скоростями потока.

Полезным оказывается принятый за стандарт квадратичный турбулентный режим и в вопросе о гидравлической крупности зерен наносов.

Итак, приняв за стандартный режим режим турбулентного равномерного падения зерен наносов, будем считать, что наносы всех крупностей должны были бы обладать стандартной скоростью, равной по (8.6)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}} \quad (8.8)$$

В действительности такими скоростями обладают лишь зерна крупнее 1,5 мм; для них отношение φ стандартной скорости к действительной (8.7) будет равно единице.

Для других крупностей φ будет уже большим единицы, возрастая с уменьшением крупности зерен.

Отношение стандартной скорости турбулентного равномерного падения зерен в невозмущенной жидкости к действительной называется параметром турбулентности поведения зерен грунтов и наносов.

Он показывает, во сколько раз меньше действительная скорость падения в сравнении с той, которой обладали бы зерна наносов при турбулентном режиме их падения.

Используя этот параметр, можно теперь, принимая турбулентный режим равномерного падения зерен в жидкости за стандартный, дать общее для всех режимов выражение для гидравлической крупности наносов в виде

$$\omega = \frac{\omega_c}{\varphi} = \frac{1}{\varphi} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}} \quad (8.9)$$

Отметим, что для каждой крупности параметр турбулентности будет иметь определенное значение, зависящее лишь от температуры.

Установление этой гидравлической характеристики позволяет теперь пополнить общую классификацию однородных зерен грунтов и наносов некоторыми дополнительными, существенно важными характеристиками, а именно значениями гидравлической крупности и параметра турбулентности. Это дополнение и было представлено в табл. 9.

Параметр турбулентности поведения наносов является не только удобным формальным приемом, обеспечивающим возможность широкого использования стандартной гидравлической крупности. Он, кроме этого, имеет и точный гидромеханический смысл, который раскрывается следующими соображениями.

Для турбулентного режима равномерного падения зерен, принятого за стандартный, безразмерное сопротивление λ_c (коэффициент сопротивлений), входящее в уравнение движения, является постоянным и его значение по данным опытов равно $\lambda_c = 1,17$.

Для ламинарного режима значение безразмерного сопротивления λ_n получается из уравнения движения, выражающего собой равенство действующей силы тяжести зерна в воде G и сопротивления, равного

$$R = 8\pi r \omega,$$

Придадим этому выражению следующий вид, учитывая, что

$$k = 2r, \mu = \rho v = \frac{\gamma}{g} v$$

и что выражение

$$\frac{\omega k}{v} = \text{Re}$$

равно числу Рейнольдса обтекания шара:

$$R = 8\pi \gamma \frac{\omega k v}{2g} \frac{4k\omega}{4k\omega} = 32\gamma \frac{v}{\omega k} \frac{\pi k^2}{4} \frac{\omega^2}{2g}.$$

Придавая полученному выражению стандартный квадратичный вид

$$R = \gamma F \lambda_n \frac{\omega^2}{2g},$$

где F — мидель шара, равный $\frac{\pi k^2}{4}$, и λ_n — коэффициент сопротивления, имеем

$$R = 8\pi r \omega = \gamma \frac{32}{\text{Re}} F \frac{\omega^2}{2g} = \gamma \lambda_n F \frac{\omega^2}{2g}.$$

Откуда получаем, что для ламинарного режима

$$\lambda_{\text{л}} = \frac{32}{\text{Re}} \quad \checkmark \quad (8.10)$$

Для значений $\lambda_{\text{л}}$, отвечающих переходному режиму, используем приближенное выражение эмпирического происхождения при $t = 20^\circ$, имеющее вид

$$(\lambda_{\text{л}} - 0,4) \text{Re}^{0,69} = 32 \quad \checkmark \quad (8.11)$$

Таким образом, безразмерные сопротивления в ламинарной и переходной зонах являются функцией Re ; в турбулентной же области λ не зависит от Re .

График связи λ с Re для этих зон, отвечающий полученным выше формулам, представлен на рис. 35. Данные графика на-

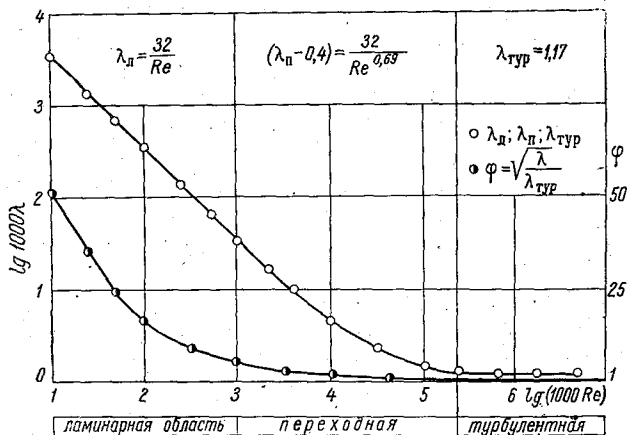


Рис. 35. Связь безразмерных сопротивлений с параметром турбулентности поведения зерен в спокойной воде.

ходятся в достаточном соответствии с данными опыта, что отмечено точками на кривой.

Для стандартного турбулентного режима уравнение движения имеет вид

$$(\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi k^3}{6} = \gamma F \lambda_c \frac{\omega_c^2}{2g}$$

Для других режимов (переходного и ламинарного) значения коэффициента сопротивлений и скорости будут иными; обозначив их λ и ω , имеем для этих режимов

$$(\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi k^3}{6} = \gamma F \lambda \frac{\omega^2}{2g}$$

Отношение двух последних равенств, равное параметру турбулентности поведения потоков, получает вид

$$\frac{\omega_c}{\omega} = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_c}} = \varphi, \quad \checkmark \quad (8.12)$$

т. е. параметр турбулентности является в то же время квадратным корнем из отношения безразмерного сопротивления при данном режиме (турбулентном, переходном или ламинарном) к безразмерному сопротивлению при турбулентном режиме.

4. Гидравлическая крупность в обращенной задаче. Условия стесненного обтекания

В процессах транспорта наносов турбулентным русловым потоком взвешивание и подъем зерен происходит массами турбулизирующих возмущений, отделяющихся от дна потока. Очевидно, что взвешивание может осуществляться лишь тогда, когда вертикальная проекция взвешивающих возмущений будет равна или больше того критического значения вертикальной скорости, при которой вверх движущиеся массы потока могут поддерживать зерно на статистически неизменной отметке.

Этим сразу же выясняется существенное физическое различие между рассмотренной выше задачей о скорости равномерного падения зерен в невозмущенной среде и скорости взвешивания в вертикальном, вверх движущемся потоке, которую далее обозначим ω_1 . Определение этой скорости является обращенной задачей в сравнении с основной, изложенной выше.

Для условий ламинарного режима эти скорости теоретически должны быть равны между собой, но вследствие того, что в вертикальной гидродинамической трубе нельзя получить поля скоростей с одинаковыми местными скоростями по сечению, опыт не может дать ясного подтверждения теоретически безупречного вывода. Поэтому при неизменной средней скорости в трубе зерно может взвешиваться и уноситься вверх в середине трубы и падать вниз у стенок ее.

В условиях турбулентного потока возможно наличие разницы между ω и ω_1 в связи с тем, что в гидродинамической трубе при турбулентном режиме усилие, поддерживающее зерно, будет определяться мгновенными усилиями, зависящими от квадрата мгновенных скоростей, среднее значение которого всегда больше усилия, определяемого по квадрату осредненной скорости.

Однако выявить степень значимости этого фактора опытами в гидродинамической трубе в условиях нестесненного обтекания с достаточной убедительностью не удастся, опять таки

вследствие неравенства местных скоростей по сечению и пространственных флуктуаций самого зерна и обтекающих его масс потока.

Реально возможным оказывается выяснение этого вопроса лишь в условиях стесненного обтекания, под которым понимается следующее.

Введем в гидродинамическую трубу настолько значительное количество зерен, чтобы действительная фильтрационно-взвешивающая скорость в порах между зернами уже заметно отличалась от средней скорости трубы, определенной по ее полному сечению. В таких условиях сопротивления стесненного обтекания зерен становятся значительно большими в сравнении с эффектом торможения потока стенками трубы. А при этом условии местные скорости фильтрационно-взвешивающего потока в порах оказываются уже практически одинаковыми по сечению.

Добившись этого результата, однако, нельзя избавиться от условий неизбежной нестационарности собственного поля обтекания каждого зерна. Эта нестационарность, являющаяся природой турбулентного режима обтекания, будет сказываться и при идеально точных шарах.

Понятно, что надежность данных опытов будет резко понижена, если в качестве подопытного материала будут использованы зерна не шаровой формы, полученные дроблением пород, особенно пластинчатого строения. Поэтому для надежного выяснения эффекта стесненного обтекания можно использовать лишь данные, полученные для идеальных шаров. Такая часть данных опытов Д. М. Минда и С. А. Шуберта («Гидравлика зернистых материалов» М. 1955) и использована далее для выяснения эффекта стесненного обтекания.

Так как в фильтрационно-взвешенном слое с концентрацией зерен p среднее проходное сечение будет равно $F(1-p)$, а вне этого слоя сечение равно F , то, обозначая среднюю скорость в трубе вне этого слоя V и внутри его $w_{ст}$, получаем, что $w_{ст} = \frac{V}{1-p}$, где $w_{ст}$ будет являться средней скоростью фильтрационно-взвешивающего потока в условиях стесненного обтекания.

Гидравлическая крупность зерен при свободном падении их в спокойной воде определяется непосредственными данными опытов или расчетно-эмпирическими формулами, приведенными выше. Ее значение всегда выше средней по сечению трубы вертикальной скорости взвешивания в фильтрационно-взвешенном слое, и разность их будет зависеть от концентрации во взвешенном слое и условий обтекания, т. е.

$$\omega - w_{ст} = f(p); \quad \frac{w_{ст}}{\omega} = 1 - \frac{f(p)}{\omega}$$

Для зерен естественных наносов удельного веса 2,65 по данным указанных опытов эта связь получает следующий конкретный вид для объемных концентраций $p \leq 0,3$:

а) для зерен турбулентного режима обтекания от 1,5 мм и выше

$$\frac{w_{ст}}{\omega} = 1 - 1,42 p,$$

б) для зерен же ламинарного режима падения

$$\frac{w_{ст}}{\omega} = 1 - 2,47 p,$$

г. е. при $p = 0$; $w_{ст} = \omega$.

Приведенные связи гидравлической крупности со скоростями в обращенной задаче свидетельствуют о том, что при $p = 0$ гидравлические крупности в прямой и обращенной задачах равны между собой.

Следует здесь же указать на то, что только у растворов илистых и глинистых частиц с увеличением их концентрации резко увеличивается и вязкость, а сами растворы по реологическим свойствам переходят в разряд жидкостей Шведова-Бингама.

§ 3. КРИТИЧЕСКИЕ СКОРОСТИ СДВИГА И СРЫВА ЗЕРЕН СО ДНА ПЛОСКОГО ПОТОКА

Второй группой гидравлических характеристик русловых грунтов и наносов являются средние скорости, при которых поток либо еще не сдвигает зерна на дне («несдвигающие» скорости), либо уже в состоянии поддерживать непрерывный срыв отдельных зерен («срывающие» скорости).

Обе эти характеристики связаны с определенными условиями обтекания турбулентным потоком отдельных зерен на дне.

Воздействие потока на закрепленные выступы зерен на дне в условиях недеформируемого русла рассмотрено в первой части книги. В условиях же зернистого русла, деформируемого потоком, формы воздействия потока на выступы дна значительно более разнообразны, чем в условиях жесткого дна.

1. Воздействие потока на отдельные выступы

Ранее в анализе потока с недеформируемым дном рассматривались лишь продольные проекции усилий, возникающих на выступах дна, поскольку в условиях неподвижного дна ими лишь и определяется сопротивление движению и уровень турбулизации потока.

В условиях деформируемого дна необходимо выявить весь состав гидравлических усилий потока, установить затем их расчетные характеристики и выяснить условия, при которых русло, начиная деформироваться, вызывает своей деформацией изменения и в режиме самого потока.

Прямое выяснение этих вопросов непосредственно для русел из естественных зернистых материалов оказывается невозможным из-за разнообразия, сложности и многочисленности отдельных ситуаций.

Исходя из этих соображений, необходимо последовательно рассмотреть ряд идеализированных схем, механически более ясных и определенных, постепенное усложнение которых в конце концов могло бы привести к установлению расчетных связей для деформируемых русел из естественных зернистых материалов.

Прежде всего необходимо установить характер основных усилий, развиваемых потоком на отдельном зерне. Для того чтобы характер возникающих усилий выявить с предельной ясностью, временно схематизируем эти отдельные зерна в виде куба, установленного на основном плоском дне потока среди ряда кубов таких же размеров в условиях различного их размещения.

Для того чтобы выяснить объективную картину силовых воздействий на эти кубы, вооружим все грани одного из них рядом пьезометров. Выводы этих пьезометров расположим на одной из боковых стенок куба, чтобы устранить возможные искажения силового воздействия в вертикальной продольной осевой плоскости движения потока.

Присоединив пьезометрические выводы к батарейному микromanометру, получаем возможность определить сразу весь спектр давлений на гранях куба.

Разность между давлениями потока в отдельных точках различных граней куба и гидростатическим давлением в них дает величину избытка, или дефицита давления, вызываемого только скоростными воздействиями потока.

Отношение этой разницы давлений в определенной точке куба к скоростному напору, исчисленному по средней скорости потока, определяет безразмерное давление, равное

$$\alpha = \frac{\Delta p}{\rho \frac{V^2}{2}} = \frac{2g \Delta h}{V^2}$$

На левых схемах рис. 36 безразмерные дефициты давления показаны внутри куба, а избыточное давление вне куба. При обтекании его струи перед выступом искривляются, и так как во всех случаях изменения направления возникают поперечные центробежные усилия, уравновешиваемые местным изменением

давления, то на лобовой грани, где центробежные усилия направлены в сторону передней стенки куба, давления становятся больше гидростатических.

Над верхней гранью струи потока, огибая выступ, имеют кривизну, направленную в область выше выступа. Поэтому местные давления на верхней грани становятся меньше гидроста-

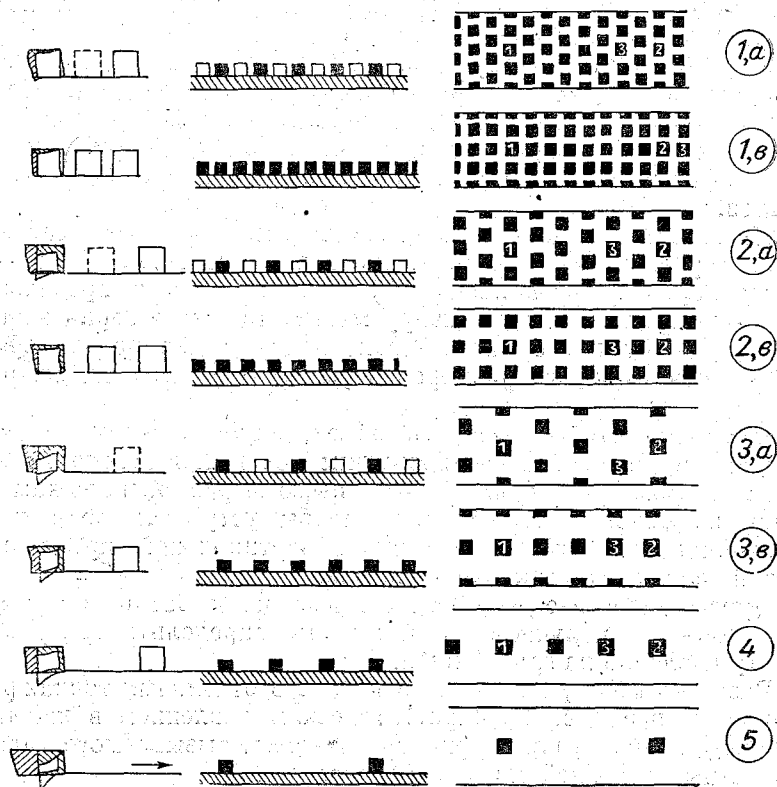


Рис. 36. Спектры безразмерных усилий обтекания выступов на дне потока.

тического. Тыловая грань находится в области водоворотной зоны, местное давление в которой всегда меньше гидростатического.

Сумму усилий, определяемых избытком давления на лобовой грани и дефицитом давления на тыловой, будем именовать далее лобовым усилием P_x . Отметим, что точка приложения равнодействующего усилия расположена выше половины высоты выступа.

Как указано выше, на верхней грани вследствие отжима потока возникает дефицит давления. Зазор же под нижней гранью превращается в щелевой канал, в голове которого налицо избыток давления, а в конце его — дефицит.

Даже в условиях растекания потока в этой щели в стороны вдоль нее происходит срабатывание напора от избыточного в голове щели до дефицита в конце. И так как давление у нижнего ребра лобовой грани изолированного куба всегда выше по абсолютной величине дефицита давлений у нижнего ребра тыловой грани, то среднее давление в зазоре будет в сравнении с гидростатическим всегда избыточным (положительным). Эти усилия на нижней и верхней гранях в сумме создают подъемное результирующее усилие, точка приложения которого отстоит от тыловой грани на расстоянии, большем половины стороны куба.

Таким образом, отправка схема приводит к установлению на выступе усилий потока не только продольных, с которыми встречались ранее при рассмотрении плоского потока с недеформируемым дном, но и вертикальных, в данном случае подъемных усилий P_y .

Наличие последних вносит существенные изменения в условия устойчивости выступов на дне. Без них условия устойчивости определялись бы только соотношением моментов опрокидывания и сопротивления ему.

При наличии подъемных усилий выражение критического состояния должно быть дополнено моментом обезвешивания выступа подъемным усилием.

2. Динамическое затенение выступов

Выясним далее, как изменится характер обтекания и усилия на выступе, если он окажется среди ряда кубов такого же размера, размещенных с различной густотой.

По мере уменьшения относительного расстояния между смежными кубами будут происходить изменения в спектрах безразмерного давления с того момента, как рассматриваемый куб окажется в конце водоворотной зоны, возникшей у впереди стоящего куба.

Вначале спектры давления изменятся незначительно. Но если будем и далее уменьшать относительное расстояние, то каждый куб окажется в зоне уже эффективного динамического затенения от впереди стоящего выступа. Безразмерные давления на гранях его заметно снижаются, как это иллюстрируется схемами рис. 36.

Вместе с тем по мере уменьшения относительных расстояний между смежными кубами появляются и некоторые качественные изменения кинематической картины обтекания. Водо-

воротная зона занимает почти весь объем между смежными выступами, и основной поток как-бы скользит по ней. Поэтому область отжима на верхней грани существенно сокращается и при малых относительных расстояниях исчезает совсем, в связи с чем безразмерное дефицитное давление на ней падает до нуля. При смыкании выступов с малыми свободными промежутками между ними избыток и дефицит давления на всех гранях становятся равными нулю.

Перейдем теперь к зернам реальной формы естественных грунтов и наносов. Эта форма близка к трехосному эллипсоиду. Отсутствие полной симметрии относительно центра зерна обуславливает возможность большого количества отдельных ситуаций различного размещения. Но. и лобовые и подъемные усилия сохраняются. Сами зерна в сравнении с кубом более удобообтекаемы, в силу чего уменьшаются подъемное и лобовое воздействия и в то же время смещается к тыловой части и область отрыва транзитного потока.

3. Критические скорости потока

Для установления кризисных условий устойчивости зерен на дне выразим основные геометрические характеристики их через диаметр k равнообъемного шара.

Тогда вес зерна в воде будет равен

$$W = \alpha_3 (\gamma_1 - \gamma) k^3,$$

плечи подъемного и лобового усилий обозначим $\alpha_4 k$; $\alpha_5 k$ и плечо веса $\alpha_6 k$.

Лобовое усилие, пропорциональное квадрату местной скорости обтекания и площади миделя зерна $\alpha_7 k^2$, будет равно

$$P_x = \gamma \lambda_x \alpha_7 k^2 \frac{u_\Delta^2}{2g}.$$

Подъемное усилие равно

$$P_y = \gamma \lambda_y \alpha_8 k^2 \frac{u_\Delta^2}{2g}.$$

Условие устойчивости зерен естественных наносов определяется тем, что сумма моментов этих сил должна быть равна нулю, т. е.

$$\alpha_5 k P_x = \alpha_6 k W - \alpha_4 k P_y,$$

или

$$(\alpha_5 \alpha_7 \lambda_x + \alpha_4 \alpha_8 \lambda_y) \gamma k^3 \frac{u_\Delta^2}{2g} = (\gamma_1 - \gamma) \alpha_3 \alpha_6 k^4.$$

Переносим в левую часть $\alpha_3\alpha_6$ и обозначая затем все постоянные левой части α_9 , получаем

$$\alpha_9 \frac{u_{\Delta}^2}{2g} = \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} k.$$

Далее придется нередко встречаться еще с некоторыми безразмерными постоянными α . Для сокращения записей каждое новое их произведение или сумму, включая и вновь вводимые постоянные коэффициенты, будем обозначать просто α без всякого индекса.

Выразим ту местную скорость u_{Δ} на высоте выступа зерна, при которой наступает кризис устойчивости, через среднюю скорость потока по уравнению профиля скоростей плоского потока. Подставляя в него значение $y = \Delta$ и придавая средней скорости V потока, при которой наступает кризис устойчивости, соответствующий индекс, получаем

$$u_{\Delta} = V_{кр} \frac{\lg \frac{16,7 \Delta + \Delta}{\Delta}}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = 1,25 \frac{V_{кр}}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}.$$

Подставим теперь это значение в предпоследнее равенство

$$\frac{\alpha}{\left(\lg \frac{6,15 H}{\Delta}\right)^2} \frac{V_{кр}^2}{2g} = \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma} k.$$

Имея в виду, что $\Delta = 0,7k$, получаем

$$V_{кр} = \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{\alpha \gamma}} = \lg \frac{8,8 H}{k} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{\alpha \gamma}}. \quad (8.13)$$

Таково выражение связи критических средних скоростей потока с размером, весом зерна и относительной шероховатостью при турбулентном режиме обтекания потоком зерен. Последнее выражение не изменяется, если зерно окажется нижней частью в пределах граничного ламинарного слоя.

При зернах малого размера, соизмеримых с толщиной пристенного слоя, в силу того, что зерно частично или полностью оказывается погруженным в пристенный слой, в условиях сдвига отношение местной скорости потока на высоте зерна к средней скорости всего потока уменьшается с уменьшением размера зерен. Это, в частности, приводит к тому, что критическая средняя скорость сдвига или срыва зерна с уменьшением размеров последнего как бы асимптотически стремится к некоторому постоянному значению с уменьшением размеров зерен. Это обстоятельство, свыше 30 лет назад вскрытое экс-

периментальным путем, отражено в ряде соответствующих эмпирических формул для критической сдвигающей скорости.

Транспорт грунтов и наносов в размерах, имеющих практическое значение, происходит при средних скоростях V , значительно превышающих критические скорости сдвига $V_{кр}$, причем главным динамическим параметром уравнений транспорта является относительная скорость $\frac{V}{V_{кр}} = \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{кр}}}$ при той физической структуре потока, которую он имеет при скоростях $V \gg V_{кр}$.

Однако при значениях V , значительно больших $V_{кр}$, в соответствии с данными главы II пропорционально уменьшается толщина пристенного слоя, и отношение местной скорости на выступах зерен к средней стремится к значению, соответствующему полностью турбулентному режиму обтекания зерен.

В дальнейшем вопрос о критических скоростях рассматривается лишь для определения транспорта русловых несвязных грунтов и наносов тех крупностей (больше 0,1 мм), устойчивость которых определяется только (или в подавляющей мере) гидромеханическими усилиями потока и весом зерен. Устойчивость же зернистых мелкоземных связных и полусвязных грунтов является содержанием вопроса о допустимых скоростях течения в земляных руслах, при решении которого должна быть учтена роль ряда дополнительных факторов.

Главнейшим фактором устойчивости мелкоземных зернистых грунтов является наличие молекулярных сил взаимодействия между смежными зернами, роль которых оказывается тем большей, чем меньше размеры зерен, и становится настолько значительной, что мелкоземные грунты с зернами меньше 0,1 мм получают свойства полусвязных и связных грунтов.

Меньшее значение имеет фактор пригружающей гидростатической силы, смысл которого состоит в следующем. При отрыве зерен от неподвижного русла поток должен преодолеть дополнительное гидростатическое усилие на контакте данного зерна с ниже лежащим.

Роль этого пригружающего усилия впервые была отмечена И. Ф. Бурлаем и позднее нашла подтверждение в опытах Доу Го-Женя.

В условиях срыва зерен под действием наибольших пульсационных усилий происходит расшатывание выступающих зерен и последующий отрыв их от дна. В этих условиях роль пригружающего усилия, как показали микрокиносъемки 1958 г. Ц. Е. Мирцхулава, оказывается небольшой.

Как указано выше, вопросы устойчивости полусвязных и связных грунтов не входят в задачи настоящего курса и поэтому далее не рассматриваются.

4. Несдвигающие и срывающие критические скорости

Теперь необходимо условиться о более точном понимании того критического состояния устойчивости зерен, которое будем определять формулой (8.13).

По ряду соображений оказывается целесообразным установить две характерные критические скорости.

Для иллюстрации соответствующих им состояний на рис. 37 приведены две схемы. На обеих схемах показано наиболее типичное размещение зерен в продольной вертикальной плоскости.

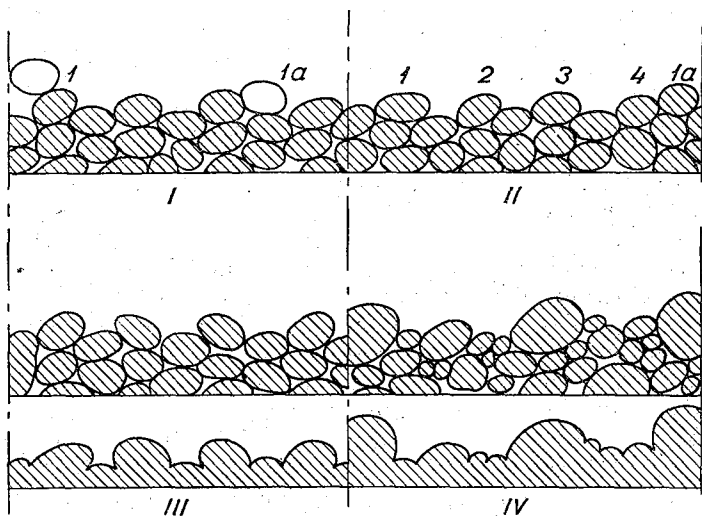


Рис. 37. Зернистое дно потока при критических скоростях.

Представим себе, что в русле из однородных зерен, поддерживая неизменной глубину, будем изменять средние скорости, задаваясь рядом значений, при которых поток еще поддерживает перемещение небольшого количества зерен, и тех, при которых перемещение зерен полностью прекращается. Положим при этом, что на наблюдаемый участок дна за определенный промежуток времени сверху по течению поступает некоторое количество зерен той же крупности.

При некоторой относительно малой скорости все зерна, пришедшие сверху на участок наблюдения, прекратят свое движение. Определим теперь ту наибольшую среднюю скорость, при которой пришедшие сверху зерна далее уже не срываются и не перемещаются. Такое условие требует, чтобы при этой средней скорости ни одно из пришедших сверху зерен и остановившихся на участке наблюдений уже не выводилось из состояния покоя.

Если зерно I на схеме I в момент своего соприкосновения с дном окажется в условиях полного обнажения для обтекания его потоком на полной высоте, то развивающегося на нем усилия будет достаточно, чтобы сорвать зерно с точки соприкосновения. В силу этого оно будет продолжать перемещаться, не раз входя в соприкосновение с дном, до тех пор, пока не окажется в ложбине $1a$ между двумя смежными выступами зерен неподвижного дна. В этих условиях зерно окажется уже защищенным от воздействия потока. И если в положении $1a$ усилия потока окажутся уже недостаточными для срыва зерна, то среднюю скорость потока, соответствующую этому состоянию, как наибольшую среднюю скорость того диапазона, в котором зерна на дне не передвигаются, будем называть несдвигающей, обозначая ее V_n .

Отметим теперь, что при такой скорости пришедшие сверху зерна, пройдя ряд ситуаций соприкосновения с неподвижным дном, неизбежно должны встретиться и с ситуацией динамического затенения $1a$, поэтому любое зерно при этой средней скорости должно будет в конце концов остановиться.

Теперь будем постепенно увеличивать среднюю скорость потока выше несдвигающего значения. Вначале наблюдаем отдельные явления вздрагивания частиц, т. е. ситуации, в которых отдельные зерна дна на мгновение обезвешиваются под действием наибольших пульсационных значений подъемной силы. При дальнейшем повышении средней скорости в условиях неизменной глубины потока наступает ситуация, при которой одно из зерен, выступающих своей верхней половиной над нижними, срывается и уносится потоком, например зерно I на схеме II . Где бы оно ни остановилось затем, например на месте, отмеченном цифрой $1a$, оно оказывается в области или не меньших, или же еще больших местных скоростей обтекания, чем на прежнем месте I , поэтому срыв его и в этом месте оказывается совершенно неизбежным.

Проследим теперь за состоянием остальных выступающих зерен после срыва зерна I . После срыва последнего усилия на зерне 2 , развиваемые потоком, возрастают, ибо в отсутствие зерна I поток будет набегать на зерно 2 с повышенной местной скоростью из-за уменьшения динамического затенения от зерна 1 .

В силу этих обстоятельств после срыва зерна 1 срыв зерна 2 становится неизбежным, а после срыва последнего по тем же причинам неизбежен срыв зерна 3 и т. д. При дальнейшем перемещении эти зерна в отдельные моменты могут останавливаться на дне, но теперь уже ясно, что усилия обтекания на них в моменты остановок будут не меньшими, чем в прежних исходных положениях — втором, третьем и т. д.

Таким образом, в этих условиях раз начавшийся срыв и пе-

ремещение отдельных зерен будут происходить уже непрерывно, что и является самым характерным признаком второго критического состояния. Значение средних скоростей, при котором происходит этот процесс, может быть определено следующим образом.

Ту наименьшую среднюю скорость потока, при которой раз начавшийся срыв отдельных зерен на дне поддерживается затем непрерывно, будем именовать срывающей скоростью.

Установив содержание понятий о несдвигающей и срывающей средней скорости, перейдем теперь к установлению численного соотношения между ними и еще одной дополнительной характеристики также динамического характера.

Для этого придется вспомнить о пульсации местных скоростей. Вместе с пульсацией скоростей изменяются и мгновенные значения лобовых и подъемных усилий, развиваемых потоком на обтекаемых зернах. При некоторых относительно малых значениях местной скорости мгновенные значения подъемного усилия будут малы в сравнении с весом зерен в воде. При постепенном увеличении средней скорости потока, а следовательно, и местной скорости обтекания зерен на дне будет возрастать и уровень подъемных усилий. При некоторой средней скорости потока наибольшие мгновенные значения подъемной силы достигнут до значений, равных весу зерна в воде. И в эти моменты зерно на дне будет обезвешиваться. Ту среднюю скорость потока, при которой мгновенные наибольшие подъемные усилия еще не превосходят веса зерна в воде, будем называть несдвигающей скоростью.

Будем увеличивать среднюю скорость до тех пор, пока к весу зерна в воде окажется близко подъемное усилие не только наибольшее из всех пульсационных значений, но уже и среднее его пульсационное значение на выступающих зернах дна. При этом значении средней скорости будет обеспечено непрерывное обезвешивание и срыв отдельных выступающих зерен на дне, что и является самым характерным для срывающих скоростей.

Теперь можно дать уже более полное определение обеих критических скоростей.

Ту наибольшую скорость потока, при которой еще не происходит перемещения и сдвига зерен на дне и при которой наибольшие пульсационные значения подъемной силы еще не превосходят веса зерна в воде, будем именовать несдвигающей скоростью.

Ту же наименьшую среднюю скорость потока, при которой происходит уже беспрестанный срыв отдельных выступающих зерен на дне и при которой средний уровень пульсационных подъемных усилий на них примерно равен весу зерна в воде, будем называть срывающей скоростью.

Определяя по данным опыта значения α в последней формуле для срывающей и несдвигающей скоростей плоского турбулентного равномерного потока, получаем их в следующем расчетном виде:

$$V_c = \lg \frac{8,8 H}{k} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{1,75 \gamma}}, \quad (8.14)$$

$$V_n = \lg \frac{8,8 H}{k} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}}. \quad (8.15)$$

Эти критические скорости и являются второй из главных гидравлических характеристик грунтов и наносов, первой из которых была гидравлическая крупность.

Если дно сформировано из смеси зерен различной крупности, то критические скорости для них, очевидно, будут различными. Следует иметь в виду, что при смешанном составе зерен на дне действующая высота выступов дна будет определяться наиболее крупными зернами k_5 , доля которых равна 5%. Поэтому для смешанного грунта дна в знаменатель логарифма войдет вместо крупности k крупность k_5 , определяющая решающую высоту выступов шероховатости.

В дальнейшем придется устанавливать выражение для расходов перемещения как однородных, так и смешанных грунтов и наносов. При этом для получения расходов смешанных грунтов и наносов придется определять характеристики того однородного состава, расходы перемещения которых будут равны расходам перемещения смешанных грунтов и наносов. Для этого равнозначного по расходам перемещения однородного состава с крупностью зерен k , равной средней крупности смешанного состава, критическая несдвигающая скорость будет определяться формулой

$$V_n = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}}$$

$$V_c = 1,41 V_n, \quad (8.16)$$

где под радикалом k является средней крупностью смеси.

Установим теперь связь между обеими основными гидравлическими характеристиками.

5. Связь между гидравлической крупностью зерен и критическими скоростями срыва

Во всех последующих вопросах динамики потоков с деформируемым руслом связь между этими основными гидравлическими характеристиками равнотернистых грунтов и наносов будет иметь большое значение. Для установления искомой связи

воспользуемся общим, установленным ранее выражением для гидравлической крупности

$$\omega = \frac{\omega_c}{\varphi} = \frac{1}{\varphi} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}}$$

Возьмем отношение этого выражения к выражению (8.14) для срывающей скорости. Отношение их для зерен всех крупностей имеет весьма простой вид

$$\frac{\omega}{V_c} = \frac{1}{\varphi \lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = \frac{1}{\varphi \lg \frac{8,8 H}{k_5}} \quad (8.17)$$

Для зерен грунтов и наносов турбулентного режима, т. е. для крупностей больше 1,5 мм, для которых параметр турбулентности их поведения равен единице, оно имеет вид

$$\frac{\omega}{V_c} = \frac{1}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = \frac{1}{\lg \frac{8,8 H}{k_5}} \quad (8.18)$$

Поскольку для зерен крупностью больше 1,5 мм режим падения имеет турбулентный характер и поскольку для тех же крупностей и обтекание зерен на дне при критических скоростях сдвига, как это установлено выше, имеет также турбулентный характер, постольку это последнее соотношение будет являться стандартным, полностью отвечающим турбулентному режиму потока и турбулентному поведению в нем зерен грунтов и наносов.

Необходимо обратить внимание еще на одно обстоятельство. По уравнению профиля скоростей местная скорость на высоте выступа дна равна

$$\frac{u_{\Delta}}{V} = \frac{1,25}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

И если средняя скорость потока равна срывающему значению V_c , то u_{Δ} будет срывающим значением местной скорости u_{Δ_c} :

$$\frac{u_{\Delta_c}}{V_c} = \frac{1,25}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

Полученное выше отношение гидравлической крупности к срывающей средней скорости имеет вид (8.17). Отношение же гидравлической крупности к u_{Δ_c} будет равным

$$u_{\Delta_c} = 1,25 \varphi \omega \quad (8.19)$$

Этим отношением устанавливается наличие однозначной связи местной скорости на вершинах выступов зерен в условиях срыва зерен и гидравлической крупности.

§ 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение тех характеристик русловых грунтов и наносов, которые необходимы для решения теоретических и прикладных вопросов динамики потоков с деформируемым руслом, привело к следующим основным результатам.

1. Поступающие в речной поток отдельности различных пород и разной крупности в процессах истирания при перемещении их потоком принимают окатанную глыбообразную или пластинчатую форму и постепенно измельчаются таким образом, что размеры их уменьшаются пропорционально пройденному пути. Это уменьшение размеров тем больше, чем меньше сопротивляемость исходных горных пород раздроблению.

В силу этого обломки и зерна слабых пород, истираясь более интенсивно, постепенно исчезают из состава русловых грунтов и наносов и в конце концов переходят в состав наиболее мелких фракций взвешенных наносов.

Таким образом, в составе русловых грунтов и наносов остаются лишь зерна более прочных скальных пород. Удельный вес их, колеблясь от 2,4 до 2,8, в среднем может быть принят $\gamma_1 = 2,65$.

Состав русловых грунтов и наносов всегда является смесью зерен различной крупности. Из основных типов состава смешанных наносов (однородный, равнофракционный, крупно-, средне-, и мелкофракционный и пр.) наиболее часто в естественных водотоках встречаются крупнофракционный, средне- и мелкофракционный составы.

Для запросов динамики русловых потоков наиболее приемлемой классификацией грунтов и наносов является шкала, представленная табл. 9 и рис. 33. В основу их принят равный шаг (модуль) классификации (соотношение размеров наиболее крупных и наименьших зерен в каждой фракции). Границы отдельных фракций установлены в непосредственной связи с режимом сопротивлений равномерного падения зерен в воде (зерна от крупного ила и меньше — ламинарный режим; пески — переходный; гравий и галька — турбулентный).

В логарифмической сетке шкалы крупностей порядковый номер фракции равен удвоенному логарифму среднего размера зерен (в микронах) каждой фракции.

Средняя форма зерен близка к трехосному эллипсоиду, отношение главных размеров которого к диаметру равнообъемного шара в среднем равно 1,35; 1,05; 0,72. Поверхность зерен есте-

Методически взвешивать!

ственных грунтов и наносов больше поверхности шара равного объема в среднем в 1,34 раза.

2. Гидравлическими характеристиками грунтов и наносов является: а) гидравлическая крупность зерен и б) средние скорости потока, соответствующие условиям кризиса устойчивости зерен на дне потока (неодвигающие и срывающие скорости потока).

Под гидравлической крупностью понимается скорость равномерного нестесненного падения зерен в спокойной воде.

Данные экспериментальных исследований с приемлемой надежностью свидетельствуют о том, что скорость равномерного нестесненного падения равна скорости вертикально взвешивающего потока (обращенная задача), необходимой для поддержания зерен во взвешенном состоянии.

Крупные зерна грунтов и наносов от 1,5 мм и выше падают в спокойной воде при турбулентном режиме обтекания зерен (т. е. с явлениями срыва граничного слоя и появлением водоворотной области за падающим зерном). Для них сопротивление пропорционально миделю зерна и квадрату скорости падения. Безразмерное сопротивление при этом не зависит от вязкости.

Из равенства веса зерна в воде и сопротивлений следует, что в турбулентной области гидравлическая крупность определяется формулой

$$\omega = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}},$$

т. е. в турбулентной области ω пропорционально квадратному корню из крупности зерен.

Для зерен крупностью от 1,5 до 0,15 мм, т. е. в области перехода режима сопротивлений от турбулентного к ламинарному, гидравлическая крупность равна

$$\omega = \sqrt[3]{\frac{(\gamma_1 - \gamma)^2}{\rho\mu}} \beta k,$$

т. е. пропорциональна первой степени крупности зерен (здесь β является эмпирической функцией, определяющей замирающее влияние вязкости по мере увеличения размеров зерен от 0,15 до 1,5 мм). Переходная область характеризуется пределами крупности от 1,5 до 0,15 мм и диапазоном Re от 240 до 1,0.

Ламинарный режим сопротивлений падения зерен в воде существует для крупностей от 0,15 мм и меньше, т. е. в области $Re \leq 1,0$. Для этой области сопротивления пропорциональны первой степени скорости зерна и вязкости воды. Поэтому для

ламинарной области гидравлическая крупность определяется формулой

$$\omega = \frac{(\gamma_1 - \gamma) k^2}{24\mu},$$

т. е. скорость прямо пропорциональна квадрату размера зерен и обратно пропорциональна вязкости.

Наряду с гидравлической крупностью нестесненного падения существенное значение имеют условия и стесненного обтекания массы взвешенных зерен с объемной концентрацией p во взвешивающем вертикальном потоке. В условиях нестесненного обтекания зерно оставалось бы во взвешенном состоянии при скорости, равной гидравлической крупности, т. е. скорости нестесненного падения. При стесненном же обтекании зерен для поддержания их во взвешенном состоянии необходима скорость вертикального потока $\omega_{ст}$ тем меньшая, чем больше концентрация, а именно для объемных концентраций $p \leq 0,3$:

$$\text{для зерен крупнее } 1,5 \text{ мм } \frac{\omega_{ст}}{\omega} = 1 - 1,42p,$$

$$\text{для зерен меньше } 0,05 \text{ мм } \frac{\omega_{ст}}{\omega} = 1 - 2,47p.$$

Увеличение концентрации зерен турбулентного поведения уменьшает лишь скорости, необходимые для взвешивания, но не изменяет физических свойств взвешивающего потока.

При увеличении же концентрации зерен нетурбулентного поведения постепенно, но вначале очень медленно, изменяются и некоторые физические свойства взвешивающего потока по мере возрастания влияния молекулярных сил взаимодействия зерен и потока с уменьшением размеров зерен. С уменьшением крупности зерен до размеров глинистых частиц увеличение концентрации влечет за собой весьма существенное изменение физических свойств двухфазной системы: вода — твердые частицы. Для глинистых частиц возрастание концентрации от 0,05 до 0,4 вызывает увеличение вязкости до 200 раз.

3. В теоретическом анализе ряда дальнейших задач механики потока с деформируемым руслом учет различных режимов связи сопротивлений зерен со скоростью обтекания ω (а следовательно, и различных связей ω , k , γ_1 , γ , ρ , μ) вносит немалые затруднения.

Получение в этих условиях теоретических решений многих задач может быть достигнуто, если принять один из режимов обтекания зерен за стандартный.

Наиболее удобным оказалось принять за стандартный турбулентный режим обтекания, и тогда условия других режимов (переходного и ламинарного) могут быть однозначно оценены отношением расчетной скорости при стандартном турбулентном

режиме к действительной гидравлической крупности, т. е. к скорости падения зерна данной крупности при данной температуре воды.

Это отношение $\varphi = \frac{\omega_c}{\omega}$ именуется параметром турбулентности поведения зерен грунтов и наносов.

Для зерен турбулентного поведения ($k > 1,5$ мм) он всегда равен единице, для песков (k от 1,5 до 0,15 мм) увеличивается от 1,0 до 3,5 по мере уменьшения размера зерен; для илов φ растет от 3,5 до 580. Этот же параметр в то же время является отношением местной скорости на вершинах зерен, находящихся на дне потока в условиях срыва их, к гидравлической крупности зерен, что определяется выражением

$$u_{\Delta c} = 1,25 \varphi \omega.$$

4. Средние скорости потока, соответствующие условиям кризиса устойчивости зерен на дне потока, являются второй основной гидравлической характеристикой русловых грунтов и наносов. Значение их устанавливается рассмотрением устойчивости выступающих зерен на дне в условиях силовых воздействий потока при обтекании их.

Поток развивает на них продольные и подъемные усилия. Моменты этих усилий в виде их произведений на плечи, определяемые размером зерен, оказываются достаточными для кризиса устойчивости, если сумма их будет равна моменту веса срываемого зерна.

Эти усилия определяются весом зерна и усилиями, зависящими от местной скорости обтекания потоком зерен. Переход от местных скоростей к средней скорости плоского потока по уравнению профиля продольных скоростей и дает возможность установить скоростные критерии устойчивости зернистого русла в следующих двух видах:

а) несдвигающая скорость, т. е. наибольшая средняя скорость потока V_n , при которой еще не происходит срыва или сдвига зерен на дне, и наибольшие пульсационные значения подъемной силы еще не превосходят веса зерна в воде, и

б) срывающая скорость, т. е. наименьшая средняя скорость потока V_c , при которой еще поддерживается беспрестанный срыв отдельных зерен на дне и средний уровень пульсационных подъемных усилий примерно равен весу зерна в воде.

Теоретические формулы, определяющие их, имеют вид

$$V_c = \lg \frac{8,8 H}{k} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{1,75 \gamma}} = 1,41 V_n.$$

Эти критические скорости, характеризующие устойчивость зернистого русла, являются второй гидравлической характери-

стикой русловых грунтов и наносов. Они находятся в однозначной связи с первой гидравлической характеристикой — гидравлической крупностью. Связь их определяется отношением гидравлической крупности к критической срывающей скорости потока, которое имеет вид

$$\frac{\omega}{V_c} = \frac{1}{\varphi \lg \frac{8,8 H}{k_5}}$$

Глава IX

МЕХАНИЗМ ТРАНСПОРТА ПОТОКОМ НАНОСОВ

§ 1. ОСНОВНЫЕ ИТОГИ АНАЛИЗА МЕХАНИЗМА ТРАНСПОРТА ГРУНТОВ И НАНОСОВ РАВНОМЕРНЫМ ПОТОКОМ

Рассмотрение механизма транспорта наносов открытым потоком с точки зрения требований усвоения материала целесообразно начать с общего обзора решающе важных вопросов. Это позволит с наименьшими трудностями сформировать основные представления об общем составе факторов, их относительной роли и режимах их связей. Лишь после этого этапа создаются необходимые предпосылки для более детального (в пределах необходимого минимума) рассмотрения отдельных вопросов. Поэтому анализ вопросов механизма транспорта потоком русловых наносов и начинаем с изложения основных итогов рассмотрения отдельных вопросов, последовательный анализ всей цепи которых приводит к установлению конечного главного результата в виде уравнения транспорта.

1. Область отрыва зерен у дна потока

Первым звеном в механизме транспорта наносов являются процессы отрыва зерен от дна потока.

При срывающем значении средней скорости поток непрерывно срывает лишь отдельные, наиболее выступающие зерна и поддерживает их скачкообразное движение с незначительными подъемами. При увеличении средних скоростей число одновременно срываемых зерен возрастает, при этом поток в состоянии срывать одновременно все зерна верхнего слоя.

На перемещение этих зерен поток теряет часть своей энергии, что связано с уменьшением местных скоростей в области перемещения сорванных зерен. В связи с этим местная скорость на нижних, еще неподвижных зернах оказывается меньшей, чем та скорость, которая была бы на выступах дна в условиях закрепленных зерен при той же средней скорости.

Если и эта уменьшенная местная скорость u_{Δ} у дна будет больше срывающего значения местной скорости $u_{\Delta c}$, то произойдет срыв зерен и следующего слоя. После срыва зерен следующего слоя на перемещение сорванных зерен нового ряда также будет затрачиваться энергия потока, что в свою очередь вызовет дальнейшее уменьшение местных скоростей. Процесс отрыва зерен многих рядов и связанное с этим уменьшение местных скоростей в районе дна будет продолжаться до тех пор, пока местная скорость не уменьшится до значения, равного местной несдвигающей скорости на оставшемся еще неподвиж-

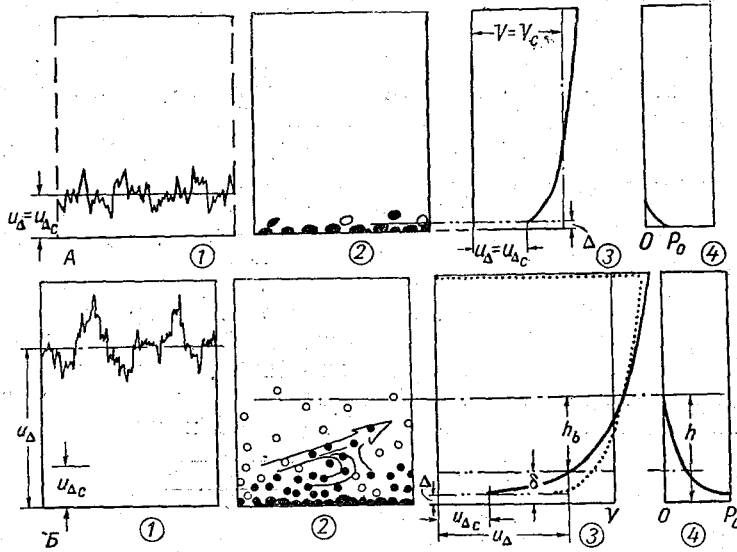


Рис. 38. Формирование профиля местных скоростей и концентрации в области отрыва зерен.

ном слое зерен (см. схему БЗ рис. 38). При этом во всей области отрыва зерен местные скорости будут меньше, чем в потоке с жестко закрепленными зернами на дне в отсутствии наносов. Уменьшение же местных скоростей по высоте области отрыва будет тем больше, чем больше местная концентрация переносимых потоком русловых наносов.

Таким образом, если в потоке с зернисто-деформируемым руслом местная скорость у дна, определяемая по профилю скоростей для жесткого русла, больше несдвигающего значения, то поток срывает и одновременно перемещает несколько рядов зерен, число которых пропорционально

$$n = \alpha \left(\frac{u_{\Delta}}{u_{\Delta c}} - 1 \right),$$

где единица вычтена в силу того, что при $u_{\Delta} = u_{\Delta_c}$ не сры-
ваются зерна даже и одного верхнего ряда.

Перемещаясь потоком, эти сорванные зерна занимают вы-
соту δ пропорциональную общей высоте сорванных зерен nk ,
но больше ее, так как значительная часть этой высоты занята
массами потока, перемещающими эти зерна

$$\delta = \alpha_1 \left(\frac{u_{\Delta}}{u_{\Delta_n}} - 1 \right). \quad (9.1)$$

В этой области — «области отрыва» местные скорости уве-
личиваются от значения u_{Δ_n} — несдвигающей скорости на
нижней ее границе, которой будет являться первый неподвиж-
ный ряд зерен, до значения u_{Δ} на высоте δ , где под местной
скоростью u_{Δ} будем понимать значение местной скорости на
вершинах неподвижно закрепленных выступов в потоке без на-
носов, которое равно для жесткого зернистого дна

$$u_{\Delta} = \frac{1,25 V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = \frac{1,25 V}{\lg \frac{8,8 H}{k_5}}. \quad (9.2)$$

В условиях незакрепленных зерен поток срывает n слоев зе-
рен, теряя количество своего движения в области отрыва и
уменьшая местные скорости до значения несрывающей мест-
ной скорости на вершинах того слоя, который остается непо-
движным. Эта местная скорость будет приближенно равна

$$u_{\Delta_n} = \frac{1,25 V_n}{\lg \frac{8,8 H}{k_5}} = 1,25 \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{3,5\gamma}}, \quad (9.3)$$

где V_n — несдвигающая средняя скорость потока.

Отметим попутно, что в условиях массового перемещения
зерен у дна значение несдвигающей скорости u_{Δ_n} будет мень-
ше его значения при отсутствии перемещения наносов.

Из последних формул имеем

$$\frac{u_{\Delta}}{u_{\Delta_n}} = \frac{V}{V_n},$$

поэтому (9.1) получает вид

$$\delta = \alpha_1 \left(\frac{u_{\Delta}}{u_{\Delta_n}} - 1 \right) k = \alpha_1 \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right) k. \quad (9.4)$$

В этой области зерна наносов будут иметь различную кон-
центрацию по высоте. Она будет наибольшей у нижней границы
и уменьшается к верхней границе.

2. Общая высота взвешивания зерен

Дальнейшее проникновение зерен в толщу потока осуществляется основными взвешивающими вихреотделениями (см. схеме Б2 рис. 38), причем на наибольшую высоту до потолка взвешивания они поднимаются вихреотделениями крупных размеров. Их вертикальные скорости определяются формулой (3.14)

$$\frac{v_*}{v_{*B}} \approx \frac{b}{y}.$$

Центры этих крупных вихреотделений в начале поперечного перемещения находятся на высоте от дна, равной b^1 .

Перенесем начало ординат в центр этих вихреотделений у дна, обозначив превышения над новым началом y_1 . Тогда предыдущая формула получает вид

$$\frac{v_*}{v_{*B}} \approx \frac{b}{y_1 + b}. \quad (9.5)$$

Очевидно, что при $y_1 = 0$ значение v_* равно v_{*B} .

Эти наиболее крупные вихреотделения могут поднять зерна гидравлической крупности ω на ту наибольшую высоту $y = h_b$, именуемую потолком взвешивания, на которой все уменьшающееся по высоте значение v_* уменьшится до значения, равного гидравлической крупности зерен ω . Так как ранее установлено, что

$$v_{*B} = \frac{V}{\lg \frac{8,8 H}{k_5}}; \quad \omega = \frac{\omega_c}{\varphi} \gg \frac{V_H}{\varphi \lg \frac{8,8 H}{k_5}},$$

то при $y_1 = h_b$, $v_* = \omega$ равенство (9.5) получает вид

$$\frac{h_b}{b} + 1 = \frac{v_{*B}}{v_* = \omega}$$

или

$$\frac{h_b}{b} = \frac{v_{*B}}{\omega} - 1 = \frac{\varphi V}{V_H} - 1 = \varphi \frac{V - \frac{V_H}{\varphi}}{V_H}.$$

Подставляя значение $b = \alpha k$, получаем

$$h_b = \alpha \varphi k \frac{V - \frac{V_H}{\varphi}}{V_H}. \quad (9.6)$$

Следует обратить внимание на следующее обстоятельство. Для зерен нетурбулентного поведения $\varphi > 1$, поэтому для них числитель оказывается больше нуля, даже если средняя ско-

¹ В условиях взвешивания в толще потока высота отрыва достигает у дна до центра крупных взвешивающих вихреотделений.

рость потока V равна несдвигающему значению V_n , хотя по смыслу значения V_n ясно, что при $V=V_n$ все зерна на дне находятся в покое. Однако оказываются физически возможными скоротечные ситуации, в которых зерно, введенное извне (положим, сверху) в наиболее интенсивное вихреотделение, может некоторое малое время подерживаться во взвешенном состоянии. Но выход зерна — выпадение из такого вихреотделения — неизбежен и, достигнув дна, зерно при $V=V_n$ поднято вновь быть не может.

Отсюда ясно, что систематические подьемы зерен со дна и обеспеченное взвешивание в толще потока осуществляются лишь тогда, когда разность $V-V_n$ больше нуля.

Поэтому для определения условий и высоты обеспеченного взвешивания числитель последнего выражения $V - \frac{V_n}{\varphi}$ должен быть заменен выражением $V-V_n$, тогда получаем формулу для потолка взвешивания в виде

$$h_b = \alpha\varphi k \frac{V - V_n}{V_n}. \quad (9.7)$$

Таким образом, общая высота подьема зерен при транспорте их, которая именуется далее общим потолком взвешивания h , будет равна сумме высоты области отрыва δ и высоты взвешивания зерен наибольшими возмущениями h_b , которые определяются выражениями (9.4) и (9.7).

Следовательно, общий потолок взвешивания равен

$$\begin{aligned} h &= \delta + h_b = \alpha_1 k \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right) + \alpha\varphi k \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right) = \\ &= (\alpha_1 + \alpha\varphi) k \frac{V - V_n}{V_n}. \end{aligned} \quad (9.8)$$

3. Концентрация зерен в толще потока

Наиболее крупные, но редкие вихреотделения доносят захваченные со дна зерна до предельной высоты потолка взвешивания. Вихреотделения большей частоты, но менее крупные, которые в состоянии взвешивать зерна наносов, могут донести их до меньшей высоты.

Таким образом, до наибольшей высоты зерна наносов могут быть донесены лишь небольшим числом наиболее крупных вихреотделений. До меньшей высоты зерна будут донесены большим числом их и, конечно, в большем количестве. И на малую высоту над дном зерна наносов будут подняты всеми взвешивающими вихреотделениями. Этим и объясняется увеличение концентрации русловых наносов от нулевого значения на высоте потолка взвешивания до наибольшего ρ_0 у дна. По пути

до предельной общей высоты взвешивания из каждого вихреотделения часть зерен уходит (в процессах турбулентного обмена) в смежные массы основного потока. И в то же время в вертикальном движении непрерывно происходит отставание взвешенных зерен под действием сил тяжести со скоростью, равной гидравлической крупности.

Таким образом, схема процесса формирования профиля концентрации может быть представлена в следующем виде.

Через горизонтальную площадку любого элементарного объема, приходящегося на одно взвешивающее возмущение, размером l^2 вверх за время Δt проходит снизу возмущение линейных размеров κl вместе с наносами концентрацией $\rho + \Delta\rho$ и вверх направленной скоростью v_* . Оно выносит через площадку объем наносов, равный $\kappa^2 l^2 v_* (\rho + \Delta\rho) \Delta t$. За то же время на остальной части этой площадки $(1 - \kappa)^2 l^2$ уходят вниз массы основного потока с концентрацией ρ и скоростью v и, следовательно, они уносят вниз объем наносов, равный

$$(1 - \kappa)^2 l^2 v \rho \Delta t.$$

Так как $\kappa^2 v = (1 - \kappa)^2 v$, то этот объем будет равен

$$\kappa^2 v_* l^2 \rho \Delta t.$$

Следовательно, в процессах прохождения в толщу потока взвешивающих вихреотделений вверх через рассматриваемую площадку поступает объем наносов больший, чем проходящий вниз, на величину разности этих объемов, равной

$$\kappa^2 l^2 v_* \Delta\rho \Delta t.$$

И так как поступление этого количества вверх происходит отдельными порциями за время Δt таким образом, что за часть времени $\kappa \Delta t$ вверх поступает указанная порция, а за остальную часть времени $(1 - \kappa) \Delta t$ не поступает, то в среднем за единицу времени вверх переносится лишь доля κ указанного выше объема. Поэтому в среднем за время Δt вверх будет переноситься наносов больше, чем вниз на величину

$$\kappa^3 l^2 v_* \Delta\rho \Delta t.$$

За то же время на всей площадке происходит падение зерен под действием избыточного веса со скоростью, равной гидравлической крупности, и концентрацией ρ , в силу которого за это время вниз уходит объем наносов, равный

$$l^2 \omega \rho \Delta t.$$

При стационарном режиме сумма этих объемов будет равна нулю, т. е.

$$\kappa^3 v_* \Delta\rho + \omega \rho = 0. \quad (9.9)$$

Значение Δp может быть представлено в виде

$$\Delta p = l \frac{dp}{dy}.$$

В то же время по (9.5)

$$v_* = \frac{v_{*в}}{\frac{y}{b} + 1}.$$

Здесь b постоянная лишь для определенной группы вихреотделений низкой частоты. Но формирование профиля концентрации определяется ролью всех взвешивающих вихреотделений. Число их и размеры будут различны по высоте. Поэтому для всей совокупности их по ординате будет меняться и значение b .

Подставляя в (9.9) значения Δp , v_* , получаем исходное уравнение, определяющее профиль концентрации

$$\frac{dp}{dy} = - \frac{\omega p}{v_{*в}} \frac{\frac{y}{b} + 1}{\kappa^2 l}. \quad (9.10)$$

Здесь κ , l , b являются теоретически и экспериментально неустанавливаемыми функциями y . И лишь требованиями размерности и условиями на границах определяется, что второй множитель правой части должен иметь вид $\frac{\alpha_2}{h-y}$, где h — общий потолок взвешивания и α_2 — постоянная, что и приводит последнее выражение к виду

$$\frac{dp}{dy} = - \frac{\omega}{v_{*в}} \frac{\alpha_2 p}{h-y}, \quad (9.11)$$

решением которого получается профиль концентрации в виде

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{y}{h}\right)^{\frac{\alpha_2 \omega}{v_{*в}}}. \quad (9.12)$$

Показатель степени может быть представлен в следующем виде:

$$\frac{\alpha_2 \omega}{v_{*в}} = \frac{\alpha_2 V_c}{\varphi V} = \frac{1,41 \alpha_2 V_H}{\varphi V} = \frac{\alpha_3 V_H}{\varphi V}.$$

Определяемые по данным речных измерений значения α_3 колеблются в значительных пределах. Порядок среднего значения этой постоянной, по-видимому, близок к $3 \cdot 10^2$.

Средняя концентрация на всей высоте перемещения наносов будет равна

$$\frac{p_c}{p_0} = \frac{1}{h} \int_0^h p dy = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_3 V_H}{\varphi V}}. \quad (9.13)$$

4. Концентрация перемещаемых зерен у дна

Среди главных факторов, определяющих способность потока по транспорту русловых наносов, наиболее важное значение имеет высота взвешивания и концентрация наносов у дна. При этом надежное определение последнего фактора представляет собой наибольшую трудность.

Анализу этого вопроса посвящен ряд интересных работ, освещающих отдельные его стороны, но сколько-нибудь полное и надежное решение его не получено. Поэтому далее излагаются наиболее простые исходные соображения, приводящие к установлению связи концентрации у дна с относительными скоростями $\frac{V}{V_n}$, в той форме, использование которой при установлении расчетного выражения для транспорта русловых наносов приводит к результатам, не расходящимся существенно с данными опыта.

В качестве первого исходного положения можно принять, что количество зерен, срываемых со дна, возвращающихся на дно и перемещаемых у дна транзитом, будет пропорционально относительной разности усилий потока на дне, т. е.

$$p_0' \sim \frac{\tau - \tau_n}{\tau_n} \approx \alpha_4 \frac{\tau - \tau_n}{\tau_n}, \quad (9.14)$$

где τ — касательное напряжение при данной средней скорости потока $V > V_n$ и τ_n — касательное напряжение при несдвигающей скорости V_n .

В качестве второго фактора следует учесть следующее обстоятельство. Положим, что при некоторой средней скорости потока $V_1 > V_n$ из общего числа возмущений, отделяющихся от дна на единице его площади, вихреотделения, способные взвешивать и поддерживать во взвешенном состоянии зерна наносов, составляют определенную долю. Очевидно, что при большей скорости $V_2 > V_1$ эта доля взвешивающих возмущений увеличится, так как при увеличении средней скорости потока от V_1 до V_2 в состоянии взвешивать зерна и те вихреотделения, которые не могли взвешивать при скорости потока, равной V_1 . Этот фактор вызовет дополнительное увеличение концентрации сверх p_0' , на величину p_0'' . Расчетная оценка этого фактора пока недостижима ни в теоретическом, ни в экспериментальном плане. Несомненно лишь, что

$$p_0'' = f\left(\frac{V - V_n}{V_n}\right),$$

имея в виду, что при $V = V_n$ взвешивающих возмущений в потоке нет.

В первом приближении можно аппроксимировать кривую обеспеченности $p_0'' = f\left(\frac{V}{V_H}\right)$ этой связи, представив ее в определенном диапазоне $\frac{V}{V_H}$ линейной, тогда

$$p_0'' \approx \alpha_5 \frac{V - V_H}{V_H}. \quad (9.15)$$

Общая же концентрация у дна будет равна сумме $p_0' + p_0''$, т. е.

$$p_0 = \alpha_4 \frac{\tau - \tau_H}{\tau_H} + \alpha_5 \frac{V - V_H}{V_H}.$$

Имея в виду, что $\frac{\tau}{\tau_H} = \frac{V^2}{V_H^2}$, получаем

$$\begin{aligned} p_0 &= \alpha_4 \frac{V^2}{V_H} \left(1 - \frac{V_H^2}{V^2}\right) + \alpha_5 \left(\frac{V}{V_H} - 1\right) = \\ &= \alpha_4 \frac{V^2}{V_H^2} \left(1 - \frac{V_H^2}{V^2} + \frac{\alpha_5 V_H}{\alpha_4 V} - \frac{\alpha_5 V_H^2}{\alpha_4 V^2}\right). \end{aligned}$$

Имея в виду порядок полноты и точности приведенных соображений, далее можно пренебречь членами с квадратами относительных скоростей $\frac{V_H}{V}$ в скобках; обозначив $\frac{\alpha_5}{\alpha_4}$ через α_6 , получаем следующее выражение для концентрации зерен у дна

$$p_0 = \alpha_4 \frac{V^2}{V_H^2} \left(1 + \alpha_6 \frac{V_H}{V}\right). \quad (9.16)$$

5. Групповая скорость перемещения зерен

Следующей главной характеристикой транспорта потоком руслowych наносов является групповая скорость всех перемещаемых потоком зерен на высоте от дна до потолка взвешивания; обозначим ее через V' .

Для определения ее могут быть использованы различные выражения, отвечающие следующим условиям, диктуемым теоретическими соображениями и данными опыта.

При скорости потока $\frac{V}{V_H} = 1$ групповая скорость зерен, очевидно, будет равна нулю. При увеличении же средней скорости потока соответственно увеличивается и групповая скорость, достигая почти предельно высоких значений, пропорциональных средней скорости потока, но меньших ее. Одно из наиболее

простых выражений, отвечающих этим условиям, будет иметь вид

$$V' = \alpha V \left(1 - \frac{V_H^3}{V^3} \right).$$

Групповая скорость должна быть пропорциональна продольной скорости центра тяжести профиля концентрации. Но центр тяжести профиля поднимается над дном с увеличением полноты профиля, а полнота профиля увеличивается с уменьшением размеров зерен и с увеличением относительных скоростей $\frac{V}{V_H}$, что уже учтено структурой члена в скобках последнего выражения. Поэтому величина α в последнем выражении будет слабо зависеть от размеров зерен, что и отметим индексом α_k . Таким образом, для групповой скорости продольного перемещения русловых наносов получаем выражение

$$V' = \alpha_k V \left(1 - \frac{V_H^3}{V^3} \right). \quad (9.17)$$

6. Уравнение транспорта однородных зерен

Определив таким образом основные факторы транспорта наносов в плоском потоке, переходим к установлению общей структуры выражения расхода русловых наносов. Он будет равен произведению:

а) полной высоты взвешивания $h = h_b + \delta$,

б) средней концентрации на этой высоте ρ_c , равной произведению концентрации у дна ρ_0 и отношения к ней средней концентрации, т. е. $\rho_c = \rho_0 \frac{\rho_c}{\rho_0}$, для которых получены выше выражения отдельно для ρ_0 и для $\frac{\rho_c}{\rho_0}$, и

в) групповой скорости перемещения русловых потоков, т. е. на единице ширины плоского потока

$$g_H = h \rho_c V'.$$

Подставляя установленные выше их значения, получаем после умножения и деления на V_H и введения $\frac{V^3}{V_H^3}$ во вторую скобку

$$g_H = \alpha_4 \alpha_k \frac{1 + \alpha_6 \frac{V_H}{V}}{1 + \frac{\alpha_3 V_H}{\varphi V}} (\alpha_1 + \alpha \varphi) V_H k \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_H} - 1 \right).$$

Ввиду однотипности структуры числителя и знаменателя первой дроби можно отметить, что она, завися от φ , будет меньше изменяться в зависимости от скоростей $\frac{V}{V_H}$.

Обозначим через $f(\varphi)$ произведение постоянных и множителей, зависящих в основном лишь от φ , и определяя его из последнего равенства, получаем

$$f(\varphi) = \alpha_4 \alpha_k (\alpha_1 + \alpha\varphi) \frac{1 + \alpha_6 \frac{V_H}{V}}{1 + \frac{\alpha_3 V_H}{\varphi V}} = \frac{g_H}{V_H k \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_H} - 1 \right)}.$$

Конкретное расчетное значение $f(\varphi)$ было определено по данным опыта следующим путем. По условиям каждого опыта известны значения g_H , V , H , k , k_5 , φ . Значение же V_H можно определить по формуле для условий плоского потока, установленной в главе VIII и имеющей вид

$$V_H = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}}.$$

Сопоставляя полученные для каждого опыта значения $f(\varphi)$ с величиной φ , оказалось возможным установить, что $f(\varphi)$ для широкого диапазона крупностей и относительных скоростей может быть выражено в следующем простейшем эмпирическом виде:

$$f(\varphi) = \frac{1 + \varphi}{500}.$$

Таким образом, уравнение транспорта со значением постоянных, отвечающих условиям получения данных опытов, будет иметь следующий вид:

$$g_H = \frac{1 + \varphi}{500} k V_H \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_H} - 1 \right). \quad (9.18)$$

Более точное значение постоянной $1/500$ будет приведено в следующей главе.

7. Уравнение транспорта смеси зерен разной крупности

Получение расчетного уравнения транспорта для русловых наносов смешанного состава связано со следующими затруднениями. При наличии различных фракций основные параметры транспорта для каждой отдельной фракции оказываются зависящими от характеристик других фракций смеси, поэтому самостоятельное определение их с последующим суммированием

не может привести к надежному результату. Более целесообразным оказывается другой путь, состоящий в следующем.

Для заданных характеристик потока и состава переносимых наносов необходимо найти тот однородный состав наносов, которые транспортировались бы в том же количестве, что и смешанные наносы заданного состава. При этом было бы весьма желательным, чтобы приемы установления характеристик этих однородных наносов были бы наиболее удобными и простыми.

Поиски таких решений привели к следующим результатам. Однородным составом, равнозначимым по транспорту заданному составу смешанных наносов, будет равнозернистый состав из зерен крупности k , равной средневзвешенной крупности смешанного состава. Для этой же крупности определяется и значение параметра турбулентности поведения зерен, для этой же крупности определяется и несдвигающая скорость по формуле

$$V_n = 1g \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}}, \quad (9.19)$$

где под радикал входит средняя крупность зерен k , а в знаменатель логарифма — крупность k_5 той наиболее крупной фракции смеси, доля которой составляет 5%.

Эти указания, обоснованные обширным экспериментальным материалом, дают возможность использовать расчетное уравнение транспорта русловых наносов как для однородного, так и смешанного состава.

§ 2. ПРОЦЕССЫ ОТРЫВА И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЗЕРЕН

В данном и последующем параграфах рассматриваются в более детальном плане лишь некоторые из основных вопросов транспорта наносов, итоги анализа которых, кратко приведенные в § 1, требуют более детального обоснования.

1. Состояние зернистого дна при критических и более высоких скоростях потока

Поток транспортирует русловые наносы прежде всего в придонной области, и лишь в тех случаях, когда скорости потока значительно больше срывающих значений, транспорт наносов происходит и в толще потока. Поэтому вначале необходимо рассмотреть процессы отрыва и перемещения зерен у дна.

Эта область в условиях деформируемого дна наименее доступна наблюдению, и поэтому факты и данные принципиальной ценности, вскрывающие поведение потока, деформирующего зернистое русло, отрывающего от него зерна и затем транспор-

тирующего их, добываются медленно и с большим трудом. Происходящие в этой области процессы находятся на грани динамики русловых потоков и механики грунтов.

При средних скоростях потока выше несдвигающего значения появляются бienia, подъемы и скачки отдельных зерен (в зарубежной литературе обычно обозначаемые общим термином «сальтация»).

Эти явления связаны с изменением структуры верхних слоев зерен дна потока и влекут за собой некоторое изменение их первоначального объема. Механизм этого изменения, впервые описанный О. Рейнольдсом еще в 1885 г., состоит в том, что зернистые среды под действием переменных пульсирующих деформирующих усилий увеличивают свой объем статического состояния. Это явление было названо им дилатацией.

В последние годы появились результаты тонких опытов Р. Бэгнольда по движению потоком зерен очень малого избыточного веса по дну, состоящему из тех же зерен. В этих опытах установлено, что при различных средних скоростях потока профили местных скоростей у дна пересекаются в одной точке — фокусе.

Данные этих опытов вместе с результатами, полученными в области механики грунтов (Н. Терцаги), позволили И. В. Егiazарову [3] разъяснить ряд явлений кризиса устойчивости зернистых грунтов на дне потока и условий подобия процессов перемещения потоком русловых наносов.

Явления отрыва зерен от дна потока могут быть теоретически объяснены воздействиями импульсов подъемных сил обтекания. Но теоретические расчеты в бесспорной форме показывают (см. [2] гл. XIV), что малые зерна действием этих импульсов могут быть подняты на столь малую высоту, захват с которой взвешивающими вихреотделениями маловероятен. Разъяснение этого явления, по-видимому, может быть найдено в дальнейших исследованиях явлений дилатации зернистого дна потока и еще одного фактора, давно известного, но до сих пор еще не нашедшего полного разъяснения. Сущность его состоит в следующем. При перемещении потоком зерен грунтов и наносов силовое поле потока у дна изменяется таким образом, что, чем больше концентрация зерен у дна, тем меньше необходимые усилия для срыва со дна и перемещения зерен того же размера и даже большей крупности.

Объяснить этот факт простым увеличением общего объемного веса взвешивающих и несущих масс потока при наличии перемещаемых зерен невозможно лишь потому, что остается неизвестным физический смысл процессов, разъясняющих это явление. Раскрытие его требует решения малоизученного вопроса гидроаэромеханики об опорных реакциях на русло тяжелых тел, перемещаемых потоком жидкости или газа.

Это обстоятельство свидетельствует о том, что при средних скоростях потока $V \gg V_H$ действительное значение местной скорости на высоте выступов первого неподвижного ряда будет меньше расчетного значения $u_{\Delta n} = \frac{1,25V_H}{1g \frac{8,8H}{k_5}}$, установленного для

условий отсутствия в потоке перемещения зерен грунтов и наносов, составляя долю его, равную

$$u_{\Delta m} = \alpha u_{\Delta n}, \quad (9.20)$$

где α меньше единицы.

2. О состоянии потока в области отрыва зерен

Турбулизирующие вихреотделения зарождаются непосредственно у неподвижной границы потока, т. е. внизу области отрыва. Наиболее частые из них, имеющие малые размеры, отделяясь от неподвижной стенки, вырождаются и теряют индивидуальность в самой области отрыва. Но наряду с ними в области отрыва зарождаются и крупные вихреотделения, захватывающие зерна в этой области и переносящие их затем в толщу потока.

При срывающем значении средней скорости и местная скорость на вершинах наиболее выступающих зерен будет срывающей. Иллюстрация этих условий приведена на схемах *A* (1—4) рис. 38.

На схеме *1* показаны пульсационные изменения скоростей на высоте выступающих зерен дна.

На схеме *A 2* дана иллюстрация состояния дна потока, соответствующая этой ситуации. При этом незаполненные кружки-зерна относятся к зернам ранее сорванным и возвращающимся в данный момент ко дну. Заполненными же кружками отмечены два зерна, поднимающиеся вверх. Сплошными кружками показан верхний ряд зерен дна, неподвижных в рассматриваемый момент.

На схемах *B* (1—4) представлена картина при значительно большей средней скорости. При этой скорости даже наименьшие пульсационные местные значения u_{Δ} у жесткого дна оказываются значительно (в несколько раз) больше срывающей местной скорости. Если бы зерна были закреплены на дне, то значение u_{Δ} находилось бы на высоте Δ неподвижно закрепленных зерен (см. схему *B 3*).

Но в русле из незакрепленных несвязных зерен при столь значительной местной скорости будут сорваны зерна нескольких рядов, которые пронесутся вдоль в слое отрыва. При этом они будут опускаться на неподвижный ряд, затем срываться

вновь или вместо них будут сорваны другие выступающие зерна неподвижного нижнего ряда. Часть же сорванных зерен, находящихся в слое δ , будет уноситься в толщу потока, захваченная вихреотделениями, как это показано на схеме Б 2.

По мере срыва и подъема зерен в области отрыва на продольное перемещение их будет затрачиваться некоторое количество движения несущих масс жидкости, выражающееся в статистическом уменьшении продольных местных скоростей.

Таким образом, продольные местные скорости потока, близкие к несдвигающей на самом нижнем, т. е. первом неподвижном ряду зерен внизу области δ , будут увеличиваться по высоте, будучи равными $u_{\Delta_n} + \Delta u$ на высоте первого сорванного ряда зерен, повышаясь далее на Δu_1 в пределах зерен, пронесимых выше. И значения u_{Δ} , которые были на высоте выступов жестко закрепленных зерен, в потоке в условиях срыва и движения зерен будут находиться лишь на высоте δ , как показано на схеме Б 3.

Изменения местных скоростей в области отрыва пропорциональны местной концентрации зерен. Этим и объясняется появление местных перегибов профиля скоростей в сторону толщи потока у первого неподвижного ряда зерен. Но для рассматриваемого вопроса достаточно знать, что на вершинах первого неподвижного ряда местная скорость будет иметь значение (9.20), близкое к u_{Δ_n} , а на верхней границе области отрыва δ местная скорость будет равна u^{Δ} , которая в условиях жестко закрепленных зерен была бы на высоте выступов Δ .

Следовательно, под высотой области отрыва будем понимать ту высоту от первого неподвижного ряда зерен на дне, на которой местные скорости увеличиваются от значения u_{Δ_n} до u_{Δ} , т. е. до значения, которое было бы на вершинах выступов Δ при жестко закрепленных зернах в отсутствии движения потоком зерен.

Такое определение верхней границы области отрыва является условным. Но именно этой ординате, на которой местная скорость в потоке, перемещающем русловые наносы, равна скорости на вершинах выступов дна при жестком дне из зерен той же крупности, и можно придать конкретный кинематический смысл. Так как неподвижный слой зерен находится внизу области отрыва, то в этой области происходит свертывание масс потока в вихри. В потоке с жестко закрепленными зернами областью свертывания масс потока в вихри является пристенная часть потока толщиной, пропорциональной высоте выступов.

На схеме Б 3 рис. 38 профиль скоростей в условиях жестко закрепленных зерен показан пунктирной точечной линией; он оканчивается значением u_{Δ} на высоте Δ от дна.

Профиль же скоростей в условиях срыва и перемещения незакрепленных зерен показан сплошной кривой. Местная скорость, равная u_{Δ} для жесткого русла, на этом профиле находится на высоте области отрыва δ от неподвижного ряда зерен дна.

В силу затрат местного количества движения потока на перемещение зерен местные скорости во всей области перемещения зерен, вплоть до потолка взвешивания, имеют меньшие значения в сравнении с потоком, не несущим наносы. Выше границы области отрыва до потолка взвешивания уменьшение местных скоростей мало, но внутри области отрыва оно всегда существенно, особенно по мере приближения к вершинам первого неподвижного ряда зерен, на котором местная скорость в условиях отрыва и перемещения русловых наносов будет приближенно равна u_{Δ} , вместо значительно большего значения u_{Δ} в условиях жестко закрепленных зерен (схема Б 3 рис. 38).

Стрелка на схеме Б 2, направленная вправо и вверх, показывает условно место крупного вихреотделения, захватывающего с собой зерна из слоя δ уже в толщу потока.

Надо попутно поставить вопрос о том, за счет какой части пространства потока и зернистого русла развивается область отрыва.

Если к створу наблюдения в потоке со скоростями, при которых возникает область отрыва высотой $\delta > h$, сверху по течению не поступает наносов, то этот слой развивается за счет размыва основного дна. Если же створ расположен в области установившегося режима перемещения, то к нему непрерывно поступает количество зерен, соответствующее транспортной способности потока, и поэтому деформации русла в створе наблюдений уже не будет. В этих условиях область отрыва расположится выше отметки начального дна русла, т. е. уже в пространстве потока.

§ 3. О МЕХАНИЗМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФИЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ

1. Концентрация в придонной области потока

Приведенными в § 1 соображениями не исчерпывается оценка всего комплекса вопросов, определяющих концентрацию у дна. Некоторые дополнительные замечания по этому вопросу сводятся к следующему.

Область отрыва является и областью свертывания масс потока у дна в вихри и формирования вихреотделений, вторгающихся затем в толщу потока вместе с захваченными зёрнами. Весь спектр взвешивающих вихреотделений очень широк, причем в нем преобладают возмущения относительно небольших размеров. Часть таких вихреотделений малых размеров и большей частоты теряет свою энергию, а вместе с тем и индивиду-

альность в самой области отрыва. Более крупные, но и более редкие возмущения вносят наносы в толщу потока.

Так как малых взвешивающих возмущений больше, чем крупных, то главным образом по этой причине в области отрыва концентрация зерен и будет уменьшаться от наибольшего значения у дна по мере увеличения высоты над дном. Эта общая картина изменения концентрации в области отрыва, логически ясная для совершенно однородных зерен, претерпевает существенные изменения, если поток транспортирует смесь зерен разных размеров. В этом случае ко дну будет увеличиваться прежде всего крупность зерен. Изменение же по высоте концентрации мелких зерен будет иметь другой характер. Их концентрация в области отрыва может даже уменьшаться по мере приближения ко дну как по относительной доле от объема зерен всех фракций, так и по абсолютным значениям.

Надо при этом иметь в виду, что с ростом концентрации зерен относительно мелких фракций улучшаются условия для взвешивания более крупных зерен. Необходимые в этом случае усилия для взвешивания крупных зерен уменьшаются. Это и объясняет при прочих равных условиях более высокие концентрации у дна смесей зерен в сравнении с концентрацией однородных зерен того же размера, что и средний размер зерен смеси.

Кроме того, надо иметь в виду, что во всей области перемещения потоком зерен, местные скорости потока уменьшаются в сравнении с потоком при жестком дне с закрепленными зернами той же крупности. Особенно велико это уменьшение скоростей в области отрыва. Это означает, что транспортируемые потоком зерна изменяют профиль скоростей в области значительных концентраций (в сравнении с потоком, неперемещающим русловые наносы) и тем больше, чем крупнее зерна и чем больше их концентрация. А это ведет к тому, что в области отрыва неизбежно и уменьшение пульсаций.

Таким образом, транспорт наносов вызывает в турбулентном потоке существенные изменения поля скоростей и некоторых других характеристик потока.

Поэтому попытки обосновать решение теоретических вопросов механизма транспорта наносов, опираясь только на теорию турбулентного потока без наносов, не могут привести к точным и вполне обоснованным результатам. В свете этого становится ясным, что и создание надежной теории подобия гидротранспорта не может быть достигнуто сейчас только теоретическими путями на базе теории турбулентных потоков с жестким руслом без наносов. Но также очевидно, что теория подобия не может быть получена на основе частных выводов и гипотез, иллюстрированных лишь экспериментальным материалом, без привлечения теоретических средств исследования динамики двухфазного потока, управляемого деформируемым руслом.

Установленная выше приближенная связь концентрации у дна со средними скоростями потока, подтвержденная косвенным анализом данных опыта по определению транспортирующей способности потока, приводит в конце концов вместе с учетом всех других факторов к структуре уравнения транспорта русловых наносов, мало расходящейся с данными опытов широкого диапазона. Этот факт показывает лишь, что в процессе установления конкретных значений постоянных множителей и степеней уравнения транспорта сравнением его с данными опыта оказалось автоматически и скрытно учтенным влияние и дополнительного ряда самостоятельных неучтенных факторов.

Попутно необходимы некоторые указания о возможных наибольших значениях концентрации у дна, объемной и весовой.

Если для сохранения условий индивидуального обтекания отдельных зерен необходимо, чтобы среднее расстояние между центрами смежных зерен было не менее 1,25—1,5 размеров зерен, то для однородных по размерам зерен наибольшая объемная концентрация может достигать 15,6—27%. Существенно большие значения концентрации у дна могут встречаться лишь при транспорте смешанных наносов. С увеличением же концентрации начинает постепенно изменяться вначале гидромеханическая структура потока (поле скоростей и давлений), а затем и реологическая природа его.

При этом чем меньше крупность наносов, тем значительнее изменяются физические свойства и основные закономерности движения.

2. Транспорт наносов в толще потока и потолок взвешивания

В процессе транспорта тяжелых зерен основное значение принадлежит возмущениям различных частот и размеров. В формировании профиля концентрации решающее значение имеют возмущения широкого спектра частот и размеров, которые обладают вертикальными скоростями, достаточными для взвешивания. В определении потолка взвешивания решающая роль принадлежит наиболее крупным низкочастотным вихреотделениям. В процессах же формирования поля скоростей преимущественное значение имеют все вихреотделения средних и высоких частот.

Для иллюстрации влияния вихреотделений различных размеров и частоты рассмотрим относительную роль двух групп возмущений, характерные размеры которых отличаются между собой лишь в десять раз. Это означает, что объем более крупных будет в тысячу раз больше, а начальная живая сила в результате увеличения $v_{*в}$ возрастет более чем в 1000 раз.

В связи с этим крупные возмущения в состоянии вынести со дна зерна при одинаковой концентрации в тысячу раз больше

и притом на значительно большую высоту над дном. А это означает, что если крупные возмущения встречаются в тысячу раз реже, то все же с точки зрения их влияния на высоту взвешивания и количество транспортируемых наносов роль одного крупного возмущения оказывается неизмеримо более существенной, чем роль тысяч более мелких возмущений.

Так как в потоке крупные низкочастотные вихреотделения встречаются различных размеров, то предельные высоты, на которые ими выносятся зерна, образуют холмистую подвижную поверхность, отчетливо выявляемую в опытах с черными мелкозернистыми шлаками. Расчетный общий потолок взвешивания будет являться средней высотой вершин этой холмистой поверхности.

3. Процесс формирования профиля концентрации в толще потока

Конечной целью рассмотрения вопроса о распределении концентрации в толще потока является установление механизма формирования осредненного профиля концентрации. Осредненный профиль формируется двумя одновременными явлениями, определяющими режим концентрации зерен, происходящими, с одной стороны, в турбулизирующих вихреотделениях, и, с другой стороны, в остальной части элементарных объемов потока, приходящихся на каждое возмущение.

Рассмотрим последовательно обе стороны общего процесса.

Концентрация во взвешивающих вихреотделениях уменьшается по мере перемещения их вверх по следующим причинам:

а) зерна, идущие от дна вверх, несомые вихреотделениями, непрерывно отстают от жидкой среды этих возмущений. Отставание обусловлено, с одной стороны, действием избыточного веса зерен в воде и, с другой — тем, что периферийные области вихреотделений, испытывающие наибольшее торможение, непрерывно сползают с ядра возмущения и отрываются от него, образуя позади шлейф, медленно движущийся в прежнем направлении и вскоре исчезающий в процессах смешения с прочими массами потока;

б) в то же время массы вихреотделений, непрерывно теряя часть зерен вместе со сползающими с его ядра периферийными областями, присоединяют к себе дискретные группы частиц окружающей среды потока, обладающей меньшей концентрацией, что также влечет за собой снижение концентрации наносов во взвешивающем возмущении;

в) наряду с этим на пути движения возмущения в его массу будет попадать часть зерен, выпавших из предшествовавших и выше прошедших возмущений. Но это, однако, не пополняет убыли зерен в самом возмущении в силу того, что концентрация зерен, попадающих сверху, меньше концентрации зерен, отстающих и выпадающих из взвешивающего возмущения;

г) постепенно в силу этих обстоятельств концентрация зерен во взвешивающем возмущении падает до нуля на высоте потолка взвешивания.

В среде масс основного потока изменение концентрации происходит следующим образом.

Первые зерна появляются в них на высоте потолка взвешивания в результате того, что из взвешивающих возмущений выпадают последние зерна и переходят в окружающую среду. Жидкость этой среды наряду с поступательным движением одновременно движется ко дну для замещения объемов, освобождаемых основными возмущениями при движении их вверх.

По мере приближения ко дну концентрация зерен в этой среде непрерывно возрастает за счет поступления зерен как отстающих от взвешивающих возмущений вместе с периферийными их областями, так и выпадающих из них под действием своего веса. Наибольшего значения концентрация зерен в этой среде достигает в районе дна, где она все же остается существенно меньшей в сравнении с концентрацией зерен во взвешивающих вихреотделениях, отделяющихся в толщу потока.

Из зерен, дошедших до района дна вместе с опускающимися ко дну массами потока, непосредственно до дна опускается лишь часть их. Чем меньше крупность зерен, тем меньшая часть их достигает соприкосновения с дном. Остальная часть зерен, не дойдя до дна, попадает во вновь возникающие вихреотделения и вместе с ними снова проникает в толщу потока.

В силу этого начальная концентрация зерен во взвешивающих вихреотделениях определяется не только количеством зерен, оторванных от дна, но и остаточной концентрацией зерен в массах потока, в которых зарождаются эти вихреотделения.

Изменение общей концентрации по глубине потока определяется изменением концентрации, отдельно во взвешивающих вихреотделениях и в остальных массах потока.

Но надо иметь в виду, во-первых, что количество возмущений, доходящих без потери своей индивидуальности до той или иной высоты потока, изменяется, увеличиваясь ко дну, и, во-вторых, что по высоте будет меняться и плотность турбулентного обмена. Так как концентрация во взвешивающих вихреотделениях отлична от концентрации смежной среды потока, то местная концентрация зерен на данной высоте потока будет равна средневзвешенному значению концентрации масс взвешивающих вихреотделений и концентрации остальной среды элементарного объема потока.

Мгновенные значения местной концентрации, измеряемые приборами с непрерывным отбором проб, обнаруживают в силу указанных выше обстоятельств существенные колебания: от повышенных значений в период прохождения через прибор взвешивающих вихреотделений до минимальных в моменты про-

хождения через прибор остальных масс потока. Пульсации концентрации зерен характерны своей длительностью и большой амплитудой.

Так как концентрация увеличивается ко дну порознь (в основных возмущениях и в остальных массах потока), то ко дну будет возрастать и осредненная во времени местная концентрация, увеличиваясь от нулевого значения на высоте потолка взвешивания до наибольшего у дна.

4. Профиль концентрации

Вопрос о профиле концентрации является одним из частных вопросов механизма транспорта наносов, входящих лишь в один из более общих основных вопросов проблемы наносов, относящийся к группе их, определяющей уравнение транспорта наносов. Причем для этой цели необходим даже не сам профиль концентрации, а лишь определяемое им отношение средней концентрации по высоте к наибольшей у дна.

Наличие большого числа обзорных работ (в частности см. [11]), посвященных изложению традиционных теорий профиля концентрации, дает возможность не вводить изложение их в эту книгу.

Отметим лишь, что, несмотря на различие в исходных положениях и в путях анализа вопроса о профиле концентрации, в основных традиционных теориях профиль концентрации в дифференциальном виде имеет одинаковую структуру

$$\frac{dp}{p} = \text{const} \frac{-dy}{H-y}. \quad (\text{a})$$

До получения этой связи изменения концентрации с высотой в промежуточные операции входили условные значения пульсационных добавок v' , u' , которые выражались произведением пути перемешивания и градиента скорости

$$u' \approx v' = l_1 \frac{du}{dy},$$

что, однако, приводило к введению новой неизвестной $l_1 = f(y)$.

Для того чтобы выразить эти добавки и l_1 , в функции ординаты был использован закон Лоренца. Хотя он и оказался в полном и принципиальном противоречии с природой турбулентного руслового потока и с данными опытов, тем не менее в этих теориях использование его было необходимым для того, чтобы выразить неизвестные u' , v' , l_1 через y следующим образом:

$$p(\overline{u'v'}) = \rho \left(v' l_1 \frac{du}{dy} \right) = \gamma (H - y) i.$$

Поэтому в знаменателе правой части (а) и появляется разность $H-y$. Это обстоятельство приводит к тому, что во всех случаях наносы всех крупностей могут взвешиваться до поверхности потока.

Отметим, что приведенное выше отношение средней концентрации по высоте к наибольшей у дна (9.13) исходит из уравнения (9.11), в которое входят непосредственные характеристики механизма турбулизации κ , l , b (плотность турбулентного обмена и размеры взвешивающих возмущений) в виде выражения, режим связи которого с y возможно определить только требованиями размерности и граничными условиями. При этом профиль концентрации получает вид (9.11)

$$\frac{dp}{p} = \text{const} \frac{-dy}{h-y},$$

отличающийся от профиля традиционных теорий тем, что в знаменателе вместо полной глубины потока входит потолок взвешивания h .

Константа уравнения (а) в диффузионной теории зависит от отношения $\frac{\omega}{\sqrt{gHi}}$, в гравитационной — от отношения $\frac{\omega}{Vi}$. В уравнении (9.11) эта константа равна $\frac{V_H}{\varphi V}$. Однотипность вида констант, несмотря на различие в виде знаменателя правых частей, приводит к тому, что расчетные относительные профили концентрации всех указанных видов практически оказываются близкими друг к другу и обладают почти одинаковым качественным и количественным сходством с немногими наиболее обстоятельными данными опытов.

Глава X

РЕЖИМЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РУСЛОВЫХ НАНОСОВ ПО ДАННЫМ ОПЫТА

§ 1. ОСНОВНЫЕ ИТОГИ РАССМОТРЕНИЯ ВОПРОСОВ О РЕЖИМАХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

В предыдущей главе рассмотрена лишь та часть общего состава факторов механизма транспорта потоком русловых наносов, которая была необходима для установления общей структуры выражения, определяющего способность потока по транспорту несвязных зернистых грунтов, формирующих русло. Общий же состав главных факторов, определяющих основные условия перемещения потоком русловых наносов, более обширен.

Анализ некоторых из дополнительных главных факторов целесообразно произвести по отдельным двум группам, первая из которых рассматривается в настоящей главе в следующем составе:

- а) различные режимы перемещения потоком русловых наносов,
- б) пульсации расходов перемещения,
- в) вопрос о степени соответствия расчетных выражений для транспорта наносов данным опыта и
- г) анализ условий получения данных опыта по транспорту наносов и влияния этих условий на результаты опытов.

Для облегчения усвоения этих вопросов вначале приводится краткая характеристика указанных факторов и вопросов и результаты их анализа, после чего приводятся более подробные соображения, обосновывающие полученные результаты.

1. Условия возникновения и исчезновения донных гряд

Транспорт потоком русловых наносов во всем практическом диапазоне скоростей потока и относительной шероховатости происходит в различных режимах перемещения. Для двух из этих режимов движения наносов характерно то, что поверхность деформируемого русла остается неизменной, хотя зерна нижнего ряда в области отрыва непрерывно меняются в связи с тем, что взамен одних сорванных зерен на дно возвращаются пришедшие сверху.

Если рассматривать характер перемещения зерен в плоском потоке, то при малых значениях $\frac{H}{k_s}$ и постепенном увеличении относительных скоростей поверхность деформируемого русла остается в общем плоской. Но уже при небольшом увеличении средней скорости потока выше относительной срывающей скорости $\frac{V_c}{V_n}$ на дне появляется система гряд. При больших относительных глубинах появление этих гряд практически начинается при срывающем значении средней скорости.

Обозначим относительную скорость потока, при которой возникают гряды, как первую критическую $\left(\frac{V'}{V_n}\right)$. Уже при этой скорости дно принимает зубчатую форму из гряд длиной l (каждая) и высотой h , имеющих форму, близкую к треугольной. За каждым гребнем возникает водоворотная область, в которой останавливаются зерна, прошедшие гряду. Вновь эти зерна придут в движение, когда гряда переместится на свою длину, и, следовательно, зерна, остановившиеся в подвалье, вновь окажутся в начале пологого откоса гряды.

Скорость перемещения гряды очень мала в сравнении со скоростями перемещения зерен по ним. Если поток перемещает за секунду зерна в количестве g_n , то, имея в виду, что средняя высота гряды равна около $0,55 h$, средний расход перемещения гряды будет равен $0,55 h w$, где w — скорость перемещения гряды.

Отсюда следует, что

$$w = \frac{1,8 g_n}{h} \quad (10.1)$$

По мере увеличения относительных скоростей потока $\frac{V}{V_n}$ увеличивается скорость перемещения гряд w и их высота; при некоторой скорости потока (обозначим ее V'') скорость перемещения их достигает наибольшего значения, а сами гряды наибольшего развития и наибольшей высоты h_0 .

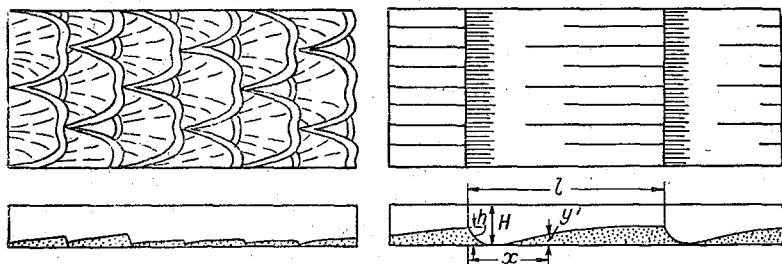


Рис. 39. Схемы донных гряд из крупных и мелких зерен.

До этой критической скорости $\frac{V''}{V_n}$ весь расход русловых наносов точно равен расходу перемещения гряд, так как все зерна, составляющие данную гряду, перемещаются только в составе гряды. При дальнейшем увеличении скоростей выше $\frac{V''}{V_n}$ начинается срабатывание гряд. Поток начинает перебрасывать зерна с одной гряды на следующую, поэтому перемещение зерен происходит уже не только вместе с грядой, но и транзитом с одной гряды на другую. Высота гряд при этом, как и скорость их перемещения, постепенно уменьшается, при некоторой же относительной средней скорости $\frac{V'''}{V_n}$ гряды полностью исчезают, и перемещение наносов вновь совершается потоком при сохранении плоского рельефа дна.

Поэтому режим перемещения называют:

- а) в области $\frac{V'}{V_H} > \frac{V}{V_H} > \frac{V_c}{V_H''}$ *первым безгрядным*;
- б) в области скоростей $\frac{V''}{V_H} > \frac{V'}{V_H} > \frac{V'''}{V_H}$ *донногрядным* и
- в) в диапазоне $\frac{V''}{V_H} > \frac{V'''}{V_H}$ *вторым безгрядным*.

Наименование донногрядный режим принято в связи с тем, что в реках существуют и другие макроформы русла почти с аналогичным характером перемещения, например побочины, заструги, отдельные косы и т. д.

В русле из мелкосесчаных наносов крупностью меньше 0,5 мм они имеют чешуйчатую форму с необычайно сложным скоростным полем и характером формирования и перемещения (см. левую схему рис. 39).

В русле же из более крупных зерен они имеют более простую форму, показанную на правой схеме рис. 39.

Попытки создания теории донногрядного режима не принесли полезных результатов в силу недостатков использованных оперативных идей и оперативных средств. Природа их появления, несомненно, связана со сложным механизмом формирования вихреотделений — возмущений турбулизации в русле, который, формируя состояние потока и русла, изменяется и сам под воздействием деформируемого русла.

Донные гряды существуют как на зернистом подвижном русле, так и в жестких руслах при транспорте по ним наносов. Они развиваются как при однородном, так и при любом типе смешанных наносов. Они развиваются как в потоках спокойного режима, так и бурного. И лишь в сверхбурных потоках со скоростями выше $1,5\sqrt{gH}$ взамен донных гряд появляются «антидюны», т. е. формы движения, в которых русло по длине состоит из отдельных участков, в пределах каждого из которых гребень, непрерывно размываясь, перемещается вверх против течения, в отличие от гряд, перемещающихся вниз по течению. При антидюнах режим потока по природе перестает быть установившимся и его профиль свободной поверхности также характерен местными подъемами и ложбинами, перемещающимися вверх по течению.

Донные гряды появляются при относительных скоростях, равных

$$\frac{V'}{V_H} = 2,5 \left(\frac{k_5}{H} \right)^{1/12}, \quad (10.2)$$

и существуют в пределах диапазона от $\frac{V'}{V_H}$ до $\frac{V''}{V_H}$.

В этом диапазоне гряды получают наибольшее развитие при скорости, равной

$$\frac{V''}{V_H} = \frac{0,75 V'' + 0,25 V'}{V_H}. \quad (10.3)$$

Высота гряд получает наибольшее значение при $V = V''$, равное

$$h_0 = \frac{H}{21g \frac{1,6 H}{k_5}} \quad (10.4)$$

При других средних скоростях между V''' , V' высота гряд уменьшается примерно в соответствии с формулой

$$\frac{h}{h_0} = \sqrt{1,62 z (1 - z^6)}, \quad (10.5)$$

где

$$z = \frac{V - V'}{V''' - V'}$$

Длина гряд в диапазоне скоростей от V''' до V' меняется относительно мало и примерно равна

$$l = 11h_0. \quad (10.6)$$

При дальнейшем увеличении относительных скоростей выше $\frac{V''}{V_H}$ гряды срываются; высота их и скорость перемещения уменьшаются. В этой стадии зерна с одной гряды начинают переноситься потоком на следующую, без останки в подвалье гряды. И при средней скорости V''' гряды полностью исчезают. Значение этой скорости определяется формулой

$$\frac{V'''}{V_H} = 2,5 \left(\frac{H}{k_5} \right)^{1/12}. \quad (10.7)$$

Такие связи получены по данным лабораторных опытов, и приведенные формулы имеют чисто эмпирическое происхождение.

В первом и втором безгрядном режиме имеются лишь основные сопротивления потока; при донногрядном режиме сами гряды вызывают существенные дополнительные сопротивления, не повышающие, однако, общего уровня турбулизации потока, определяющего условия взвешивания и транспорта наносов.

Так как расходы перемещения наносов и грунтов являются функцией от скоростей $\frac{V}{V_H}$, а при значениях $\frac{V'}{V_H}$, $\frac{V''}{V_H}$, $\frac{V'''}{V_H}$ меняется режим движения наносов, то каждому режиму перемещения соответствует своя критическая транспортная способность и концентрация наносов в потоке. При этом в первой безгрядной фазе зерна наносов движутся только по дну, в донногрядном режиме они перемещаются в области дна на несколько большей высоте, а во второй безгрядной фазе — у дна и в толще потока.

2. Расходы перемещения в плоском потоке

Сами процессы перемещения зерен имеют стохастическую природу, причем пульсация расходов перемещения зерен тем больше, чем меньше расходы наносов и крупнее зерна (при том же расходе наносов).

Полученное в главе IX уравнение транспорта наносов в его основном виде (9.18)

$$G = \frac{1 + \varphi}{500} V_n k \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right) B,$$

действительно как для обоих безгрядных, так и для донногрядного режима. Постоянная этого уравнения, равная $\frac{1}{500}$, была установлена по данным опытов, полученным в открытых лотках относительно малой ширины, а именно при отношении ее к глубине от 1,15 до 2,15.

Но при этой относительной ширине сечения режим потока в экспериментальных лотках является заведомо пространственным, существенно отличающимся от условий плоского потока искаженным полем скоростей и повышенными воздействиями потока на дно. Между тем расчетное выражение (9.18) прежде всего необходимо для решения ряда практических и теоретических вопросов динамики речных потоков, режим которых является непространственным.

В связи с этим и возникает задача оценить искажающее влияние пространственности режима экспериментальных установок и определить этим путем то значение постоянной в уравнении транспорта, которое отвечало бы условиям речных потоков непространственного режима.

Анализ вопроса о влиянии пространственности режима потока в экспериментальных лотках на расходы перемещения показал, что для условий, в которых отсутствует пространственное искажение режима потока, значение постоянной будет равно 1/800 (вместо 1/500 для условий экспериментальных лотков). Поэтому основное уравнение транспорта русловых наносов со значением постоянной, отвечающей условиям плоского и непространственного потоков, будет иметь следующий расчетный вид:

$$g_n = \frac{1 + \varphi}{880} k V_n \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right). \quad (10.8)$$

При подстановке значений k в метрах и V в м/сек расход наносов будет выражаться в м³/сек плотной безпустотной породы на 1 м ширины потока. Весовой же расход в кг/сек/м будет равен $g_b = \gamma_1 g_n$, где $\gamma_1 = 2650$ кг/м³, т. е.

$$g_b = 3(1 + \varphi) k V_n \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right). \quad (10.9)$$

Отношение его к расходу воды $q = VH$ является средней весовой концентрацией, величина которой в $кг/м^3$ равна

$$\begin{aligned} \rho_b &= \frac{g_b}{q} = 3(1 + \varphi) \frac{k}{H} \frac{V_H}{V} \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_H} - 1 \right) = \\ &= 3(1 + \varphi) \frac{k}{H} \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(1 - \frac{V_H}{V} \right). \end{aligned} \quad (10.10)$$

Объемная же концентрация русловых наносов, измеряемая отношением $\frac{g_H}{\gamma_1 q}$, будет выражаться в ‰, или $л/м^3$

$$\rho_0 = \frac{g_H}{\gamma_1 q} = 1,14(1 + \varphi) \frac{k}{H} \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(1 - \frac{V_H}{V} \right) \quad (10.11)$$

при $\gamma_1 = 2,65$.

Донные гряды возникают, достигают наибольшего развития и исчезают при скоростях потока V' , V'' , V''' , зависящих по формулам (10.2), (10.3) и (10.7) только от относительной шероховатости $\frac{H}{k_5}$.

Поэтому донные гряды при перемещении русловых наносов: а) возникают лишь при определенной критической концентрации по (10.10) и (10.2), равной

$$\rho_b' = 3(1 + \varphi) \frac{k}{H} f_1 \left(\frac{k_5}{H} \right) \text{ кг/м}^3,$$

б) достигают наибольшего развития при критической концентрации, равной по (10.3) и (10.10)

$$\rho_b'' = 3(1 + \varphi) \frac{k}{H} f_2 \left(\frac{H}{k_5} \right) \text{ кг/м}^3,$$

в) исчезают при концентрации, равной

$$\rho_b''' = 3(1 + \varphi) \frac{k}{H} f_3 \left(\frac{H}{k_5} \right) \text{ кг/м}^3.$$

§ 2. БЕЗГРЯДНЫЙ И ДОННОГРЯДНЫЙ РЕЖИМ

Попытки теоретического анализа механизма донногрядного режима, предпринимавшиеся в течение почти полувека, оказались полностью бесплодными, поэтому изложенные выше результаты были получены только по данным опытов, предпринятых для экспериментального изучения транспортной способности потока, выполненных в 1935—1941 гг. совместно с Г. Н. Лапшиным и В. В. Роборовской. Итоги этих опытов представлены на рис. 40.

1. Механизм перемещения зерен при донноградном режиме

Первые признаки существенных изменений режима перемещения зерен при появлении донных гряд состоят в следующем. До первой критической скорости зерна захватывались и вращались потоком на дно всюду на его поверхности и в равных количествах. При скоростях же, больших V' , они по-прежнему останавливаются и захватываются еще одинаково почти по всей

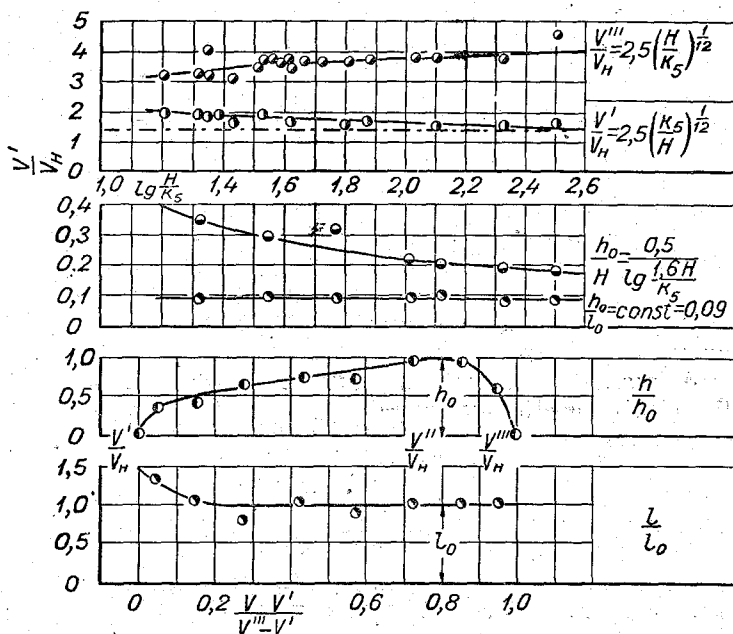


Рис. 40. Характеристики донноградного режима по данным опыта.

поверхности, но на дне уже появляются некоторые рубежи, на которых зерна только останавливаются, но не захватываются.

При наблюдениях за этим состоянием создается впечатление, что при такой критической скорости на дне становится уже вполне осязаемым существование некоторых вихревых барьеров с осями (в плоском потоке нормальными к течению), размещенными на одинаковом расстоянии друг от друга. Словно из невидимого сложного механизма при этих условиях одно из звеньев достигает решающей роли, подчиняя себе все остальное.

Из зерен, останавливающихся в этих вихревых барьерах, возникают гряды небольшой высоты с крутым нижним откосом и очень пологим верхним (рис. 40).

С возникновением гряд в режиме транспорта зерен появляются существенные изменения. На пологом верхнем откосе движение зерен остается таким же, каким оно было и до появления донных гряд, т. е. отдельные зерна с определенной густотой подхватываются потоком, а затем, пройдя некоторый путь, останавливаются и позднее вновь переносятся потоком.

Но дойдя до пологому верхнему откосу до конца гряды, зерна скатываются вниз и на долгое время останавливаются на крутом откосе гряды от низа ее до верхнего ребра. Все последующие зерна, совершая аналогичный путь, также останавливаются на крутом откосе, прикрывая собой остановившиеся ранее. В результате этого зерна, скопившиеся на крутом нижнем откосе за время Δt , наращивают откос, сохраняя его форму, в силу чего гребень смещается по течению на некоторое расстояние Δx .

Непрерывное наращивание крутого откоса приводит к перемещению гряды вдоль по течению со скоростью ω . При этом средняя групповая скорость продольного перемещения отдельных зерен будет, естественно, значительно больше, чем скорость перемещения профиля гряды.

В подвалье каждой гряды возникает водоворотная область той же внутренней структуры, как и во всех случаях обтекания потоком плохо обтекаемых тел.

Если следить за поведением в этой зоне зерен различной крупности, то выясняются следующие особенности. Более крупные зерна прямо скатываются по откосу к его основанию. Менее крупные вместе с верхними периферийными токами зоны проскакивают ко дну не по откосу, а по некоторой кривой. У дна они перемещаются нижними периферийными токами вверх по откосу и останавливаются на нем. Более легкие зерна доносятся этими токами до гребня. Мелкие зерна почти непрерывно циркулируют в водоворотной зоне, часть их задерживается на откосе и прикрывается более крупными, а на смену им в эту зону поступают новые.

С возрастанием средних скоростей потока увеличивается высота подъема зерен над поверхностью верхнего пологого откоса гряды и над ее гребнем. Одновременно с этим увеличивается и число зерен, проносимых потоком выше водоворотной зоны, т. е. число зерен, поступающих на следующую гряду транзитом, минуя водоворотную зону.

В диапазоне средних скоростей потока от значений V' , при которых появляются гряды, и выше с возрастанием средних скоростей увеличивается высота гряд h , достигая наибольшего значения h_0 при $V = V''$. Увеличиваются в связи с этим и сопротивления потока, а также скорость перемещения профиля гряды ω , достигая наибольшего значения при $V = V''$.

Так как в таком диапазоне средних скоростей еще не происходит переброски потоком зерен с одной гряды на другую, то расход перемещения всех зерен на единице ширины потока точно и целиком определяется расходом перемещения профиля гряды, каждая вертикаль которого перемещается со скоростью w . Это значит, что в каждом поперечном сечении гряды расход перемещения равен

$$g = wy,$$

где y — местная высота гряды.

Расход возрастает от нуля в начале пологого откоса гряды до значения wh у ребра гряды. Средний расход перемещения тяжелых зерен будет определяться транспортной способностью потока и в то же время будет равен осредненному по длине расходу перемещения гряды.

2. Условия наибольшего развития гряд и их исчезновения

Переброска потоком отдельных зерен с одной гряды на другую, минуя водоворотную зону, начинается при средних скоростях потока $V > V''$. При наличии переброски зерен полный расход перемещения зерен g_n будет состоять из расхода перемещения перебрасываемых зерен g_m и расхода перемещения профиля гряды g_h , т. е. будет равен $g_n = g_m + g_h$.

Вследствие того что с увеличением скоростей в диапазоне $V > V''$ возрастает расход перебрасываемых зерен, расход перемещения гряд g_h уже не увеличивается, а начинает уменьшаться. Перестает увеличиваться и их высота. Вместо прежнего ребра на гребне гряды появляется площадка, параллельная дну, вначале небольшая, но все более и более увеличивающаяся по мере возрастания скоростей. Эта площадка появляется за счет срабатывания высоты гряд, а последняя непрерывно уменьшается с ростом средних скоростей. При средней скорости V''' гряды исчезают полностью, т. е. высота их уменьшается до нуля, как и расход их перемещения. Тогда общий расход перемещения становится равным расходу транзитного перемещения зерен. Этот второй безрядный режим существует при средних скоростях потока больше V''' .

Следует указать на то, что все приведенные эмпирические связи имеют лишь статистический характер. Выше отмечено, что высота гряд увеличивается с увеличением средних скоростей от V до V'' , но в опытах изредка встречается и отсутствие этой связи. Длина гряд изменяется в значительных пределах, но без ясной прямой связи с относительными скоростями потока; отношение же ее к высоте гряд обнаруживает достаточно ясно ощутимую тенденцию к уменьшению его с ростом средних скоростей в диапазоне $V'' > V > V'$.

Все это показывает, что связи главных характеристик донноградного режима являются нежесткими. Перемещение зерен на дне становится непрерывным лишь при срывающей скорости. Скоростные же границы донноградного режима зависят от относительной шероховатости (см. рис. 40). Поэтому первая безградная фаза, заключенная между V_c и V' , оказывается очень узкой, даже исчезающей с ростом $\frac{H}{k_5}$. Эта фаза на верхнем графике представлена узким клином между нижней кривой и пунктирной прямой, отвечающей относительной средней скорости $\frac{V}{V_n} = 1,41$.

Указанный график показывает, что первая безградная фаза исчезает при относительной шероховатости около 1000, а это означает, что в потоках с $\frac{H}{k_5} > 1000$ донноградная фаза возникает практически с началом движения зерен на дне. Переход же во второй безградный режим наступает при тем больших относительных скоростях, чем больше относительная шероховатость.

Если при этом иметь в виду, что у большинства наших рек скорости в межень падают до значения, близкого к V_n или V_c , а наибольшее их значение в период половодья больше меженного в 5—7 раз, то очевидно, что большинство наших равнинных рек с относительно большими глубинами и легкоразмываемыми грунтами почти все время находится в состоянии донноградного режима.

Этот же график дает приближенное экстраполяционное характера объяснение и того, что донноградный режим почти не встречается в реках горного типа с относительно малой глубиной. Для них границы донноградного режима значительно сужаются от диапазона относительных скоростей $\frac{V''' - V'}{V_n}$, равного единице при относительной глубине $\frac{H}{k_5} \approx 10-20$, до полного исчезновения этого режима при $\frac{H}{k_5} = 6$.

С увеличением глубины потока наибольшая абсолютная высота гряд h_0 увеличивается, а отношение ее к глубине уменьшается

$\frac{H}{k_5}$	20	60	200	600
$\frac{h_0}{H}$	0,33	0,25	0,20	0,17

Эта связь является недостаточно тесной, и отдельные отклонения действительной высоты гряд от расчетной даже вдвое,

судя по имеющимся данным опыта, являются нередкими. Такой высоты гряды достигают лишь при относительной скорости $\frac{V''}{V_n}$. При других же скоростях диапазона $V''' > V > V'$ высота всегда меньше, как это видно на третьем графике рис. 40.

Данные графика показывают, что эта высота медленно уменьшается в диапазоне $V'' - V'$ по мере приближения к V' и быстро падает в диапазоне $V''' - V''$ по мере приближения к V''' .

Изменение длины гряд, как показывают нижняя кривая второго графика и нижний график, оказывается связанным главным образом с их высотой при $V = V''$, причем связью весьма нежесткого характера. При этом средняя длина их при l_0 оказывается примерно в 11 раз больше высоты h_0 . При других средних скоростях потока диапазона $V''' - V'$ длина гряд l мало отличается от l_0 , увеличиваясь, однако, в области средних скоростей, близких к V' .

§ 3. ВЛИЯНИЕ ГЛАВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА И РУСЛОВЫХ НАНОСОВ НА РЕЖИМ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

1. Гряды в спокойном и бурном потоке

До тех пор пока не станет ясной физическая природа процессов, обуславливающих существование донногрядного режима, ответ на ряд вопросов в этой области можно получить лишь экспериментальным путем.

Экспериментальному анализу этих вопросов и посвящается дальнейшее изложение. Ответ на них в убедительной форме получим, представив весь экспериментальный материал по расходам перемещения в безразмерном виде. Представим для этого уравнение (9.18) для весовых расходов перемещения (умножим его на удельный вес зерен γ_1) в безразмерной форме, в функции лишь относительных скоростей

$$\frac{500 g_n}{\gamma_1 (1 + \varphi) V_n k} = \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right).$$

Здесь постоянная сохранена равной 500, полученной опытами в лотках с пространственным режимом потока в силу того, что далее используются непосредственно данные опытов.

Так как в опытах расход перемещения обычно определяется в кг/сек, то γ_1 также выражается в кг/м³.

Для того чтобы различимо представить весь экспериментальный материал, кривую, рассчитанную по последнему выражению, придется повторить на нескольких графиках, как это и сделано на рис. 41—43, где точками отмечены данные опытов всех серий, номера которых и соответствующие им характеристики приведены также в табл. 12.

На графиках рис. 41 особым обозначением в виде дополнительных вертикальных штрихов у нанесенных точек выделены данные опытов, в которых отмечено наличие донных гряд при спокойном режиме потока. Дополнительным крестом отмечены случаи наличия донных гряд при бурном режиме.

Рассмотрение их показывает удовлетворительное соответствие уравнения транспорта данным опыта при донногрядном ре-

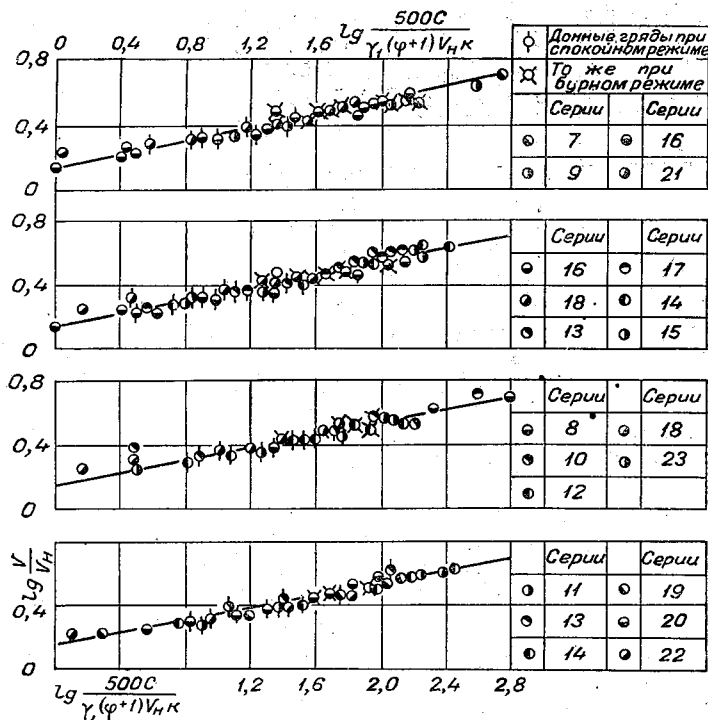


Рис. 41. Расходы перемещения русловых наносов в условиях спокойного и бурного режимов потока.

жиме. В то же время эти графики свидетельствуют о том, что донные гряды существуют как при бурном, так и при спокойном режиме потока. Анализ непосредственных данных опытов обнаруживает, что донные гряды существуют при бурном режиме в том же диапазоне относительных скоростей, что и при спокойном режиме потока.

2. Гряды из русловых наносов разной крупности и состава

На втором графике рис. 41 приведено шесть серий опытов с прунтами почти одинаковой средней крупности, но различной

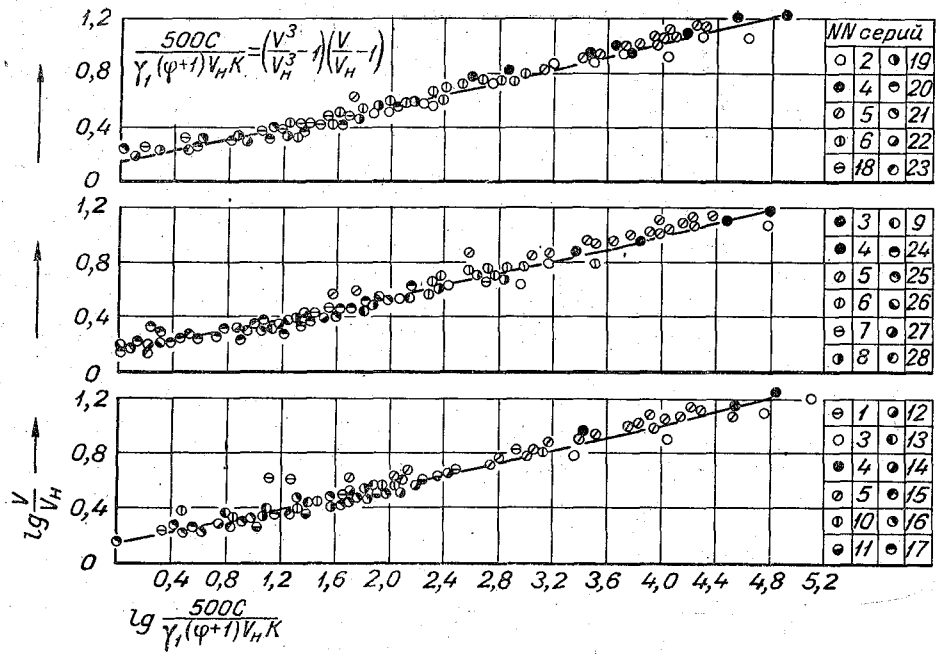


Рис. 42. Расходы русловых наносов при безгрядном и донногрядном режиме перемещения.

степени неоднородности состава, характеризуемой отношениями $\frac{k_5}{k}$ от 1,16 до 2,6.

Рассмотрение этого графика показывает, что фактор неоднородности состава не изменяет основных условий существования донных гряд.

Может возникнуть вопрос, не оказывает ли влияния на основные условия существования донных гряд фактор прерывности

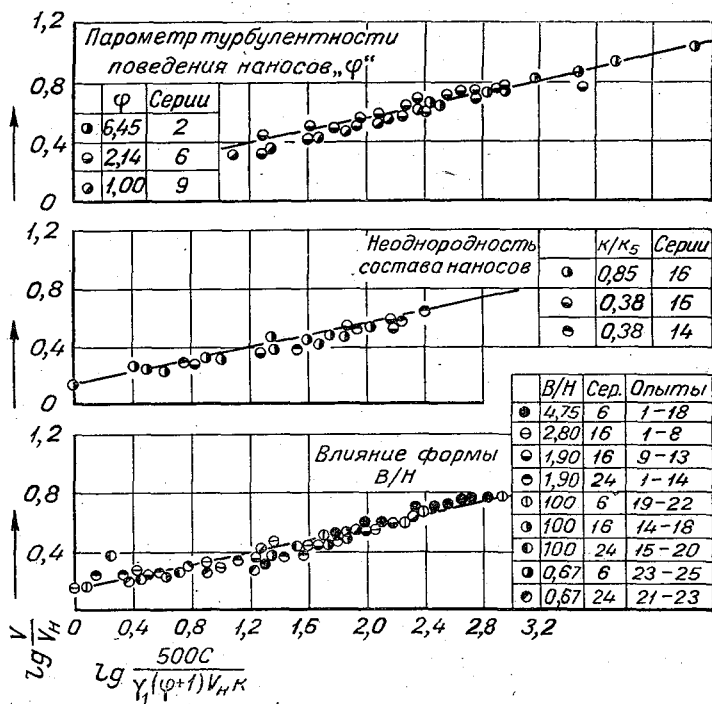


Рис. 43. Расходы перемещения русловых наносов различной крупности и неоднородности зерен.

крупности зерен в смеси. Ответ можем получить выяснением того, существуют ли донные гряды при составах смесей, в которых отсутствует какая-либо промежуточная фракция.

Освещающие этот вопрос данные опытов представлены на третьем и четвертом графиках рис. 41. Рассмотрение обоих нижних графиков свидетельствует о существовании донных гряд и при смешанных грунтах независимо от того, прерывен или не прерывен состав их крупностей.

На графиках рис. 42 показана степень соответствия расчетного уравнения транспорта всем приведенным данным опыта

с различными зернистыми материалами, грунтами и наносами разных крупностей и составов, главные характеристики которых представлены в табл. 12. При этом расчетное уравнение транспорта показано сплошными линиями в безразмерном виде.

На графиках рис. 43 показано влияние отдельных условий и факторов транспорта грунта и наносов.

Верхний график иллюстрирует степень удовлетворительности совпадения уравнения (9.18) с данными опытов по транспорту материалов, для которых значение параметра турбулентности было различным в пределах от единицы до $\varphi=6,45$.

Средний график этого же рисунка иллюстрирует степень сходимости расчетного уравнения транспорта с данными опытов для грунтов с различной степенью неоднородности состава зерен ($k/k_5=0,85-0,38$).

Нижний график показывает влияние отношения ширины к глубине потока в экспериментальных лотках. Рассмотрение опытных данных на нем обнаруживает (хотя и недостаточно отчетливо), что при одинаковых относительных скоростях потока удельные расходы перемещения грунтов и наносов в узких лотках с малым отношением $\frac{B_0}{H}$ больше, чем в лотках большей ширины.

Возможное в настоящее время разъяснение данного вопроса и расчетная оценка рассматриваются в п. 5 этой главы.

3. Пульсация расходов перемещения зерен

Для процессов транспорта русловых грунтов и наносов характерны значительные пульсации расходов перемещения по длительности и амплитуде. Они тем больше, чем меньше расходы перемещения. Наиболее значительны они при донногрядном режиме. В табл. 11 приведены данные об изменении относительного квадратичного отклонения стосекундных измерений с изменением общей весовой концентрации.

Таблица 11

Режим	Весовая концентрация, г/л	Относительное квадратичное отклонение, %	
		при безгрядном режиме	при донногрядном режиме
Первый безгрядный	0,5	32,5	36—60
" "	1,75	14,7	17—36
Второй	7,45	10,6	12—18
" "	8,9	12,4	—
" "	10,3	9,3	—
" "	14,2	5,5	—

Эти данные свидетельствуют о том, что действительные расходы перемещения представляют собой пульсирующие величины, по объективным причинам обладающие определенным уровнем отклонений от среднего своего статистического значения, размер которых и диктует возможные требования точности расчетных решений.

4. Экспериментальные данные о расходах перемещения грунтов и наносов в открытых потоках

Расчетное уравнение расходов перемещения (9.18) получено объединением итогов полуэмпирического анализа ряда сложных процессов и явлений, решающих в механизме транспорта зернистых материалов. Сопоставление расчетного уравнения (9.18) в безразмерной форме (10.11) с данными опытов представлено на графиках рис. 41—43.

Диапазон этих опытов характеризуется следующими данными:

а) Re потока от 10 000 до 470 000;

б) относительные скорости $\frac{V}{V_n}$ от 1,0 до 18,3 и концентрация от нуля до 472 г/л;

в) $\frac{H}{k_5}$ от 8,7 до 500 и $\frac{H}{k}$ от 10 до 1550;

г) средняя крупность зерен от 0,08 до 10 мм и k_5 от 0,25 до 12 мм;

д) опыты произведены с различными зернистыми материалами, для которых в табл. 12 приняты следующие сокращенные обозначения: А, Б, В, Г, Д, Е — естественные грунты с $\gamma_1 = 2,65$;

К, Л, М — отвалы обогащения руды с $\gamma_1 = 3,23, 2,66$ и 2,64;

З — каменноугольная зола с $\gamma_1 = 1,73$ и

О — древесные опилки с $\gamma_1 = 1,075$;

е) параметр турбулентности поведения в спокойной воде зерен этих материалов находился в пределах от 1,0 до 7,31.

Основные же характеристики отдельных серий опытов приведены в табл. 12.

5. Замечание о влиянии пространственности режима потока в опытах по определению расходов русловых грунтов и наносов

Отношение ширины потока к глубине во всех сериях использованных выше опытов колебалось в пределах от 0,66 до 4,75, причем подавляющая часть опытов была получена при значении $\frac{2B}{H}$ от 1,15 до 2,15. А для этих значений гидравлический центр сечения (место наибольшей скорости) оказывается заглубленным под поверхность на высоту h от дна, доходящую до 0,41 глубины потока.

Таблица 12

№ серии	Материал и состав	Крупность, мм			γ_1 т/м ³	φ	р.г/л до
		от — до	k	k_s			
1	О	0,1—5,0	1,50	3,0	1,075	3,32	17,5
2	З	0,01—0,5	0,13	0,3	1,73	6,45	43,2
3	К	0,01—0,5	0,08	0,25	3,23	7,31	472
4	Л	0,01—0,5	0,09	0,25	2,65	7,15	223
5	М	0,05—1,0	0,32	0,6	2,64	2,5	141
6	Н	0,2—0,5	0,35	0,47	2,65	2,14	22,6
7	А	0,5—1,0	0,75	0,95	2,65	1,43	10,2
8	А ₄ В ₁	0,5—3,0	1,10	2,2	2,65	1,22	13,3
9	Б	1,0—2,0	1,5	1,9	2,65	1,0	8,4
10	Б ₂ В ₁	1,0—3,0	1,83	2,75	2,65	1,0	6,9
11	А ₁ В ₂	0,5—3,0	1,92	2,9	2,65	1,0	11,7
12	Б ₁ В ₂	1,0—3,0	2,16	2,9	2,65	1,0	6,6
13	Б ₂ Г ₁	1,0—5,0	2,33	4,5	2,65	1,0	7,6
14	А ₂ Д ₁	0,5—7,0	2,50	6,5	2,65	1,0	16,1
15	А ₂ В ₁ Д ₁	0,5—7,0	2,50	6,2	2,65	1,0	10,0
16	В	2,0—3,0	2,50	2,9	2,65	1,0	11,0
17	А ₁ В ₂ Д ₁	0,5—7,0	2,94	6,2	2,65	1,0	10,8
18	В ₂ Г ₁	2,0—5,0	3,00	4,5	2,65	1,0	17,3
19	А ₁ В ₁ Д ₂	0,5—7,0	3,08	6,5	2,65	1,0	11,4
20	Б ₁ Г ₂	1,0—5,0	3,16	4,5	2,65	1,0	8,0
21	В ₁ Г ₂	2,0—5,0	3,49	4,5	2,65	1,0	7,5
22	В ₂ Д ₁	2,0—7,0	3,67	6,5	2,65	1,0	9,7
23	А ₁ В ₁ Д ₂	0,5—7,0	3,81	6,7	2,65	1,0	12,4
24	Г	3,0—5,0	4,00	4,9	2,65	1,0	8,13
25	А ₁ Д ₂	0,5—7,0	4,25	6,8	2,65	1,0	15,3
26	В ₁ Д ₂	2,0—7,0	4,83	6,7	2,65	1,0	11,4
27	Д	5,0—7,0	6,00	6,9	2,65	1,0	8,0
28	Е	8,0—12,0	10,0	11,6	2,65	1,0	14,9

Ранее, в главе IV, по этому вопросу приведены данные, свидетельствующие о том, что в этих условиях существенно увеличиваются местные скорости на вершине выступов дна $u_{\Delta пр}$ в сравнении с их значениями $u_{\Delta пл}$ для плоского потока.

В процессах транспорта грунтов и наносов решающее значение имеют усилия, развиваемые потоком на деформируемом русле, а эти усилия в свою очередь определяются местными скоростями u_{Δ} на поверхности зерен дна потока.

При одинаковой средней скорости сечения местные скорости на дне в потоке пространственного режима и в плоском потоке соответственно равны

$$u_{\Delta пр} = \frac{1,25 V}{\lg \frac{6,15 h}{\Delta}}; \quad u_{\Delta} = \frac{1,25 V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}}$$

Используя аппроксимацию вида

$$\lg \frac{6,15 H}{\Delta} \approx 1,25 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6}; \quad \lg \frac{6,15 h}{\Delta} \approx 1,25 \left(\frac{h}{\Delta} \right)^{1/6},$$

— получаем

$$\frac{u_{\Delta \text{пр}}}{u_{\Delta}} \approx \left(\frac{H}{h} \right)^{1/6}, \quad (10.12)$$

где h определяется формулой (см. главу IV),

$$\frac{h}{H} = 1,13 \sqrt[3]{\frac{2B}{H} \sqrt{\frac{\Delta}{H}}}.$$

Для оценки влияния пространственности потока в условиях опытов необходимо представить уравнение транспорта в функции местных скоростей на дне. Для этого воспользуемся аппроксимированным, одночленным видом уравнения транспорта, действительным для наиболее важного диапазона относительных скоростей $\frac{V}{V_H}$ (от $\frac{V}{V_H} = 2$ и более), получение которого излагается в следующей главе,

$$g_H = \frac{(1 + \varphi) k V_H}{2200} \left(\frac{V}{V_H} \right)^{4,33}. \quad (10.13)$$

При определении по данным опыта постоянных уравнения транспорта (9.18) значение V_H определялось по формуле, установленной для плоского потока.

Так как средняя скорость потока V и ее несдвигающее значение, выраженные через местные скорости на дне, соответственно равны

$$\frac{1,25 V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = u_{\Delta}; \quad \frac{1,25 V_H}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}} = u_{\Delta H},$$

то

$$\frac{V}{V_H} = \frac{u_{\Delta}}{u_{\Delta H}}. \quad (10.14)$$

Поэтому уравнение транспорта (10.13) для плоского и пространственного потока получает соответственно следующий вид:

$$g_H = \frac{(1 + \varphi) k V_H}{2200} \left(\frac{u_{\Delta}}{u_{\Delta H}} \right)^{4,33},$$

$$g_{H \text{пр}} = \frac{(1 + \varphi) k V_H}{2200} \left(\frac{u_{\Delta \text{пр}}}{u_{\Delta H}} \right)^{4,33}.$$

Следовательно, при той же средней скорости и глубине поток пространственного режима в связи с тем, что в нем значения $u_{\Delta\text{пр}}$ больше, чем в плоском потоке, будет перемещать расход наносов больший, чем в плоском потоке, в число раз, равное

$$\frac{g_{\text{нпр}}}{g_{\text{н}}} = \left(\frac{u_{\Delta\text{пр}}}{u_{\Delta}} \right)^{4,33} \approx \left(\frac{H}{h} \right)^{0,72}$$

так как

$$\frac{u_{\Delta\text{пр}}}{u_{\Delta}} = \left(\frac{H}{h} \right)^{1/6}$$

В указанных выше опытах $\left(\frac{H}{h} \right)^{1/6}$ было в среднем равно 1,14 (от 1,06 до 1,22), поэтому среднее численное значение последнего отношения будет равно 1,75 (с колебаниями в пределах от 1,3 до 2,35).

Надо, кроме того, иметь в виду, что даже при отсутствии явлений пространственности режима потока фактор неравенства средних скоростей по ширине потока также вызывает увеличение расходов перемещения грунтов и наносов. Однако его влияние сказывается в повышении транспортной способности на практически пренебрегаемо малую величину порядка 3%.

Итак, фактор пространственности режима в экспериментальных установках, в которых были получены использованные выше данные опыта, вызвал увеличение расходов перемещения грунтов и наносов в сравнении с условиями плоского потока и широких потоков непространственного режима в среднем в 1,75 раза.

Поэтому постоянная уравнения транспорта, полученная по данным опытов в лотках малой ширины, равная 1/500, должна быть уменьшена для потоков плоских и непространственного режима в 1,75 раза, и тогда она будет равна 1/800.

Таким образом, расчетное уравнение транспорта русловых наносов в потоках плоских и непространственного режима получает вид (10.8)

$$g_{\text{н}} = \frac{(1 + \varphi) k V_{\text{н}}}{800} \left(\frac{V^3}{V_{\text{н}}^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_{\text{н}}} - 1 \right).$$

Глава XI

ВЛИЯНИЕ ОСНОВНЫХ ФАКТОРОВ ТРАНСПОРТА ГРУНТОВ И НАНОСОВ

§ 1. РУСЛОВЫЕ И НЕРУСЛОВЫЕ ГРУНТЫ И НАНОСЫ

1. Влияние перемещения зерен на среднюю скорость потока

При введении в поток наносов в той концентрации, при которой они могут перемещаться потоком без аккумуляции, увеличивается глубина потока примерно на величину, несколько боль-

щую ее, так как поток заданного неизменного уклона после введения в него дополнительно наносов, затрачивая часть своего количества движения на перемещение наносов, увеличивает действующее усилие путем увеличения глубины. Таким образом, в безрядных режимах перемещения наносов сопротивления увеличиваются на небольшую величину, пропорциональную объемной концентрации.

Но в том же диапазоне средних скоростей открытого потока, в котором транспорт русловых наносов происходит в условиях

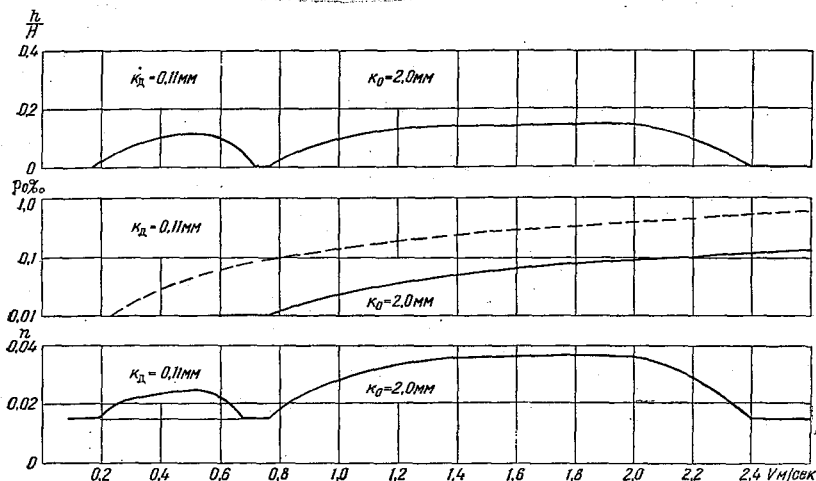


Рис. 44. Сопротивления потока при различных режимах перемещения грунтов и наносов.

доннорядного режима, сопротивления потока значительно увеличиваются.

Общую картину изменения сопротивлений и связанных с ними других характеристик потока и транспорта наносов удобнее наблюдать на каком-либо типичном конкретном примере, рассматривая движение вначале только однородных зерен крупностью $k_d = 0,11$ мм, затем наносов большей крупности $k_0 = 2,0$ мм и далее условия одновременного транспорта наносов этих крупностей в плоском потоке глубиной 2,0 м.

Установив значения несдвигающих скоростей по (8.16) отдельно для крупностей 0,11 мм и 2,0 мм, определим далее по формулам (10.2), (10.3) и (10.7) средние скорости, при которых донные гряды возникают, достигают наибольшего развития и исчезают.

По формулам предыдущей главы установим высоты гряд в этом диапазоне скоростей, а затем по формуле (7.19) и возрастание расчетной шероховатости. Одновременно рассчитаем и

концентрацию перемещаемых наносов указанных крупностей по уравнению (10.11).

Результаты таких расчетов, представленные на рис. 44, показывают, что гряды при транспорте наносов крупности $k_d = 0,11$ мм появляются при $V = V' = 0,175$ м/сек и при $V = V'' = 0,71$ м/сек исчезают, а уже при скорости $V = V_0' = 0,75$ м/сек появляются гряды из зерен крупности $k_0 = 2,0$ мм, которые достигают наибольшей высоты при $V = V_0'' = 1,91$ м/сек и исчезают при $V = V_0''' = 2,4$ м/сек.

В диапазоне скоростей от 0,175 до 2,6 м/сек объемная концентрация наносов $k_d = 0,11$ достигает 4,4%.

При скоростях потока до 0,175 м/сек шероховатость дна определяется крупностью $k_0 = 2,0$ мм и равна $n_0 = 0,015$. В диапазоне же скоростей 0,175—0,71 м/сек в связи с возникновением донногрядного режима при перемещении зерен крупностью $k_d = 0,11$ мм расчетная шероховатость увеличивается до $n_p = 0,025$. С исчезновением гряд из зерен этой крупности при средней скорости 0,71 м/сек и выше шероховатость вновь падает до основного уровня $n_0 = 0,015$.

При средней скорости 0,75 м/сек возникают гряды из зерен $k_0 = 2,0$ мм. В связи с этим расчетная шероховатость повышается до значения $n_p = 0,037$, т. е. более чем вдвое.

Обширные и надежные данные опытов по гидротранспорту показывают, что перемещение грунтов и наносов в безгрядном режиме не вызывает уменьшения средней скорости при сохранении уклона. Это объясняется тем, что увеличение сопротивлений на обтекание перемещаемых зерен полностью компенсируется увеличением действующей силы, вызываемым тем обстоятельством, что при перемещении зерен с объемной концентрацией ρ глубина водного потока H увеличивается и становится равной $H + \alpha\rho H$, где ρH — объем перемещаемых зерен.

Коэффициент α (немного больший единицы) введен для учета того обстоятельства, что зерна движутся с меньшими продольными местными скоростями, чем обтекающие их массы частиц потока. И если до введения в поток перемещаемых зерен его глубина и объемный вес были равны γ и H , то в наличии зерен с концентрацией ρ глубина будет

$$H_1 = H + \alpha\rho H = (1 + \alpha\rho) H,$$

а объемный вес

$$\gamma' = \gamma_1\rho + (1 - \rho)\gamma,$$

т. е. касательные напряжения проекции сил тяжести, равные в потоке без наносов $\tau_0 = \gamma H i$, в наличии наносов, перемещаемых в безгрядном режиме с концентрацией ρ , будут равны

$$\tau_1 = \gamma' H_1 i > \tau_0,$$

Это увеличение действующих сил и компенсирует незначительное увеличение сопротивлений потока при перемещении зерен грунтов и наносов, поэтому для последнего остается действительной формула Шези

$$V = C \sqrt{H_i} = \frac{H_1^{2/3} \sqrt{i}}{n_0},$$

где H_1 является полной глубиной потока с перемещенными зернами и n_0 — гидравлическая шероховатость, определяемая в безгрядном режиме перемещения лишь размерами зерен, формирующих дно.

При донногрядном режиме гидравлическая шероховатость существенно увеличивается до значения n_p из-за дополнительных сопротивлений донных гряд. Для преодоления их поток при неизменном продольном уклоне и расходе увеличивает глубину пропорционально соотношению, установленному в главе VII

$$\frac{n_p}{n_0} = \left(\frac{H_p}{H_0} \right)^{5/3}.$$

Из рассматриваемого примера ясно, что при тех средних скоростях потока, при которых начинают перемещаться зерна крупности 2,0 мм, перемещение мелких зерен крупностью 0,11 мм переходит во вторую безгрядную фазу, где их транспорт уже не вызывает уменьшения средних скоростей потока. Следовательно, в этих условиях транспорт мелких наносов k_d не ухудшает транспорта наносов большей крупности k_0 .

2. Перемещение грунтов и наносов основной и дополнительной крупности

Теперь можно отрешиться от условий рассмотренного примера и найти тот общий динамический признак, который мог бы явиться средством для классификации наносов. Признак состоит в том, что к нерусловым будем относить те мелкие грунты и наносы, транспорт которых не будет ухудшать условий транспорта более крупных. Для этого необходимо, чтобы срывающая скорость для крупных наносов была равной или большей той критической скорости, когда исчезает донногрядный режим перемещения мелких наносов.

Обозначим срывающее значение средней скорости для зерен крупности k_0 через v_{c_0} ; среднюю же скорость потока, при которой исчезает донногрядный режим перемещения мелких зерен крупностью k_d , обозначим V_d .

При этих обозначениях установленное выше положение выражается в виде условия

$$V_{c_0} \geq V_d''' \quad (11.1)$$

Значение правой части определяется по формуле (10.7) относительной шероховатостью $\frac{H}{k_0}$ и несдвигающей скоростью для зерен малой крупности k_d

$$V''' = 2,5 V_{нд} \left(\frac{H}{k_0} \right)^{1/12},$$

где по (8.16)

$$V_{нд} = 1g \frac{8,8 H}{k_0} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_d}{3,5 \gamma}}.$$

Левая же часть условия (11.1) по (8.16) равна

$$V_{c_0} = 1g \frac{8,8 H}{k_0} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_0}{1,75 \gamma}}.$$

После подстановки этих значений в (11.1) получаем

$$1g \frac{8,8 H}{k_0} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_0}{1,75 \gamma}} \geq 2,5 \left(\frac{H}{k_0} \right)^{1/12} 1g \frac{8,8 H}{k_0} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_d}{3,5 \gamma}}.$$

После сокращений же имеем

$$\frac{k_0}{k_d} = 3,12 \left(\frac{H}{k_0} \right)^{1/6}, \quad (11.2)$$

т. е. при

$\frac{H}{k_0}$	25	100	400	1000
$\frac{k_0}{k_d}$	5,3	6,8	8,5	9,85

Полученные результаты и являются критерием классификации перемещаемых потоком грунтов и наносов на русловые и нерусловые.

Наносы крупности k_0 поток может перемещать лишь в количестве, определяемом уравнением транспорта.

В случае подачи в поток этих наносов в количестве N , большем g_n по уравнению (10.8), часть их аккумулируется и поток будет перемещать лишь ту часть, которая равна g_n , т. е. транспортной способности потока.

Если же к рассматриваемому створу потока подается расход наносов N , меньший его транспортной способности g_n по уравнению транспорта, то поток будет размывать русло, увеличивая этим размывом недостающее количество, равное $g_n - N$.

Так как неравенство $N \neq g_n$ неизбежно вызывает намыв или размыв русла, то наносы и грунты этой крупности будем называть далее руслоформирующими, или, короче, русловыми.

Иначе говоря, грунты и наносы, расходы перемещения которых и концентрация однозначно связаны с основными характеристиками потока и крупностью перемещаемых зерен, из которых состоит русло, являются *русловыми*.

Но в процессах перемещения *русловых* наносов этой крупности поток одновременно может переносить и более мелкие, не ухудшая условий транспорта первых. Причем изменение количества мелких наносов от нулевого до критического наибольшего значения не будет вызывать деформаций русла. И лишь в том случае, когда подача их в поток будет производиться в количестве, большем способности потока по транспорту, определяемой уравнением (10.8), будут возникать деформации аккумуляции. Наносы и грунты этой крупности будем называть далее *нерусловыми*, так как изменение их количества в широких пределах не вызывает деформаций размыва русла. Расход перемещения их не является однозначной функцией главных характеристик потока и крупности этих *нерусловых* наносов.

Отметим, что эта классификация не заменяет и не отменяет существующей классификации наносов в гидromетрии и водных исследованиях, в которых все наносы делятся на *донные* (или *придонные* и *влекомые по дну*) и *взвешенные* в зависимости от свойств и различия приборов, которые используются для отбора проб в толще потока и на дне его.

Возвращаясь к изложенной выше динамической классификации, отметим, что наносы одной и той же крупности, в определенных условиях являющиеся *нерусловыми*, в иных условиях, например при значительном уменьшении скоростей потока, становятся уже *русловыми*.

Ниже приводятся краткие указания по технике определения крупностей *русловых* и *нерусловых* наносов.

Положим, что поток перемещает зерна крупностью от $k_{\text{мин}}$ до $k_{\text{макс}}$. Определение границ *русловых* и *нерусловых* крупностей этого состава производится обычно в два приема. Если средневзвешенная крупность этого состава равна $k_{\text{ср}}$, то в первом приближении к *нерусловым* будут относиться его крупности меньше

$$k'_n = \frac{k_{\text{ср}}}{3,12} \left(\frac{k_{\text{ср}}}{H} \right)^{1/6}.$$

Следовательно, в первом приближении к *русловым* будут относиться все крупности от k'_n до $k_{\text{макс}}$.

Определим теперь средневзвешенную крупность *русловых* наносов в первом же приближении, обозначив ее k'_0 . Тогда *нерусловыми* будут наносы крупности меньше

$$k_d = \frac{k'_0}{3,12} \left(\frac{k'_0}{H} \right)^{1/6}.$$

После этого определяется средняя крупность русловых грунтов и наносов во втором приближении k_0 , как средневзвешенная в диапазоне от k_d до $k_{\text{макс}}$; затем значение k_5 и наибольшей крупности нерусловых наносов во втором приближении

$$k_n = \frac{k}{3,12} \left(\frac{k_5}{H} \right)^{1/6}.$$

В дальнейших уточнениях значений k , k_5 , k_n необходимости обычно не встречается.

§ 2. АППРОКСИМАЦИЯ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ТРАНСПОРТА РУСЛОВЫХ НАНОСОВ

1. Влияние средней скорости потока на расходы перемещения русловых наносов

Уравнение транспорта русловых грунтов и наносов (10.8), полученное выше, имеет вид

$$g_n = \frac{1 + \varphi}{800} V_n k \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right),$$

где g_n представляет собой расход грунтов и наносов в объеме беспустотной породы.

По (10.11) объемная концентрация в ‰ или в л/м³ будет равна

$$\rho_0 = 1,14 (1 + \varphi) \frac{k}{H} \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(1 - \frac{V_n}{V} \right).$$

Выражая γ_1 в весе 1,0 м³ в кг, равном 2650, имеем полученные в предыдущей главе выражения (10.9) — (10.10):

$$\begin{aligned} g_{\text{нв}} &= 3(1 + \varphi) V_n k \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right) \text{ кг/сек/м,} \\ \rho_v &= 3(1 + \varphi) \frac{k}{H} \left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(1 - \frac{V_n}{V} \right) \text{ кг/м}^3\text{-г/л.} \end{aligned} \quad (11.3)$$

Следует отметить, что использование этих видов уравнения транспорта, представляющих собой многочленную функцию $\frac{V}{V_n}$, неизбежно влечет за собой серьезные математические осложнения в теории русловых процессов.

Эти осложнения возникают, как увидим далее, в связи с тем, что в ряд уравнений, описывающих развитие деформаций, будет входить глубина потока, определяемая по расходу перемещения наносов и средней скорости потока. А решение приведен-

ных выше видов уравнения транспорта в отношении глубины всегда приводит к иррациональным функциям шевяного вида.

Для того чтобы избежать этих осложнений, необходимо найти одночленную аппроксимацию уравнения транспорта, т. е. надо найти достаточно точную, но более удобную в обращении функцию связи транспорта наносов со скоростями потока.

Установление одночленного вида аппроксимации уравнения транспорта в отношении средней скорости важно еще и тем, что этой операцией выясняется в наиболее наглядном виде влияние

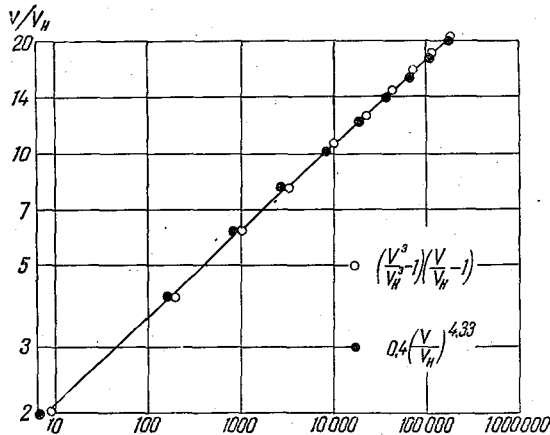


Рис. 45. Аппроксимация уравнения транспорта.

фактора средней скорости на способность потока по транспорту русловых наносов.

Укажем теперь, что во всем практическом диапазоне

$$A = \left(\frac{V^3}{V_H^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_H} - 1 \right) \approx A_0 = 0,4 \left(\frac{V}{V_H} \right)^{4,33}. \quad (11.4)$$

Степень точности этой аппроксимации и диапазон ее приемлемости иллюстрируются следующими данными и графиком рис. 45:

$\frac{V}{V_H}$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$100 \left(\frac{A_0}{A} - 1 \right) \%$. . .	-12	-14	-12,5	-8	-4	0	+4	+8	+12	+6

Имея в виду уровень точности самого основного уравнения транспорта, определяемый стохастической природой механизма транспорта наносов, можно признать эту аппроксимацию вполне приемлемой.

Используя ее, получаем уравнение транспорта в следующем виде:

$$g_{нв} = 1,2 (1 + \varphi) k V_{н} \left(\frac{V}{V_{н}} \right)^{4,33} \text{ кг/сек/м,}$$

$$\rho_{в} = 1,2 (1 + \varphi) \frac{k}{H} \left(\frac{V}{V_{н}} \right)^{3,33} \text{ кг/м}^3\text{-г/л,}$$

$$g_0 = \frac{(1 + \varphi) k V_{н}}{2200} \left(\frac{V}{V_{н}} \right)^{4,33} \text{ м}^3\text{/сек/м,}$$

$$\rho_0 = \frac{1 + \varphi}{2200} \frac{k}{H} \left(\frac{V}{V_{н}} \right)^{3,33} \quad (11.5)$$

Необходимо отметить, что непрерывное перемещение зерен однородных наносов наступает лишь при средних скоростях потока от срывающей $V_c = 1,41 V_{н}$ и выше.

Но в практике состав русловых наносов представляет собой смесь зерен. Непрестанно поддерживаемое перемещение таких смесей начнется лишь при средних скоростях, равных или больших срывающей скорости для зерен k_5 . А срывающая скорость для зерен этой крупности будет больше срывающей скорости для зерен среднего размера смеси в число раз, по (8.14) равное $\sqrt{\frac{k_5}{k}}$. Для подавляющего же большинства русловых наносов отношение $\frac{k_5}{k} \geq 2$. Поэтому фактически смешанные грунты начинают перемещаться при средней скорости

$$V = 1,41 \sqrt{\frac{k_5}{k}} V_{н} \geq 2 V_{н},$$

т. е. смешанные наносы начинают перемещаться в диапазоне скоростей $\frac{V}{V_{н}} > 2$, для которого и действителен одночленный вид уравнения транспорта (11.5).

Это положение и дает одно из решающе важных условий, без которого сколько-нибудь широкий подход к теоретическому анализу русловых процессов оказался бы весьма затруднительным.

2. Влияние геометрических параметров и дополнительных сопротивлений

Но чтобы обеспечить действительно широкие перспективы в этом направлении, данного результата недостаточно. Необходим еще ряд условий, к подготовке одного из которых и переходим.

Придадим уравнению транспорта (11.5) иной вид, учитывая, что

$$V = \frac{n_0}{n_p} 4 \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{2gHi}$$

$$V_n = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{3,5 \gamma}}$$

Подстановкой в (11.5) этих значений, имея в виду, что в диапазоне $\frac{H}{\Delta}$ от 10 до 1000 при $\Delta = 0,7k_5$

$$\lg \frac{6,15 H}{\Delta} = \lg \frac{8,8 H}{k} \approx 1,25 \left(\frac{H}{\Delta} \right)^{1/6} = 1,33 \left(\frac{H}{k} \right)^{1/6}, \quad (11.6)$$

получаем, что

$$\begin{aligned} g_0 &= 1,75 \sqrt{2g} (1 + \varphi) \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{4,33} \left(\frac{\gamma}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{4/3} \frac{H^{2,33} i^{2,16}}{k^{1/6} k^{2/3}} \\ \rho_0 &= 0,33 (1 + \varphi) \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{3,33} \left(\frac{\gamma i}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{5/3} \left(\frac{H}{k} \right)^{2/3}. \end{aligned} \quad (11.7)$$

В последних уравнениях каждый из исходных геометрических и механических параметров выделен уже в явной форме, поэтому они могут служить в то же время и для оценки влияния изменений каждого из указанных факторов.

Рассмотрение уравнения объемной концентрации (11.7) показывает, что при изменении одного из факторов $\frac{n_0}{n_p}$, $\frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma}$, i , $\frac{H}{k}$, предполагая, что остальные факторы постоянны, концентрация изменяется следующим образом.

Концентрация уменьшается при уменьшении глубины и уклона и увеличении средней крупности; она увеличивается с уменьшением удельного веса зерен грунтов и наносов или с увеличением объемного веса потока.

Укажем одновременно на следующее.

Основные виды уравнения транспорта (11.3) и их аппроксимированные виды (11.5) и (11.7) могут быть представлены в многочисленных других видах, имея в виду, что

$$\tau = \gamma Hi = \gamma Ri = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{8,8 H}{k_5} \right)^2} \frac{V^2}{2g} = \gamma \frac{V^2}{C^2} = \gamma \frac{Q^2}{B^2 H^2 C^2},$$

$$\tau_{кр} = \alpha (\gamma_1 - \gamma) k = \gamma \lambda \frac{V_{кр}^2}{2g} = \gamma (Hi)_{кр} = \frac{\gamma Q_{кр}^2}{B^2 H^2 C^2},$$

$$V_n = \varphi \lg \frac{8,8 H}{k_5} \frac{\omega}{1,41} = \frac{\varphi \omega}{1,41} \frac{C}{4 \sqrt{2g}}. \quad (11.8)$$

§ 3. РАСХОДЫ РУСЛОВЫХ НАНОСОВ В РЕЧНОМ ПОТОКЕ

1. Активная ширина перемещения русловых наносов в речном потоке

Уравнения (11.3), (11.5), (11.7) и другие транскрипции по (11.8) определяют расходы и концентрацию русловых наносов в плоском потоке.

Можно ли установить расчетные выражения транспорта русловых наносов для прямолинейных участков рек, в любом поперечном сечении которых глубины изменяются по ширине и притом нерегулярно?

Приведением таких сечений к симметричным кривым глубин (см. главу V) аппаратные затруднения, вносимые фактором нерегулярности распределения местных глубин по ширине потока, снимаются. После приведения получаемые симметричные сечения описываются кривыми

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{b}{B}\right)^r, \quad (11.9)$$

где H_0 — наибольшая глубина, B — полуширина русла и H — местная глубина на расстоянии b от уреза приведенного сечения.

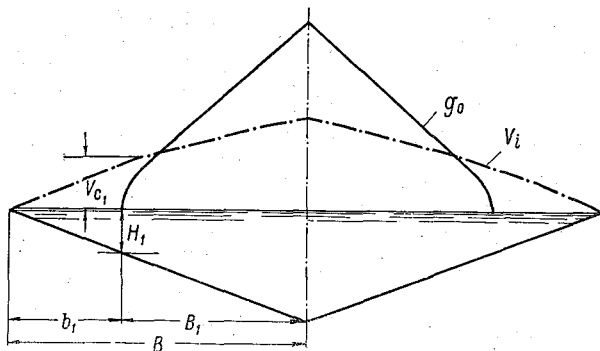


Рис. 46. Активная ширина перемещения русловых грунтов и наносов.

Один из приведенных профилей для $r=1$ представлен на рис. 46. Над этим профилем показано распределение средних скоростей отдельных вертикалей по ширине приведенного сечения, которые уменьшаются до нуля у уезов. Поэтому, если русло состоит из зерен размеров k , k_b , перемещение их будет осуществляться не на всей ширине русла, а лишь в пределах той части, где средние скорости вертикалей будут больше срывающего значения V_c . Глубину такой вертикали, когда $V_1=V_c$,

обозначим H_1 . Подставляя в равенство $V_1 = V_c$, их значения, получаем

$$V_{c_1} = V_1 = \lg \frac{8,8 H_1}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75 \gamma}} = 4 \lg \frac{8,8 H_1}{k_5} \sqrt{2g H_1 i},$$

откуда

$$H_1 = \frac{(\gamma_1 - \gamma)k}{28 \gamma i}. \quad (11.10)$$

Определив таким образом H_1 , далее из выражения (11.9) приведенного профиля сечения получаем и значение

$$\frac{b_1}{B} = \left(\frac{H_1}{H_0} \right)^{\frac{1}{r}} = \left[\frac{(\gamma_1 - \gamma)k}{28 \gamma i H_0} \right]^{\frac{1}{r}}. \quad (11.11)$$

Следовательно, $2B_1 = 2(B - b_1)$ будет шириной той полосы, на которой происходит перемещение русловых наносов. Эта часть ширины русла называется сокращенно активной шириной.

2. Расходы перемещения русловых наносов в речном и плоском потоке

Расход на этой ширине будет равен $G = 2 \int_{b_1}^B g_n db$, где g_n определяется по (11.7).

Полагая k, k_5, γ_1, i не изменяющимися по ширине сечения и обозначая произведение множителей их через D

$$\frac{(1 + \varphi) \sqrt{2g}}{2} \left(\frac{n_p}{n_0} \right)^{4,33} \left(\frac{\gamma}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{5/3} \frac{i^{2,16}}{k_5^{1/6} k^{2/3}} = D,$$

имеем

$$G = 2 D \int_{b_1}^B H^{2,33} db,$$

$$H = \left(\frac{b}{B} \right)^2 \cdot \frac{H_0}{g} \quad ?$$

или по (11.9)

$$G = \frac{2 D H_0^{2,33} B}{1 + 2,33 r} \left[1 - \left(\frac{b_1}{B} \right)^{1 + 2,33 r} \right]. \quad (11.12)$$

Сравним теперь этот расход перемещения с расходом перемещения, подсчитанным для русла, приведенного к плоскому потоку. Определим значение G_0 для широкого речного потока, для которого гидравлический радиус может быть принят равным средней глубине; для этого заменим сечение, показанное на рис. 46, прямоугольным шириной $2B$ и средней глубиной H_c . Последняя может быть выражена через наибольшую глубину $\frac{H_c}{H_0} =$

$= \frac{1}{1+r}$. Расход перемещения русловых наносов в сечении плоского потока будет равен

$$G_0 = 2Bg_n = 2BDH_c^{2,33} = \frac{2BDH_0^{2,33}}{(1+r)^{2,33}}. \quad (11.13)$$

Определим теперь отношение расхода перемещения, подсчитанного по кривой глубин, к расходу, подсчитанному для русла, обращенного в прямоугольное. Оно равно

$$\frac{G}{G_0} = \frac{(1+r)^{2,33}}{1+2,33r} \left[1 - \left(\frac{b_1}{B} \right)^{1+2,33r} \right].$$

Второй член квадратной скобки может быть выражен через глубины H_1 , H_0 , а затем и через относительные скорости, что дает возможность установить, что в пределах практически важного диапазона величин $\frac{V}{V_c}$ значение выражения в квадратной скобке может быть принято равным единице. Поэтому последнее выражение получает простой вид

$$\frac{G}{G_0} = \frac{(1+r)^{2,33}}{1+2,33r} = \beta, \quad (11.14)$$

свидетельствующее о том, что расход перемещения, подсчитанный по кривой глубин, больше, чем в прямоугольном сечении той же площади и ширины в число раз, равное

r	0,05	0,10	0,25	0,50	0,75	1,0	2,0
β	1,0	1,02	1,06	1,18	1,33	1,51	2,28

Этот результат ценен в том отношении, что позволяет впрямь определять расходы перемещения для наиболее простого случая плоского потока той же ширины и площади, что и действительное сечение с глубиной, равной средней глубине последнего. При этом действительный расход перемещения будет равен

$$G = \beta G_0 = \beta g_n 2B. \quad (11.15)$$

Параметр r непосредственно характеризует форму приведенного сечения русла. При r , стремящихся к нулю, русло близко к прямоугольнику, при $r=1,0$ оно представляет собой треугольник.

Такой результат существенно расширяет сферу теоретического анализа и решений практических задач в области русловых потоков с деформируемым руслом, так как позволяет рассчитывать расходы перемещения русловых наносов для речных потоков, используя уравнение транспорта для плоского потока с введением лишь указанной выше постоянной β по (11.14).

§ 4. УСЛОВИЯ НЕБАЛАНСА И КОМПЕНСИРУЮЩИЕ ЯВЛЕНИЯ

1. Условия небаланса в деформируемых руслах

Установленное выше деление по динамическому признаку всех наносов, транспортируемых потоком, на русловые и нерусловые дает возможность сформулировать важнейшее положение динамики потоков с деформируемым руслом, состоящее в следующем.

Состояние деформируемого русла определяется соотношением количества русловых наносов, поступающих на данный участок русла N , и уровнем его местной транспортной способности G , определяемым основным уравнением и его производными видами.

Нарушение равенства $G=N$ и является причиной возникновения деформаций.

Нерусловые наносы участвуют в деформациях русла лишь процессами осаждения и в деформациях транзитного русла не имеют решающего значения. Роль их будет рассмотрена далее, в одной из последующих глав, посвященной анализу деформаций, вызываемых регулируемыми водохранилищами.

Возвращаясь к ведущему фактору в русловых процессах, а именно к соотношению действительного N и потенциального расхода перемещения русловых наносов, отметим прежде всего, что при постоянном во времени и по длине реки равенстве $N=G$ деформации обычно не возникают, за исключением тех условий, в которых это равенство оказывается нарушенным по ширине сечений (изгибы русла и изгибы потока в русле, наличие побочной, кос и перекатов).

При нарушении этого равенства возникновение деформаций становится неизбежным. Деформации обычно являются комплексом одновременно развивающихся элементарных деформаций местных и общих размывов и занесения (намывов) русла. Однако нередко условия, в которых этот комплекс сводится лишь к одной элементарной деформации.

При $G > N$ возникает элементарная деформация размыва, при которой понижается дно и происходит размыв берегов, что в связи с увеличением сечения при неизменном водном расходе потока ведет к уменьшению средних скоростей и, следовательно, к уменьшению значения G до тех пор, пока новое значение не станет равным N .

При $G < N$ развиваются элементарные деформации аккумуляции. Они приводят к повышению уклона русла за счет аккумуляции на дне русловых наносов. А это в свою очередь ведет к повышению скоростей потока и возрастанию G . При увеличении G до значения, равного N , деформация прекращается.

В обоих основных случаях неравенства G и N деформации

развиваются в направлении уменьшения разрыва между G и N до полной его ликвидации путем изменения G или N .

В общей форме это является положением В. М. Лохтина о том, что каждая деформация развивается в сторону достижения нового динамического равновесия потока и русла.

Так обстоит дело в потоках с деформируемым руслом.

2. Условия небаланса в жестких руслах

Если жесткое русло прикрыто слоем грунта, транспортируемого потоком, то такое русло со всех точек зрения должно рассматриваться как деформируемое, с ограничением лишь возможной глубины размыва. Если же оно не прикрыто транспортируемыми зернами, то это означает, что поток перемещает их в количестве N , меньшем уровня транспортной способности G .

Условие $N < G$ является главной особенностью транспорта зерен в жестких недеформируемых руслах. Наличие такого неравенства в жестких руслах не вызывает деформаций, восстанавливающих баланс возможных и действительных расходов перемещений, поэтому транспорт зерен в этих условиях и называется транспортом в условиях небаланса.

В диапазоне средних скоростей донногрядного режима донные гряды возникают и на жестком русле. Поведение донных гряд в этом случае не отличается от их поведения в условиях деформируемого русла. Но их высота будет тем меньше, чем меньше N в сравнении с G . Они оказываются неполными и как бы срезанными в нижней части плоскостью жесткого дна на некоторой высоте от основания гряд. В связи с этим несколько уменьшаются и дополнительные сопротивления донногрядного режима в сравнении с величиной их в деформируемом русле.

3. Явления компенсации в условиях небаланса в деформируемых руслах

Необходимо отметить, что в динамической природе потока и деформируемого русла имеются свойства, которые в некоторой степени сами по себе, появляясь в определенных условиях, оказывают компенсирующее влияние, т. е. воздействуют на условия динамического взаимодействия потока и деформируемого русла в сторону уменьшения разрыва между G и N и, следовательно, смягчения явлений небаланса.

Состав некоторых явлений компенсации небаланса непосредственно вскрывается рассмотрением уравнения транспорта русловых наносов в форме (11.7), которое перепишем в виде

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 0,33 (1 + \varphi) \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{3,33} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_1 - \gamma} \right)^{5/3} \left(\frac{H}{k} \right)^{2/3} = \\ &= \varepsilon (1 + \varphi) \left(\frac{H}{k_5} \right)^{2/3} \left(\frac{k_5}{k} \right)^{2/3} \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{3,33} \end{aligned} \quad (11.16)$$

Если $G < N$, то возникают процессы повышения—уклона за счет аккумуляции части наносов. При смешанном составе наносов в этих условиях происходит прежде всего аккумуляция наиболее крупных зерен смеси. В связи с этим в составе перемещаемых потоком наносов остаются зерна меньших размеров. При этом уменьшается средняя крупность k и соответственно возрастает ρ_0 , а следовательно, и G . При уменьшении средней крупности в 1,25; 1,5; 2,0 и 3,0 раза концентрация перемещаемых зерен увеличивается в число раз, равное 1,16; 1,31; 1,59 и 2,08. Для зерен крупностью меньше 1,5 мм, для которых $\varphi > 1,0$, с уменьшением крупности увеличивается значение φ . Поэтому фактическое повышение транспортной способности будет выражаться еще большими значениями в сравнении с приведенными. Таким образом, этот фактор может являться немалой компенсацией небаланса.

Если же $G \gg N$, то неизбежно должны возникнуть деформации размыва русла. В таких условиях обычно возникают явления, стремящиеся к компенсации неравенства путем уменьшения G .

Недостающее количество наносов до потенциального расхода перемещения поток получает путем размыва русла. При смешанном составе зерен, слагающих русло, поток, перемывая верхние слои русла, отбирает из них более мелкие зерна. При этом потоку достаточно перемыть слой толщиной, равной трем размерам зерен k_5 , чтобы на поверхности русла остались лишь зерна размеров k_5 . Тогда, как показывает правая часть (11.16), вместо

$\left(\frac{H}{k}\right)^{\frac{2}{3}}$ при неперемытом грунте русла в уравнении останется множитель $\left(\frac{H}{k}\right)^{\frac{2}{3}}$. Вследствие этого и концентрация транспортируемых русловых наносов уменьшается в α раз.

$\frac{k_5}{k}$	3,0	2,5	2,0	1,5	1,25
α	2,09	1,84	1,59	1,31	1,16

Таким образом, фактор «отмостки» русла более крупными зернами может существенно уменьшить деформации размыва уменьшением потенциальных расходов перемещения русловых наносов до 2 раз.

Для наносов крупностью меньше 1,5 мм, для которых $\varphi > 1$, с увеличением крупности в явлениях отмостки будет уменьшаться и множитель $1 + \varphi$, поэтому приведенные выше значения уменьшения концентрации являются минимальными.

Уравнение (11.15) обнаруживает наряду с этим значительно более мощное средство уменьшения G . Оно связано с тем, что

в достаточно широком диапазоне относительных скоростей перемещение русловых наносов происходит в донноградном режиме, при котором расчетная шероховатость n_p в сравнении с основной шероховатостью n_0 (определяемой крупностью зерен k_5 , перемещаемых зерен) возрастает, как показано в главе VII, до 2 раз.

При неизменном продольном уклоне глубина потока при донноградном режиме увеличивается в сравнении с глубиной безградного режима в число раз, равное

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{n_p}{n_0} \right)^{3/5}.$$

Следовательно, сравнивая концентрации в условиях донноградного режима и в отсутствии гряд, получаем, что

$$\frac{\rho_{гр}}{\rho_0} = \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{3,33} \left(\frac{H}{H_0} \right)^{2/3}.$$

Или, имея в виду последнее равенство,

$$\frac{\rho_{гр}}{\rho_0} = \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{3,33} \left(\frac{n_p}{n_0} \right)^{0,4} = \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^{2,93}, \quad (11.17)$$

т. е. если в потоке при наличии гряд различной высоты и густоты размещения расчетная шероховатость возрастает в сравнении с основной в число раз, равное от 1,15 до 2,0, то концентрация русловых наносов уменьшается и будет равна

$\frac{n_p}{n_0}$	1,15	1,25	1,50	1,75	2,0
$\frac{\rho_{гр}}{\rho_0}$	0,67	0,52	0,31	0,19	0,13

Таким образом, переход в донноградный режим является весьма мощным средством компенсации небаланса.

Для излагаемых далее основ одномерной теории русловых процессов рассмотренные явления компенсации оказываются существенно важными, в силу того что ими определяются граничные условия развития ряда русловых процессов.

§ 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. При перемещении наносов крупности k_0 поток, не ухудшая условий движения, одновременно может транспортировать дополнительное количество мелких наносов крупности k_d при всех скоростях, при которых поток в состоянии перемещать наносы крупности k_0 . Для этого необходимо, чтобы даже при скоростях

потока, равных или больших несдвигающей скорости для наносов основной крупности k_0 , эти же скорости потока были бы больше критического значения средней скорости, при которой транспорт мелких наносов крупности k_d происходит уже в безрядном режиме. Это условие выполняется при соотношении

$$\frac{k_0}{k_d} = 3,12 \left(\frac{H}{k_0} \right)^{1/6}$$

Данный критерий позволяет разделить переносимые потоком грунты и наносы на следующие две группы. К первой из них будут относиться наносы крупности от k_d и выше, которые поток может транспортировать лишь в определенном количестве, определяемом уравнением транспорта. Состав наносов этой группы будет определяться составом зернистых грунтов и наносов, из которых сформировано само русло. Эта группа наносов и называется русловыми наносами.

Неравенство количества таких наносов, поступающих в данный район потока, и количество, которое поток в состоянии переносить, определяемое уравнением транспорта, всегда вызывает деформации русла.

Ко второй группе относятся наносы крупностью от k_d и меньше. Поток в состоянии переносит их в различных количествах, причем изменение количества не вызывает деформаций русла и не ухудшает условий транспорта русловых наносов. Эта группа наносов называется нерусловыми наносами. Они могут участвовать в деформации русла лишь в процессах аккумуляции при малых скоростях потока, при которых перемещение русловых наносов уже невозможно.

2. В теоретическом анализе русловых процессов местные глубины потока обычно определяются способностью потока по транспорту русловых наносов. Ввиду того что уравнение транспорта является многочленом четвертой степени в отношении средних скоростей, определение глубин по нему приводит к иррациональным выражениям, операции с которыми зачастую делают невозможным получение расчетно-теоретических решений.

Однако затруднения резко ослабляются, если уравнение транспорта будет выражено в одночленной форме. Получение последней оказалось возможным путем использования аппроксимации (11.4)

$$\left(\frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right) \approx 0,4 \left(\frac{V}{V_n} \right)^{4,33},$$

оказавшейся достаточно точной во всем практическом диапазоне значений $\frac{V}{V_n}$ от 2,0 и выше.

Это дало возможность получить основное уравнение транспорта в наиболее простых видах (11.5), (11.14) и (11.16).

3. Последние уравнения определяют расходы перемещения русловых наносов лишь для плоского потока, т. е. для широких потоков с одинаковыми глубинами по ширине. Но в естественных потоках местные глубины различны по ширине потока, а вместе с этим различны по ширине и средние скорости отдельных вертикалей. В этих условиях поток может перемещать русловые наносы лишь в пределах активной ширины русла, т. е. той части ширины, на которой средние скорости вертикалей больше срывающего значения, причем местные расходы перемещения русловых наносов будут изменяться по ширине потока с изменением местных глубин и средних скоростей отдельных вертикалей.

Определение полного расхода перемещения русловых наносов в потоке с различными глубинами по ширине потока требует кропотливых вычислений, полностью закрывающих возможность анализа русловых процессов теоретическими средствами.

Эти затруднения могут быть устранены приведением действительных сечений к симметричным кривым глубин, для которых возможно определение общего расхода перемещения русловых наносов теоретическим путем.

Произведенная этим путем оценка расходов перемещения русловых наносов G в руслах, приведенных к симметричным кривым глубин, и сопоставление их с расходами перемещения русловых наносов G_0 в русле прямоугольного сечения той же площади и ширины по урезу, обнаружили, что отношение их зависит лишь от формы приведенного сечения и не зависит от средних скоростей потока.

При этом установлено, что

$$\frac{G}{G_0} = \frac{(1+r)^{2,33}}{1+2,33r} = \beta,$$

где r является характеристикой формы приведенных сечений, описываемых формулой

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{b}{B}\right)^r.$$

В диапазоне изменений r от нуля до 2,0 отношение $\frac{G}{G_0}$ возрастает от 1 до 2,28. Такой результат дает возможность оценить транспортную способность потока для наиболее простой формы, а именно для плоского потока. При этом действительные расходы перемещения будут равны $G = \beta G_0$, где расход перемещения русловых наносов G_0 для плоского потока определяется уравнениями (11.14) и (11.15).

4. Расходы русловых грунтов и наносов G , вычисляемые по уравнениям (11.5), (11.14), (11.16), определяют потенциальную способность потока по транспорту. Действительное же количе-

ство их N , поступающее сверху к данному участку русла, может быть больше и меньше потенциального расхода перемещения. Неравенство $N \neq G$ вызывает нарушение баланса перемещения наносов, именуемое небалансом. Наличие этого небаланса вызывает в потоке деформации русла и компенсирующие явления, направленные в сторону смягчения или ликвидации небаланса.

При транспорте обычно смешанного состава зерен в потоке развиваются явления компенсации в различных направлениях.

При $N > G$ избыточное количество грунтов и наносов аккумулируется и прежде всего часть наиболее крупных зерен, что влечет за собой увеличение скоростей потока и уменьшение крупности остальной части грунтов и наносов, чем и обуславливается увеличение G .

При $N < G$ возникают деформации размыва русла, в результате которых на дне остаются лишь наиболее крупные зерна, в силу чего уменьшаются значения G .

При значительном небалансе $N \ll G$ компенсация требует более мощного механизма уменьшения G , что получается в результате перемещения грунтов и наносов в донноградном режиме. Этим достигается возможность уменьшения G до 8 раз и более.

Глава XII

ДИНАМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с основными положениями В. М. Лохтина (1897 г.) и их последующим развитием под русловыми процессами понимаются изменения общего состояния системы поток—русло, диктуемые воздействием физико-географических и технических факторов на поток с деформируемым руслом и наносами.

На свободных реках русловые процессы диктуются комплексом только физико-географических факторов.

В области свободных рек с частичным регулированием их руслового режима (без реконструкции режима стока) комплекс физико-географических факторов пополняется факторами инженерного воздействия (регулирование речных русел и каналов в области гидротехнических мелиораций и улучшение судоходных и лесосплавных путей).

В области полной реконструкции рек с изменением режима стока путем создания регулирующих водохранилищ для гидроэнергетических и комплексных водохозяйственных целей роль инженерных факторов воздействия на русловые процессы становится решающей.

Различие в составе основных факторов и в значении их для отдельных отраслей водного хозяйства обусловило развитие исследований русловых процессов в различных направлениях.

На свободных реках они изучаются в гидроморфологическом направлении для выяснения механизма формирования русла и закономерностей руслового режима естественных водотоков, определяемых физико-географическими факторами.

Практические запросы улучшения судоходных и лесосплавных путей, а также общего гидротехнического и гидромелиоративного строительства обусловили развертывание исследований русловых процессов на свободных реках в области изучения методов управления ими инженерными сооружениями и дноуглублением.

Запросы гидроэнергостроительства в комплексе с общими потребностями водного хозяйства потребовали широкого развертывания специальных исследований русловых процессов, вызванных коренной реконструкцией режима свободных рек на стадии эксплуатации. Крупные исследования русловых процессов были обусловлены сложными запросами производства гидротехнических работ на реках. Поэтому изучение русловых процессов является задачей многих производственных и научно-исследовательских общих и отраслевых организаций.

Воздействие на русловые процессы всех физико-географических и технических факторов осуществляется через ряд промежуточных процессов физического и механического характера, входящих в широкий ряд научных дисциплин.

Лишь некоторые вопросы русловых процессов, определяемые условиями динамического взаимодействия потока и русла, поддаются в настоящее время рассмотрению в теоретическом плане.

Ограниченность круга этих вопросов объясняется прежде всего тем, что только последние 25 лет изучения коренных вопросов динамики русловых потоков привели к получению основных теоретических решений в области плоского потока с жестким руслом и лишь некоторых приближенных решений для плоских потоков с деформируемым руслом.

Решение же пространственных задач русловых процессов требует создания надежной теоретической базы, охватывающей все вопросы структуры и механизма трехмерных потоков с деформируемым руслом, получение действительных успехов в создании которой является делом будущего, причем не очень близкого.

В свете этого в сфере динамики русловых потоков ближайшими являются следующие задачи:

а) разработка некоторых отправных вопросов теории русловых процессов на базе имеющихся итогов исследований динамики потоков плоского и непространственного характера с жестким и деформируемым руслом,

б) продолжение изучения основных трехмерных задач динамики потоков с жестким и деформируемым руслом методами физического эксперимента, раскрывающими состав и принципиальные взаимосвязи основных факторов, и

в) анализ данных природных гидроморфологических исследований и установление их эмпирических обобщений.

Последующее изложение посвящено анализу лишь тех динамических вопросов, решение которых может быть получено на базе теории плоского потока с жестким и деформируемым руслом.

Все русловые процессы, для которых можно установить начальное состояние и сроки их возникновения, развиваются в том направлении, в каком может быть достигнуто равновесное состояние.

Развитие некоторых русловых процессов и длительность течения их измеряется в геологических масштабах времени; длительность же других русловых процессов измеряется в масштабах времени действия сооружений и отдельных гидрологических циклов. Для последних характерно наличие многолетних циклов и накладывающихся на них скоротечных циклов годовых и более коротких (например, только паводки или межень).

Роль процессов геологического масштаба времени в русловых процессах многолетнего цикла колебаний основных физико-географических условий оказывается пренебрежимо малой (за отдельными исключениями встречаемыми, в частности, в устьевых процессах). Поэтому состояние русловой системы свободных рек в многолетнем гидрологическом цикле можно считать стабильным. Характеристики этого стабильного состояния русловой системы для многолетних гидрологических циклов и являются отправными и граничными условиями для всех русловых процессов естественного и инженерного происхождения, развивающихся в пределах многолетнего цикла.

В связи с этим перед изложением теории некоторых русловых процессов, развивающихся на фоне руслового режима потоков в свободном состоянии, необходимо рассмотреть некоторые из характеристик стабильного состояния естественных рек, которые можно установить сейчас теоретическими соображениями.

§ 1. УСЛОВИЯ СТАБИЛИЗАЦИИ РУСЛОВОГО РЕЖИМА СВОБОДНЫХ РЕК

1. Явления небаланса в русловом режиме рек

Речной поток характерен весьма значительным диапазоном колебаний стока воды и наносов. В его пределах значительны изменения средних скоростей, ширины и глубины русла; относительно малы изменения уклонов, местного состава русловых наносов и шероховатости русла.

В общем балансе стока наносов русловые наносы составляют обычно незначительную долю, но именно эта часть и является решающе важной в процессах установления руслового режима рек.

Обычно имеющая место несинхронность изменения водных расходов и поступающих в реку русловых наносов вызывает явления небаланса.

Явления небаланса существуют на протяжении каждого года в пределах многолетнего цикла. Но так как они развиваются на фоне главных исходных физико-географических факторов, сохраняющих неизменное значение в геологических масштабах времени, то за каждый гидрологический цикл суммарный итог всех русловых процессов должен быть равен нулю. Это означает, во-первых, что средние основные характеристики потока и русла за гидрологический цикл должны быть неизменными в многолетнем разрезе, и, во-вторых, что русловые процессы будут являться обратимыми.

Указанная неизменность в многолетнем разрезе ряда решающих факторов режима рек требует того, чтобы процессы формирования русла и внутрицикловые русловые процессы развивались в направлении стабилизации основных характеристик речного потока.

Поступление в речную систему русловых наносов и водного стока несинхронно. Наибольшее поступление стока русловых наносов обычно опережает максимум водных расходов в паводок, вследствие чего при паводке резко нарушается равенство поступающих в реку русловых наносов и способности потока по транспорту их. Поэтому в периоды превышения поступления стока русловых наносов в сравнении с транспортной способностью потока оказывается неизбежной частичная местная аккумуляция их, ликвидация которой должна осуществляться в период после прохождения максимума поступления в реку русловых наносов. По этим причинам сезонные русловые процессы оказываются неизбежными.

В остальной период паводков транспортная способность потока во многих случаях выше поступления русловых наносов, в силу чего оказывается неизбежным размыв и, следовательно, врезание потока в глубину. Но врезание неизбежно должно вызвать и понижение уровней и общего перепада, что заранее уже исключено постоянством величины этого перепада. Поэтому речной поток должен разработать себе ту форму русла и режим движения потока и русловых наносов, при которых русловые деформации могут быть в подавляющей доле обратимыми и наименьшими по объему.

На спаде паводков при переходе к меженному режиму сток русловых наносов, поступающих в реки, падает до нуля. В эти периоды условия движения потока должны быть такими, при

которых его способность по транспорту русловых наносов должна падать также до нуля.

В тех реках, состав русловых грунтов которых характерен широким диапазоном крупности зерен, уменьшение транспортной способности потока достигается простым смывом мелких зерен из поверхностного слоя речного русла и обнажением наиболее крупных из них; это явление известно под названием «отмостки».

В реках же преимущественно равнинного типа и в низовьях полугорных рек состав русловых грунтов менее разнообразен по крупности, в силу чего явлениями отмостки во многих случаях невозможно существенно понизить способность потока по транспорту русловых наносов. Но это в значительной мере достигается увеличением дополнительных путевых сопротивлений, вызывающих уменьшение средних скоростей повышением глубин сечения. С общей точки зрения перемещение наносов в донногрядном режиме может рассматриваться как один из наиболее мощных механизмов стабилизации режима речного потока, ибо при этом режиме резкое увеличение путевых сопротивлений влечет за собой весьма значительное уменьшение способности потока по транспорту русловых наносов.

Задача стабилизационного характера, по-видимому, выполняется и перекатами, представляющими собой отдельные подвижные пороги морфологической пары перекат—плес, уменьшающие уклоны на плесе и повышающие глубины, что, в конце концов, обеспечивает значительное уменьшение средних скоростей на плесах часто до значений меньших критических, при которых расходы перемещения русловых наносов в плесе уменьшаются до нуля.

подавляющую часть года реки питаются подземным стоком, не вносящим в поток русловые наносы. Если бы в такие периоды речной поток обладал скоростями существенно больше срывающего значения, то это приводило бы в течение каждого года, за исключением половодья, к размыву дна, что влекло бы за собой и снижение уровней при постоянном расходе водотока. Но подобные явления обычно не наблюдаются. Реки формируют свое русло в условиях, диктуемых общим рельефом долин и веками сложившимися физико-географическими факторами режима стока, в том виде, при котором средние скорости потока в период перехода к межени близки к критическим срывающим и несдвигающим значениям.

Отсюда вытекает два положения, определяющие основные условия достижения стабильности русла формированием его продольных и поперечных профилей.

Во-первых, *поток должен разрабатывать такую форму сечений русла, при которой в период прекращения подачи русловых наносов река в состоянии транспортировать водный расход без*

размыва и врезания русла и связанного с этим понижения уровней.

Во-вторых, река вынуждена формировать продольный профиль того вида, при котором в период межени средние скорости потока вдоль по течению не будут превосходить срывающих значений.

2) Соотношения основных характеристик речного русла

Рассмотрим условия, при которых выполняется второе положение, определяемое равенством $V = V_c$.

Положив, что в этот период режим потока имеет непространственный характер (о чем позднее будут приведены более подробные соображения) и что в связи с этим мы можем рассматривать речной поток приведенным к плоскому, подставляя ранее установленные значения V и V_c , имеем

$$V = 4 \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{2gHi} = V_c = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma) k}{1,75 \gamma}}$$

После сокращений имеем

$$Hi = \frac{\gamma_1 - \gamma}{28 \gamma} k,$$

где k в условиях отмстки будет близко к k_5 .

Отсюда, имея в виду, что $\frac{\gamma_1}{\gamma} = 2,65$, получаем

$$i = 0,059 \frac{k_5}{H}. \quad (12.1)$$

Общая тенденция, определяемая этой формулой, оказывается достаточно сходной с режимом связи этих параметров, наблюдаемой и в действительности.

К такому виду приводит формулировка второго из приведенных выше положений.

Перейдем теперь к теоретической трактовке более сложного положения, первого из указанных выше. Поток заданного уклона и расхода может проходить по деформируемому руслу при различных скоростях, т. е. при различной площади сечения и, следовательно, при различном отношении его ширины $B_0 = 2B$ к средней глубине H . Но среди всех возможных размеров площади поперечного сечения и отношений $\frac{B_0}{H}$ поток может иметь явно пространственный характер при малых $\frac{B_0}{H}$ и непространственный характер при больших значениях $\frac{B_0}{H}$.

Вопрос о различии поведения открытого равномерного потока в условиях пространственного и непространственного режима достаточно подробно рассмотрен в главе IV.

Пространственный режим характерен следующей особенностью. При нем гидравлический центр, т. е. место нахождения наибольшей местной скорости u_{00} , оказывается заглубленным под поверхность (см. рисунки главы IV) и расстояние до него от дна h оказывается поэтому меньшим полной глубины потока H и зависящим от следующих факторов:

$$\frac{h}{H} = 1,13 \sqrt[3]{\frac{B_0}{H} \sqrt{\frac{\Delta}{H}}},$$

где $B_0 = 2B$ для рек может быть принята равной полной ширине сечения потока по урезу.

В потоке же непространственного режима расстояние h до гидравлического центра всегда равно полной глубине потока, т. е. в непространственных потоках наибольшая местная скорость всегда находится на поверхности открытого потока.

В потоках пространственного режима в связи с заглублением гидравлического центра поле скоростей с принципиальной стороны существенно изменяется в сравнении с полем скоростей потока непространственного режима тем, что относительные

местные скорости $\frac{u_{\Delta}}{V}$ в районе дна и стенок возрастают в сравнении с условиями непространственного режима.

В связи с увеличением местных скоростей на выступах шероховатости дна в потоках пространственного режима увеличиваются и усилия воздействия потока на выступах дна и стенок. Это приводит, в частности, к тому, что если при одинаковой средней скорости всего потока в условиях непространственного режима поток не в состоянии деформировать русло, то в условиях пространственного режима при той же средней скорости сечения поток в состоянии срывать зерна и уносить их, вызывая деформацию размыва русла. Отсюда вытекает следующее: в периоды, когда в реку уже не поступают русловые наносы, река при заданном уклоне должна иметь ту форму русла, при которой средние скорости будут недостаточными для срыва зерен на дне.

Этим требованиям будет удовлетворять прежде всего русло той формы, при которой поток, переходя в устойчивое состояние межени, будет иметь наибольшие возможные скорости, но еще не деформирующие русло. Форма русла характеризуется тем, что отношение $\frac{B_0}{H}$ должно быть близким к тому значению, при котором уже исчезнут явления пространственности режима.

Условие, при котором исчезает основной признак пространственности режима (заглубление гидравлического центра), определяется тем, что наибольшая скорость выходит на поверхность открытого потока, т. е. $h=H$. При этом последняя формула получает вид

$$\sqrt[3]{\frac{B_0}{H} \sqrt{\frac{\Delta}{H}}} \geq 0,885.$$

При значении правой части, равном единице (вместо 0,885), исчезают и последние признаки пространственности режима (равенство нулю градиента местных скоростей на высоте $h=H$) и тогда

$$\sqrt[3]{\frac{B_0}{H} \sqrt{\frac{\Delta}{H}}} \approx 1.$$

Откуда следует, что

$$\frac{B_0}{H} = \sqrt{\frac{H}{\Delta}}. \quad (12.2)$$

Имея в виду ранее установленные следующие связи:

$$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{6,15 H}{\Delta} \approx \frac{22,2 H^{1/6}}{\Delta^{1/6}} = \frac{H^{1/6}}{n},$$

где n — гидравлическая шероховатость русла, получаем после подстановки в предыдущее равенство

$$\frac{B_0}{H} = \frac{H^{0,5}}{\Delta^{0,5}} = \frac{H^{0,5}}{11\,000 n^3}. \quad (12.3)$$

Подставляя в выражение расхода потока $Q = VHB_0$ значение B_0 по (12.3), получаем

$$Q = \frac{H^{3,17} \sqrt{i}}{11\,000 n^4}.$$

Откуда

$$H = \frac{18,8 n^{1,26} Q^{0,316}}{i^{0,158}}. \quad (12.4)$$

Подставляя затем в равенство $Q = VHB_0$ значение H , получаем формулу, определяющую ширину русла

$$B_0 = \frac{Q^{0,47}}{125 n^{1,1} i^{0,135}}.$$

Отсюда непосредственно получается формула и для средней скорости сечения в функции уклона, значение которого может

быть определено по (12.1), и в функции относительной шероховатости и расхода потока, определяемого расчетами стока.

Полученное выражение по структуре близко к расчетным формулам Н. А. Белинского и Г. П. Калинина, полученным исходя из:

а) эмпирического соотношения В. Г. Глушкова

$$\frac{\sqrt{B_0}}{H} = \alpha,$$

где α для рек с песчаным, легко размываемым дном доходит до 5,5, а для горных рек уменьшается до 1,4;

б) обычной структуры формулы Шези в форме Маннинга и

в) выражения для расхода потока $Q = VHB_0$.

Из формулы (12.3) имеем:

$$\sqrt{B_0} = \frac{H^{0,75}}{105 n^{1,5}}; \quad \frac{\sqrt{B_0}}{H} = \alpha = \frac{1}{105 H^{0,25} n^{1,5}}$$

Подсчитывая значения α для различных шероховатостей и глубин, исключая не встречающиеся в практике сочетания $n=0,035$ при $H=6,0$, получаем

n	Глубина H м		
	1,0	3,0	6,0
0,015	5,2	3,95	3,33
0,025	2,4	1,82	1,53
0,035	1,45	1,1	—

Отсюда видно, что расчетные значения α оказываются сходными с данными, полученными В. Г. Глушковым анализом обширного гидрографического материала.

Изложенные выше результаты показывают, что часть расчетно-гидрографических связей, в конце концов, должна найти объяснение на базе динамики русловых потоков.

Установленные в настоящее время гидромсрфометрические характеристики свидетельствуют о наличии определенных связей и ряда других параметров потока с деформируемым руслом. Более полные сведения о них имеются в курсе М. А. Великанова [1] и в последних работах С. Т. Алтунина, Н. И. Маккавеева и Н. А. Ржаницына [9, 13, 14].

Нет сомнения, что эмпирический путь установления этих связей будет опережать реальные темпы получения их в сфере динамики русловых потоков, но широкие обобщения будут достиг-

нуты лишь объединенными итогами исследований в различных направлениях.

Установление таких связей, основные положения которых были впервые сформулированы еще О. Рейнольдсом, необходимо для решения многих вопросов регулирования русел.

На такого рода связях обосновывается решение и некоторых вопросов моделирования речного потока с неодинаковыми масштабами глубины и ширины потока. Ими же определяются основные характеристики потока и устойчивых форм русла рек и земляных каналов, т. е. условия стабилизации их руслового режима. Значительные изменения этих условий всегда являются причиной возникновения деформаций русла и долговременных русловых процессов.

§ 2. УРАВНЕНИЯ ОДНОРАЗМЕРНОЙ ТЕОРИИ РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

1. Уравнение деформации

Возникновение деформаций русла неизбежно в условиях небаланса, т. е. при неравенстве, с одной стороны, действительного расхода N перемещения зерен, слагающих русло, и, с другой — возможного, потенциального расхода перемещения их g_n , определяемого уравнениями транспорта.

Деформации русла вызывают изменения режима потока, в свою очередь влекущие за собой перемены в режиме самих деформаций. В силу этого состояние руслового потока с начала деформации характерно, во-первых, непрерывно меняющимися условиями взаимодействия потока и русла и, во-вторых, тем, что режим самого руслового потока становится неустановившимся, так как в общем случае все его основные характеристики становятся функцией времени.

Для обеспечения возможности теоретического анализа и расчета обычно весьма сложных процессов деформаций необходимо прежде всего установить основные элементы деформаций и разработать оперативные средства их анализа и расчета.

В общем случае деформации транзитного русла включают в пространство и время своего развития одну из двух следующих элементарных деформаций:

- (а) занесение дна вследствие осаждения наносов и
- (б) местные деформации размыва или намыва русла вследствие нарушения равенства действительных и потенциальных расходов перемещения.

Для первой из них характерно то, что $V < V_n$; для второй $V > V_n$, но $G \neq N$.

Во многих процессах это соотношение за время деформации и в ее пространстве меняет не только величину, но и знак. Переход от деформации одного знака к деформации другого знака

определяется равенством в некоторые моменты процесса значений G и N , меняющихся за время деформации. Это и позволяет выделить основные составляющие сложной деформации.

Расход водной фазы потока будем принимать неизменяющимся во времени, т. е. установившимся. Также установившимися на начальном или конечном створе будем принимать расход перемещения и соответственную общую концентрацию.

Выше установлено, что реальное русло на данном участке можно привести к равнозначному прямоугольнику.

Выделим в пространстве деформаций двумя створами отсек потока длиной dx . Обозначим средний расход перемещения на единице ширины потока в первом створе g_n и ширину b , тогда, поскольку g_n и b являются функциями координат, на втором створе соответствующие значения будут равны

$$g_n + \frac{\partial g_n}{\partial x} dx; \quad b + \frac{\partial b}{\partial x} dx.$$

Разность объемов перемещения, прошедших за время dt первый и второй створы, будет равна, пренебрегая бесконечно малыми второго порядка,

$$\left[\left(g_n + \frac{\partial g_n}{\partial x} dx \right) \left(b + \frac{\partial b}{\partial x} dx \right) - g_n b \right] \frac{dt}{m_0} = \frac{\partial (g_n b)}{\partial x} \frac{dx dt}{m_0},$$

где m_0 — относительная плотность наносов и грунтов русла в свежих отложениях.

Разница объемов, прошедших через оба створа, вызовет деформацию намыва или размыва русла высотой dz ; объем ее будет равен $b dx dz$. Это и даст равенство

$$\frac{\partial (g_n b)}{\partial x} \frac{dx dt}{m_0} + b dx dz = 0,$$

сокращая которое на $dx dt$, получаем

$$\frac{\partial (g_n b)}{m_0 \partial x} + b \frac{dz}{dt} = 0. \quad (12.5)$$

По сути оно является уравнением непрерывности, но обычно его называют уравнением деформации. Входящая в это уравнение ширина русла также является функцией координат $b = f(H, x)$.

Величина z в уравнении (12.5) по смыслу ее введения является изменением лишь отметки дна. Но она всегда связана с изменением глубины потока и отметки свободной поверхности, определяемой изменением гидравлических потерь dh_w и равной

$$\checkmark \quad dh_w = dz - dH, \quad (12.6)$$

где dH — изменение местной глубины потока, dh_w — изменение

путевых потерь, а также и живой силы на длине участка деформации от начального или конечного створа до рассматриваемого. Эта величина определяется уравнением

$$\sqrt{h_w} = \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) + \frac{V^2}{C^2 R} \right] dx. \quad (12.7)$$

2. Система уравнений одномерной теории деформации русла

Приведем теперь в систему все оперативные средства анализа элементарных деформаций размыва и намыва русла.

1. Прежде всего в эту систему входит уравнение транспорта, полученное выше в различных видах (10.8), (10.11), (11.5), (11.15), (11.11), из которых приведем (11.15)

$$\sqrt{G} = \rho_0 Q = \beta Q \frac{1 + \varphi}{2200} \frac{k}{H} \left(\frac{V}{V_n} \right)^{3,33}$$

2. Уравнение деформации

$$\cup \frac{\partial (g_n b)}{m_0 \partial x} + b \frac{dz}{dt} = 0$$

содержит дополнительно неизвестную функцию z . Следовательно, в этих двух уравнениях содержится четыре неизвестные функции (G, V, H, z).

3. В то же время имеем ряд дополнительных связей и условий. Заданным, но лишь в качестве начального условия, является и описание формы русла. Во время деформации ширина русла будет также неизвестной функцией от x, t .

4. Кроме того, имеется приведенная выше связь (12.6) изменения отметок дна русла, поверхности потока и падения уровней, определяемого сопротивлениями $dh_w = dz - dH$, в которое, правда, входит одно новое неизвестное dh_w . Но для определения его существует специальное уравнение (12.7).

5. Таким образом, не хватает еще одного важного условия, которое позволило бы установить общий характер распределения значений производной $\frac{\partial g_n}{\partial x}$ по длине элементарной деформации. Иногда его можно установить из общего описания процесса по наблюдениям, иногда же он подсказывается граничными условиями и может быть установлен теоретически.

Для иллюстрации положим, что в некоторой плоской задаче элементарная деформация за время dt характерна тем, что на ее длине отметка дна изменяется на dz . Далее по условиям задачи предположим, что изменение dz по длине происходит линейно. Тогда имеем в условиях плоской задачи

$$\sqrt{(g_{n_0} - g_n)} dt = \frac{x dz}{2}. \quad (12.8)$$

Определяя отсюда $\frac{dz}{dt}$ и подставляя в (12.5), получаем выражение, связывающее величины g_H и x для данного момента времени.

3. Конечные результаты и расчетные уравнения

Решение указанных выше дифференциальных уравнений с использованием приведенных выше дополнительных связей должно привести к конечным уравнениям, определяющим главные интегральные характеристики руслового процесса в функции времени и продольной координаты.

В состав этих характеристик прежде всего должно входить уравнение мгновенного профиля деформации

$$1) \quad \checkmark f(G, H, z, x) = 0,$$

определяющего форму продольного профиля в районе деформаций для любого момента времени.

Следующей основной характеристикой, которую можно установить после получения мгновенного продольного профиля, является уравнение скорости распространения деформации.

Оно устанавливается на основании следующих дополнительных соображений.

Отметим, что на начальном, конечном или каком-либо особом створе за время деформации расход перемещения остается неизменным. Следовательно, для каждого момента времени с начала элементарной деформации объем прошедших расходов перемещения за время t будет равен

$$w = g_{H_0} \frac{tb}{m_0}.$$

Но этот объем может быть подсчитан и по выражению объемов деформации в следующем виде:

$$w = \int_x b(H_0 - H) dx,$$

где b, H определяются по уравнению мгновенного профиля.

Равенство этих количеств является уравнением

$$w = \int_x b(H_0 - H) dx = \frac{g_{H_0} bt}{m_0}, \quad \checkmark \quad (12.9)$$

определяющим длину распространения деформации в функции времени и, следовательно, скорость распространения деформации.

Далее должно быть получено уравнение свободной поверхности потока в районе деформации.

Одним из решений исходной системы уравнений является уравнение, описывающее изменение местных расходов русловых наносов по длине деформации для данного момента времени и определяемых ими местных глубин и скоростей потока.

Наличие этого уравнения позволяет определить и мгновенный профиль свободной поверхности потока, и изменение его во времени.

Этими решениями определяются и конечные состояния русла и потока в результате закончившегося руслового процесса.

В большинстве задач интенсивность элементарной деформации к концу уменьшается асимптотически, поэтому полная длительность ее выражается бесконечностью. Но так как в любой реальной задаче всегда имеются факторы, изменяющие в течение конечного времени ее условия, то в области асимптотического режима развития деформации оказывается необходимым за конечное состояние принимать то из них, которое отличается от предельного на некоторую малую, наперед заданную величину.

Изложенные выше теоретические средства анализа деформаций и составляют в совокупности содержание одномерной теории деформаций, в которой, в конце концов, все характеристики процесса устанавливаются в функции x .

Так как при этом определяются отметки поверхности потока, дна и глубины потока в функции x , t , то получаемые итоги будут решениями двумерных задач в плоскости y , x в функции времени. Если к тому же известна и функция $b=f(x)$, то появляется возможность решения (иногда аналитического, а чаще в конечных разностях) и некоторых трехмерных задач.

Изложенные основы одномерной теории, как это определяется составом рассмотренных факторов, относятся к русловым процессам, развивающимся в пространстве транзитного потока.

Они недостаточны для теоретического анализа ряда русловых процессов, связанных с поперечными течениями в потоке (перемещения русла в плане, повороты его, побочки, косы и перекаты).

Для всех русловых процессов транзитного типа, т. е. происходящих лишь в основном русле, приведенные основы одномерной теории дают лишь общую систему уравнений, которая неизбежно должна быть пополняема некоторыми дополнительными специальными и краевыми условиями.

При наличии этих условий теоретический анализ каждого типа руслового процесса приводит к разработке специальных решений, содержание которых и будет являться итогами рассмотрения отдельных самостоятельных теоретических и практических проблем динамики потоков с деформируемым руслом. Более ясное представление о составе расчетного аппарата одно-

размерной теории и конечных решений ее, а также о способах использования этого аппарата получается при ознакомлении с решениями некоторых типичных задач, излагаемых в следующих главах.

§ 3. ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОДНОРАЗМЕРНОЙ ТЕОРИИ РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ УСЛОВИЙ ПАВОДКОВ НА РЕКАХ

Приведенные выше расчетные средства одноразмерной теории были получены для условий постоянства во времени водного расхода потока. При этом предполагалось, что в условиях изменения последнего во времени график изменений стока во времени может быть представлен в виде ступенчатой кривой с постоянными значениями водных расходов за отдельные промежутки времени, на протяжении которых анализ русловых деформаций может быть произведен приведенными выше расчетными средствами одноразмерной теории.

Эти рекомендации опираются на предположение о том, что главные характеристики условия транспорта наносов в паводок при изменениях водных расходов и скоростей остаются теми же, что и в равномерном потоке при таких же скоростях и расходах.

Для того чтобы убедиться в степени законности этого предположения, необходимо, во-первых, выявить, в чем состоят основные отличия поведения потока в паводок в сравнении с условиями равномерного режима, и, во-вторых, показать, в чем может сказываться влияние этих отличий на условия применения аппарата одноразмерной теории русловых процессов.

Для получения ответа на эти вопросы прежде всего придется рассмотреть их для условий плоского потока, а затем и для естественных потоков с характерным для них изменением глубин по ширине русла.

Практическая и принципиальная важность этих вопросов определяется тем, что наиболее интенсивные и существенные русловые процессы наблюдаются в периоды паводков.

1. Относительная роль основных факторов неустановившегося движения в период речных паводков

Обычно встречающиеся формы уровня в период высоких вод можно свести к элементарным схемам трапеции или треугольника, для которых интенсивность нарастания уровней, выражаемая дополнительным уклоном, может быть принята постоянной и равной

$$\frac{\Delta H}{x} = \frac{dH}{dx} = i_1. \quad (12.10)$$

Если паводок может быть схематизирован в форме трапеции, то второй период, характерный постоянным уровнем, будет периодом равномерного движения. После него наступает период спада, в течение которого производная $\frac{dH}{dx}$ будет иметь отрицательное значение.

С точки зрения теоретического анализа период спада уровня будет являться лишь обращением задачи для периода подъема уровней.

При наличии дополнительного уклона общий уклон свободной поверхности в период повышения уровня будет равен

$$i = i_0 + \frac{dH}{dx} = i_0 + i_1, \quad (12.11)$$

где i_0 — уклон равномерного режима.

Динамические условия поведения потока при неустановившемся движении определяются тем, что сумма проекций всех сил вместе с силой инерции, взятой с обратным знаком, равна нулю.

Для единицы объема потока вес его будет равен γ , а действующее усилие будет равно проекции этого веса на направление движения. При движении открытых потоков проекция веса будет равна

$$\gamma i = \gamma \frac{dz}{dx},$$

где dz является изменением отметки свободной поверхности, равным сумме падений уровня при равномерном режиме и дополнительного повышения его от нарастания уровня в период паводка.

Сопротивление можно определить по тому уклону, который необходим для поддержания равномерного движения потока, имеющего ту же скорость, что и при неустановившемся режиме, т. е. сопротивления будут равны γi_0 , где по формуле Шези

$$i_0 = \frac{V^2}{C^2 H}.$$

Силы же инерции будут равны

$$\rho \frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{g} \frac{dV}{dt}.$$

Средняя скорость потока в условиях неустановившегося одноразмерного движения явится функцией двух переменных x и t , поэтому в развернутом виде полная производная по времени будет иметь вид

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2} \right).$$

Поэтому равенство суммы этих усилий нулю после сокращения на γ будет иметь вид

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{g} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + \frac{V^2}{C^2 R} \quad (12.12)$$

Описание неустановившегося движения потока будет состоять из полученного уравнения движения и уравнения непрерывности

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \quad (12.13)$$

Вопросам решения этой системы уравнений посвящена обширная литература, в которой плоские задачи в математическом плане получили законченные решения, излагаемые в ряде курсов.

Решения неплоских задач более трудны. Но в анализе механизма речных паводков наряду с осложняющими факторами появляются некоторые и упрощающие условия, существование которых становится достаточно наглядным при рассмотрении относительной роли отдельных членов уравнения движения (12.12). Выясним значение отдельных членов этого уравнения для условий, в которых члены малого значения получают наибольшее значение.

Примем условия весьма высокой интенсивности паводков (даже нереальных с точки зрения возможных условий для равнинных рек), например подъем уровней на 5,0 м за сутки, предполагая при этом, что в паводок скорости увеличиваются до 1,5 м/сек.

Так как при скорости 1,5 м/сек пройденный потоком путь за сутки будет равен $L = 1,5 \cdot 86400 = 129000$ м, а значение $\frac{V^2}{2g}$ будет равно 0,128 м, то первый член правой части (12.12) будет равен

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = 0,000001.$$

Значение же второго члена в скобках этого уравнения будет равным

$$\frac{1}{g} \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0,0000017.$$

Сравним теперь эти (наибольшие) значения первых членов правой части (12.12) с наименьшими значениями последнего члена правой части, встречающимися в практике.

Самые малые значения его $i_0 = \frac{V^2}{C^2 H}$ даже в условиях Нижней Волги изменяются в пределах 20—40 мм/км, т. е. $i_0 = 0,00002—0,00004$.

Таким образом, даже в этих предельных условиях последний член правой части все же в 12—20 раз больше суммы двух первых членов, поэтому ошибка от пренебрежения последними не будет выходить за пределы обычного уровня точности расчетов в речной гидравлике и точности измерений. Поэтому, пренебрегая первыми членами правой части уравнения движения, получаем его сокращенный вид

$$\frac{dz}{dx} = \frac{V^2}{C^2 R}.$$

Для плоского потока глубиной H это выражение получает вид

$$\frac{dz}{dx} = \frac{V^2}{C^2 H}, \quad (12.14)$$

где z , V , C , H являются функциями времени и пространства.

Этот результат означает, в частности, что в условиях развития паводков в реках фронт паводка перемещается со средней скоростью потока.

Здесь $\frac{dz}{dx}$ является уклоном свободной поверхности в паводок. Определяя значение скорости из последней формулы, получаем

$$V = C\sqrt{Hi},$$

т. е. обычную формулу Шези, которая означает, что связь сопротивлений со скоростью и относительной шероховатостью в условиях медленно изменяющегося неустановившегося движения остается той же, что и при установившемся равномерном режиме. А это является свидетельством того, что расчетные выражения для транспорта русловых грунтов и наносов, установленные для плоского потока равномерного режима, действительны и для медленно неустановившегося режима в силу отсутствия принципиальных различий в механизме плоских потоков указанных режимов.

Как увидим далее, некоторые принципиальные отличия, существенные для процессов перемещения русловых грунтов и наносов, появляются при рассмотрении этого же вопроса в речных потоках, не имеющих плоского характера.

2. Характерные черты поведения речного потока в паводок

Для русел речных потоков характерно наличие переменных глубин по ширине сечений. Это обстоятельство обуславливает неплоский характер фронта паводка, появление в потоке поперечных уклонов с наибольшими уровнями в середине сечения и вызываемых ими скоростей поперечного смещения масс потока на подъеме уровней к берегам и к середине на спаде.

Для теоретического описания этих явлений достаточно рассмотреть характер изменения средних продольных скоростей и отметок свободной поверхности на фронте паводка в двух смежных отсеках по ширине потока с различными глубинами.

Обозначим среднюю продольную скорость отсека меньшей глубины H_1 через V_1 и в отсеке большей глубины H_2 через V_2 , а расстояние между серединами этих отсеков через b .

Так как за время t массы потока первого отсека пройдут путь $s_1 = V_1 t$, а второго отсека $s_2 = V_2 t$, то смежные массы этих отсеков, начав на фронте паводка совместное движение, за время t потеряют взаимный контакт в силу того, что за это время массы второго отсека обгонят массы первого отсека на расстояние, равное $s_2 - s_1$.

В действительности такой обгон не может иметь места.

В процессах турбулентного обмена из первого отсека молярные массы, порожденные тормозящей поверхностью берега русла, вторгаются в поток в поперечном направлении и проходят на своем пути толщу первого отсека, а затем второго отсека и далее, теряя по пути энергию и скорости вторжения и приобретая по пути более высокие продольные скорости, которыми обладают основные массы потока проходимых отсеков. В то же время основные массы жидкости из этих отсеков перемещаются в обратном направлении с уменьшением продольных скоростей до значений, присущих проходимым отсекам.

Таким образом, в процессах турбулентного обмена массы потока из второго отсека переходят в первый отсек и далее непосредственно до берега, массы же из первого отсека переходят в состав второго отсека.

Поэтому, рассматривая в равномерном потоке движение всех масс, находящихся в объеме шириной $2B$ (полная ширина русла) и достаточно большой длины, приходим к выводу о том, что этот объем перемещается так, что за время t он пройдет в целом расстояние $s = Vt$, где V — средняя скорость всего потока.

Этот вывод, однако, находится в кажущемся противоречии со многими данными наблюдений, так как общеизвестно, что любое плавающее тело пройдет в середине потока за время t значительно большее расстояние, чем у берега, в области малых скоростей. Но эти факты не могут опровергнуть указанный выше вывод, ибо в данном случае нельзя судить о перемещениях масс потока по перемещениям плавающих тел в силу следующих соображений.

Осредненные по времени продольные скорости масс смежных отсеков остаются неизменными; в поперечном же направлении происходит непрерывное перемещение отдельных масс из ядра потока к берегам и одновременное перемещение от берегов в толщу потока, так же как это происходит при торможении потока в процессе турбулизации его дном. Поэтому даже и за

большее время все массы потока пройдут путь $s = Vt$, где V — средняя скорость всего сечения, хотя в каждый момент, в том числе и в конце отрезка времени t , продольные скорости в отсеках с меньшей глубиной будут меньше, чем на отсеках вертикалей с большей глубиной.

В плоском потоке фронт паводка является нормалью к направлению потока, в неплоских же потоках фронт паводка будет криволинейным, причем вид этой кривой будет подобен кривой распределения средних скоростей вертикали по ширине сечения.

Следовательно, при подъеме уровней в паводок пути, проходимые потоком в первом отсеке, в сравнении с условиями равномерного режима будут отличаться на величину x_1 , равную за единицу времени $x_1 = V_1 - V_{01}$. Здесь V_{01} — скорость при равномерном режиме, т. е. при глубине H_{01} и уклоне i_0 , и V_1 — средняя скорость на той же вертикали в начале паводка на фронте его, т. е. при уклоне i и глубине H , увеличенной в сравнении с H_{01} за счет подъема уровня на фронте паводка. Таким образом, за единицу времени на данной вертикали относительное продвижение фронта паводка будет равно

$$\begin{aligned} x_1 &= V_1 - V_{01} = \frac{H_1^{2/3} \sqrt{i}}{n} - \frac{H_{01}^{2/3} \sqrt{i_0}}{n} = \\ &= \frac{H_{01}^{2/3}}{n} \left[\left(\frac{H_1}{H_{01}} \right)^{2/3} \sqrt{i} - \sqrt{i_0} \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$H_1 = H_{01} + \frac{\partial H}{\partial x} (V_1 - V_{01}) \approx H_{01},$$

ввиду того что второй член правой части последнего выражения составляет менее тысячной доли значения первого члена. Поэтому

$$x_1 = \frac{H_{01}^{2/3} \sqrt{i_0}}{n} \left(\sqrt{1 + \frac{i_1}{i_0}} - 1 \right) = \frac{V_{01} i_1}{2 i_0}, \quad (12.15)$$

так как

$$\frac{H_{01}^{2/3} \sqrt{i_0}}{n} = V_{01}$$

$$i = i_0 + i_1$$

и в то же время в силу того, что $\frac{i_1}{i_0}$ всегда меньше единицы, то

$$\sqrt{1 + \frac{i_1}{i_0}} \approx 1 + \frac{i_1}{2 i_0}.$$

Повышение уровня на длине x_1 над уровнем равномерного режима будет равно $z_1 = i_1 x_1$.

В смежном отсеке, находящемся на расстоянии b от рассматриваемого, при большей глубине его H_2 продвижение фронта паводка будет большим и равным x_2 . Этот путь, исчисляемый аналогичным образом, будет равен

$$x_2 = \frac{H_{02}^{2/3} \sqrt{i_0}}{n} \frac{i_1}{2i_0} = \frac{V_{02} i_1}{2i_0}.$$

Повышение уровня над уровнем равномерного режима на этой длине, т. е. за единицу времени, будет равно $z_2 = i_1 x_2$.

Следовательно, на ширине b между смежными вертикалями появится за единицу времени разность отметок уровня, равная

$$z = z_2 - z_1 = i_1 (x_2 - x_1),$$

что вызовет появление местного поперечного уклона, равного

$$i_b = \frac{z}{b},$$

и возникновение поперечных скоростей смещения.

3. Поперечные уклоны и скорости смещения при паводке

Для определения поперечного уклона необходимо прежде всего установить значение z .

Подставляя значения x_1 ; x_2 , получаем, что

$$z = \frac{i_1^2 H_{01}^{2/3} \sqrt{i_0}}{2i_0 n} \left[\left(\frac{H_{02}}{H_{01}} \right)^{2/3} - 1 \right].$$

Значение H_{02} может быть представлено в виде

$$H_{02} = H_{01} + b \frac{dH}{db}.$$

Тогда последнее выражение получает вид

$$z = \frac{i_1^2 V_{01}}{2i_0} \left[\left(1 + \frac{b}{H_{01}} \frac{\partial H}{\partial b} \right)^{2/3} - 1 \right], \quad (12.16)$$

где

$$V_{01} = \frac{H_{01}^{2/3} \sqrt{i_0}}{n}.$$

Теперь опускаем вторые индексы у глубин и скоростей в силу того, что далее они уже не будут необходимы.

Дальнейший анализ этого вопроса требует наличия выражения, описывающего форму русла, чтобы определить значение $\frac{b}{H} \frac{dH}{db}$. Для этого заданные сечения русла надо

трансформировать в симметричные приведенные сечения, форма которых описывается выражением (см. главу V)

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{b}{B} \right)^r.$$

Дифференцируя его, получаем

$$\frac{b}{H} \frac{dH}{db} = r,$$

и подставляя в формулу для z , имеем

$$z = \frac{i_1^2 V_0}{2i_0} [(1+r)^{2/3} - 1].$$

Эта формула упрощается, имея в виду, что

$$(1+r)^{2/3} \approx 1 + 0,65r,$$

как это видно из следующего ряда:

r	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5
$(1+r)^{2/3}$	1,035	1,07	1,137	1,26	1,37	1,49	1,6	1,84
$1+0,65r$	1,033	1,065	1,13	1,26	1,39	1,52	1,65	1,97

В связи с этим расчетная формула получает окончательный вид

$$z = \frac{0,65 r i_1^2 V_0}{2i_0}. \quad (12.17)$$

Здесь z является перепадом уровней в поперечном направлении на расстоянии b с местным значением поперечного уклона $i_b = \frac{z}{b}$. Наличие уклона вызывает поперечное смещение потока со средней скоростью V_b , значение которой определяется на основании следующих соображений.

Возьмем такое расстояние между смежными отсеками b , которое массы потока в поперечном направлении со средней по вертикали скоростью V_b проходят за одну секунду. Тогда $b = V_b$ и, следовательно,

$$z = i_b b = i_b V_b.$$

Равенство последнего выражения для z и (12.17) дает связь продольных и поперечных уклонов и средних скоростей

$$z = i_B V_B = \frac{0,65 r i_1^2 V_0}{2 i_0} \quad (12.18)$$

Имея же в виду, что

$$V_B = \frac{H^{2/3} \sqrt{i_B}}{n},$$

$$V_0 = \frac{H^{2/3} \sqrt{i_0}}{n}$$

и что

$$\frac{V_B}{V_0} = \sqrt{\frac{i_B}{i_0}},$$

получаем

$$\frac{V_B}{V_0} = \sqrt{\frac{i_B}{i_0}} = \frac{0,65 r i_1^2}{2 i_0 i_B}.$$

Из этого равенства следует, что

$$\frac{i_B}{i_1} = 0,47 r^{2/3} \left(\frac{i_1}{i_0} \right)^{1/3},$$

$$\frac{i_B}{i_0} = 0,47 r^{2/3} \left(\frac{i_1}{i_0} \right)^{4/3}. \quad (12.19)$$

Следовательно,

$$\frac{V_B}{V_0} = \sqrt{\frac{i_B}{i_0}} = 0,69 r^{1/3} \left(\frac{i_1}{i_0} \right)^{2/3}, \quad (12.20)$$

где V_0 — указанная выше средняя продольная скорость вертикали глубиной H .

Для иллюстрации ниже приведены значения $\frac{i_B}{i_1}$; $\frac{V_B}{V}$ для различных темпов нарастания уровней в паводок, соответствующих значениям дополнительных уклонов: $i_1 = (0,16; 0,64; 3,2) \cdot 10^{-5}$ для русел различной формы с характеристикой r , равной 0,1; 0,25; 0,6; 1,0 и 1,5, при уклоне равномерного режима, равном $i_0 = 40 \cdot 10^{-5}$, при средней скорости $V = 1,75$ м/сек.

l	V_B/V				
	$r = 0,1$	$r = 0,25$	$r = 0,6$	$r = 1,0$	$r = 1,5$
$i_1 \cdot 10^{-5} = 0,16$	0,008	0,011	0,013	0,017	0,02
$i_1 \cdot 10^{-5} = 0,64$	0,021	0,027	0,033	0,043	0,05
$i_1 \cdot 10^{-5} = 3,2$	0,058	0,077	0,094	0,02	0,14

Полученные результаты свидетельствуют о том, что линия фронта паводка, которая в плоском потоке была нормальной к плоскости движения, в речных потоках с различными глубинами по ширине будет криволинейной в соответствии с распределением средних продольных скоростей отдельных вертикалей по ширине сечения.

Поэтому в поперечном сечении на подъеме паводка уровни возрастают от берегов к середине потока симметричного сечения, а на спаде они уменьшаются к середине потока.

Появление поперечных уклонов вызывает возникновение поперечных смещений потока со средними скоростями этого смещения V_B . Отношение скоростей смещения к продольным тем больше, чем неравномернее изменение глубин в сечении (чем больше r) и чем больше дополнительный уклон паводка.

Появление этих поперечных смещений в паводок оказывает следующее влияние на процессы перемещения наносов.

Транспортная способность потока не изменяется в сравнении с условиями равномерного режима при равных глубинах и скоростях потока, так как они определяются продольными скоростями потока. Но появление скоростей поперечного смещения в потоке способствует выравниванию концентраций наносов по ширине потока.

В период подъема уровней сток и концентрация наносов увеличиваются, а так как массы потока с большей концентрацией перемещаются по стрежню реки с большей скоростью, чем в остальной части сечения, то концентрация потока в отсеках с наибольшими глубинами должна была бы возрастать в сравнении со смежными отсеками даже и при поперечном массообмене.

Появление поперечных смещений на подъеме уровней выравнивает распределение концентраций по ширине потока.

В условиях спада уровней сток и концентрация наносов уменьшаются; и это уменьшение прежде всего должно было сказаться в массах отсеков потока с наибольшими глубинами, по которым поступает относительно осветленная вода. Возникновение же в условиях спада поперечных смещений потока от берегов к середине ведет к выравниванию распределения концентраций по сечению.

Изложенные соображения свидетельствуют о том, что аппарат анализа и расчета одномерных русловых процессов в потоках прямолинейного очертания, установленный для условий постоянных во времени расходов воды, можно использовать для анализа и в условиях паводков в реках.

При этом действительные графики изменения во времени расходов потока, русловых наносов, уровней и уклонов могут быть трансформированы в ступенчатые с определенными постоянными их значениями для этих ступеней.

§ 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Русловые процессы на реках вызываются, во-первых, долговременными геологическими процессами, протекающими в геологических масштабах времени, во-вторых, годовыми и сезонными колебаниями в режиме стока воды и наносов в пределах многолетнего гидрологического цикла и, в-третьих, инженерными воздействиями на русловый режим рек сооружениями, как не изменяющими естественного режима стока, так и полностью реконструирующими последний.

Влияние комплекса основных физико-географических и инженерных факторов на русловые процессы осуществляется передаточным механизмом явлений, рассматриваемых в различных отраслях науки.

2. Основа руслового режима рек определяется длительными процессами формирования естественных русел, в результате которых достигается относительно стабильное состояние. В основном оно определяется тем, что в моменты прекращения поступления наносов речной поток должен иметь такую форму русла, при которой деформации размыва русла ~~становятся невозможными~~.

Эта форма русла характерна тем, что продольный уклон его связан с относительной шероховатостью русла формулой (12.1), а соотношение главных геометрических характеристик сечения связано с гидравлическими характеристиками формулой (12.4).

Эти соотношения характеризуют исходный фон, на котором развиваются русловые деформации и процессы, вызываемые неравенством действительных и потенциальных расходов перемещения русловых грунтов и наносов.

3. Теоретический анализ русловых процессов требует наличия исходной системы уравнений, описывающих состав и взаимосвязь основных динамических факторов. В эту систему входят:

а) уравнение (11.15), определяющее способность потока по транспорту русловых наносов, имеющих решающее значение в русловых деформациях на транзитном потоке;

- б) уравнение деформации (12.5);
- в) уравнение (12.6), а также уравнение связи изменений сопротивлений с изменением скоростей, глубин, уровней свободной поверхности потока и дна его (12.5) и
- г) дополнительные связи в виде описания формы русла и изменения местных расходов русловых наносов по длине района деформации.

Решение этой системы уравнений при заданных исходных условиях и условиях на границах должно привести к установлению расчетных связей, определяющих:

- а) форму продольного профиля дна и свободной поверхности потока для любого момента развития деформации;
- б) объемы деформаций и скорости распространения деформации по длине потока и
- в) характеристики конечного состояния потока и русла (свободная поверхность и дно потока).

Изменения всех характеристик состояния потока и русла для любого момента времени должны быть установлены в конце концов в функции только продольной координаты, поэтому получаемые результаты будут решениями одномерной теории деформаций русла.

4. Обычно процессы формирования и деформаций русла происходят в периоды неустановившегося режима потока, в котором расходы водной фазы потока изменяются во времени. Учет неустановившегося режима потока в анализе деформаций средствами одномерной теории вызвал бы весьма существенные осложнения, поэтому одномерная теория установлена для исследования деформаций транзитного русла потока лишь для условий постоянных расходов водной фазы потока.

Однако аппарат одномерной теории может быть использован и для условий изменения во времени расходов, скоростей и уровней потока путем превращения кривых непрерывных изменений этих величин во времени в ступенчатый график, для каждой ступени которого значения расходов потока, скоростей и уровня являются постоянными.

Анализ возможности использования одномерной теории русловых процессов в условиях неустановившегося режима потока показал, что для речных паводков, характерных медленно изменяющимся неустановившимся режимом движения, использование одномерной теории является правомерным.

Появляющиеся в условиях подъема и спада уровней поперечные уклоны вызывают поперечные скорости смещения масс потока. Однако появление поперечных скоростей смещения не изменяет уровня транспортной способности потока в паводок в сравнении с условиями равномерного режима при одинаковых средних скоростях и глубинах потока.

ПРОЦЕССЫ ЗАНЕСЕНИЯ И ЗАИЛЕНИЯ ВЕРХНИХ БЬЕФОВ РЕГУЛИРУЮЩИХ ВОДОХРАНИЛИЩ

§ 1. ЗАНЕСЕНИЕ ВОДОХРАНИЛИЩА РУСЛОВЫМИ НАНОСАМИ И ПОВЫШЕНИЕ РУСЛА РЕКИ ВЫШЕ ВОДОХРАНИЛИЩА

1. Введение

Вначале необходимо рассмотреть общий состав основных русловых процессов, вызываемых созданием регулирующих водохранилищ.

Той отправной схемой развития, в анализе которой можно ограничиться учетом лишь наиболее существенных факторов, является плоская задача.

Случаи и условия, в которых переход от плоской задачи к пространственным условиям влечет за собой появление принципиально существенных изменений результатов решений для плоской задачи, будут отмечены специальными замечаниями.

Принципиальная схема процессов, вызываемых созданием подпертого бьефа в условиях плоской задачи, представлена на рис. 47 (схема 1).

На ней представлен поток равномерного режима с глубиной H_0 и расходом q_0 , текущий в деформируемом русле уклона i_0 , несущий с собой русловые наносы с расходом $g_{H_0}^r$ и нерусловые наносы в количестве, равном ρq , где ρ — объемная концентрация последних.

Плотина разобцает поток на верхний и нижний бьефы, вызывая в каждом из них совершенно различные процессы, развивающиеся одновременно.

В верхнем бьефе возникают одновременно процессы заиления и занесения водохранилища, вызывающие в то же время и повышение русла реки выше выклинивания подпора.

В нижнем бьефе возникают процессы местного приплотинного размыва и общего размыва русла нижнего бьефа на значительную длину, вызывающие и понижение уровня в нем.

В настоящей главе рассматриваются лишь процессы, развивающиеся в верхнем бьефе.

2. Деформации русла, вызванные процессом занесения

Будем предполагать, что наполнение верхнего бьефа произошло на полную высоту за небольшой период, окончание которого и будем считать начальным этапом развития деформаций.

Описание возникающих с этого времени деформаций будет более компактным, если рассматривать развитие деформаций за-

несения самостоятельно от процессов заиления. Условия их одновременного развития получим затем совмещением основных характеристик обоих процессов.

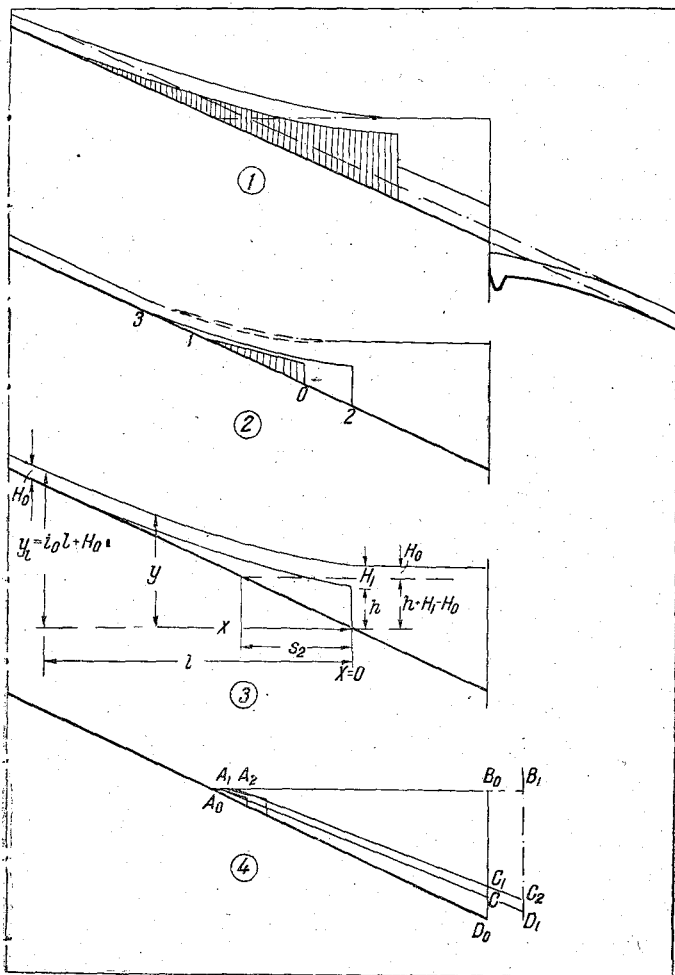


Рис. 47. Продольный профиль занесения и заиления водохранилища и повышения русла выше водохранилища.

Прежде всего рассмотрим процесс занесения водохранилища русловыми наносами. С начального момента времени русловые наносы в районе выклинивания подпора попадают в область пониженных скоростей потока, в которой способность потока по транспорту русловых наносов резко уменьшается.

В связи с этим все русловые наносы, дошедшие до водохранилища за время t , аккумулируются, заняв некоторый объем в нем, с уступом, обращенным в сторону плотины, имеющим угол естественного откоса русловых грунтов в воде (на схеме 1 рис. 47 из-за неравенства вертикального и горизонтального масштабов откос представлен вертикальной линией). Но часть русловых наносов при этом неизбежно будет аккумулироваться в русле и выше водохранилища.

Если в момент t_1 призма аккумуляции русловых наносов занимала положение $0-1$ (схема 2), то за время Δt вновь поступит объем их, равный $\left(\frac{g_{H_0} \Delta t}{m_0}\right)$, где m_0 — относительная плотность наносов в свежих отложениях и g_{H_0} — расход русловых наносов на единицу ширины потока в беспустотной породе, определяемой уравнением транспорта.

Этот объем прежде всего пойдет на наращивание уступа (по длине водохранилища от 0 до 2). Но для этого поток должен пройти дополнительный путь от места начального выклинивания водохранилища до конца уступа, сохраняя на этом пути уклоны и средние скорости, достаточные для того, чтобы донести русловые наносы до уступа в водохранилище. Для этого поток неизбежно должен использовать падение уровней в реке выше водохранилища на участке тем большем, чем большее расстояние он должен пройти до уступа в водохранилище. Это и вызывает снижение уклонов свободной поверхности на данной длине. Оно выражается в том, что кривая свободной поверхности, имевшая в момент t_1 длину l_1 с разницей уровней Δz_1 , в следующий момент будет иметь значительно большую длину l_2 , один конец которой перемещается в водохранилище в сторону плотины, а другой перемещается вверх по реке; причем вся кривая свободной поверхности одновременно перемещается и вверх по вертикали.

Повышение кривой свободной поверхности влечет за собой повышение и дна русла, ибо для транспорта русловых наносов, идущих на наращивание уступа в водохранилище, необходимо сохранение достаточных средних скоростей потока, постепенно уменьшающихся от значений V_0 равномерного режима до значений V_1 на уступе в водохранилище. Поэтому для наращивания уступа в водохранилище поток должен поднять отметки русла на всей длине l , что он может сделать лишь аккумуляцией части русловых наносов на длине l_2 .

Выяснив эту качественную картину, необходимо теперь приступить к теоретическому ее описанию. Трудность же описания состоит в том, что гидравлические характеристики потока определяются деформациями, режим и характеристика которых определяются в свою очередь искомыми гидравлическими характеристиками потока.

Дальнейшее изложение облегчается, если сразу запишем результат специального анализа по установлению одной из отправных характеристик режима потока, представленной на схеме 3 рис. 47, а именно отношения $\frac{s_2}{l}$.

Здесь l является полной длиной кривой подпора, а s_2 , как видно из схемы, является горизонтальной проекцией длины уступа призмы занесения в водохранилище, равной

$$s_2 = \frac{h + H_1 - H_0}{i_0}. \quad (13.1)$$

Выражение же $h + H - H_0$ равно разности местной глубины водохранилища в створе уступа $h_1 + H$ и глубины равномерного режима.

Отношение (13.1) в итоге специального анализа оказывается практически постоянным для условий как плоской, так и пространственных задачи и равным в среднем

$$\frac{s_2}{l} = 0,3. \quad (13.2)$$

Отметим лишь использованные пути установления этого отношения.

Первый путь состоит в следующем. Величина $l - s_2$ является частью длины подпора, на которой при равномерном режиме (до формирования призмы занесения) падение было равно

$$h_w = i_0 (l - s).$$

При наличии призмы занесения общей длиной l то же падение будет иметь место на длине l и будет равно по уравнению (12.7)

$$h_w = \int_0^b \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{aV^2}{2g} \right) + \frac{\lambda}{H} \frac{V^2}{2g} \right] dx,$$

где V , H — переменное значение средней скорости и глубины на длине l , а λ — безразмерное путевое сопротивление, равное $\frac{2g}{C^2}$.

Интегрирование этого уравнения при различных видах изменения V по длине x должно дать значение h_w , точно равное h_w , причем равенство их и дает уравнение, решение которого определяет значение $\frac{s_2}{l}$.

Второй использованный путь состоял в следующем. Отношение объемов русловых наносов за время Δt , идущих лишь на продвижение уступа в водохранилище ω_w , к общему их объему ω , поступающему из реки в область подпора, при достаточно

больших отношениях $\frac{l}{H_0}$ может быть принято постоянным. Исходя из этого положения, также оказывается возможным получить уравнение, решение которого дает значение отношения $\frac{s_2}{l}$.

Есть и третий путь определения значения этого отношения, который состоит в определении объемов призмы занесения по мгновенным профилям призмы (при различных допущениях о режиме связи скоростей и глубин с абсциссой x в области подпора) с последующим определением отношения объемов и общего объема русловых наносов, принесенных рекой на формирование этой призмы. Такой путь дает одновременно возможность установить наиболее вероятный режим связи $V=f(x)$, $H=f_1(x)$.

При этом оказывается возможным определить значения $\frac{s_2}{l}$ не только для плоского потока, но и для пространственных условий излива речного потока в водохранилище (для случаев призматической формы сечения русла, а также для пирамидальной и конической форм сечений самого водохранилища при различных отношениях ширины русла к ширине водохранилища).

Этими путями установлено, что отношение $\frac{s_2}{l}$ колеблется в разных условиях в небольших пределах (от 0,26 до 0,34) с преобладанием значения, равного 0,3, которое и принято для анализа последующего круга вопросов. При этом было установлено, что достаточно приемлемым является допущение, что в пределах кривой подпора средние скорости и средние глубины потока изменяются линейно пропорционально абсциссе $\frac{x}{l}$, отсчитываемой от уступа вверх по течению.

3. Свободная поверхность потока в районе выклинивания подпора

Приведенный выше результат позволяет прежде всего определить вид свободной поверхности в пределах подпора исходя из того, что местные уклоны в пределах кривой подпора будут иметь следующие граничные условия:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = i_0,$$

т. е. в конце кривой подпора режим потока будет равномерен с уклоном i_0 .

А на уступе при $x=0$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = i_1,$$

где i_1 будет уклоном свободной поверхности в водохранилище непосредственно перед уступом.

Общим выражением для местных уклонов, удовлетворяющим указанным условиям на границах, является

$$\frac{dy}{dx} = a \left(\frac{x}{l} \right)^n + i_1,$$

где $a = i_0 - i_1$.

Упомянутый выше анализ установления значений $\frac{s_2}{l}$ попутно приводит к выводу о том, что значение n близко к единице, поэтому

$$\frac{dy}{dx} = (i_0 - i_1) \frac{x}{l} + i_1. \quad (13.3)$$

Откуда следует, что

$$y = (i_0 - i_1) \frac{x^2}{2l} + i_1 x + D.$$

Постоянная интегрирования определяется тем, что при $x=0$ значение y будет равно местной глубине водохранилища у уступа, равной $h + H_1$ (схема 3), поэтому

$$y = (i_0 - i_1) \frac{x^2}{2l} + i_1 x + H_1 + h. \quad (13.4)$$

Это выражение будет мгновенным профилем свободной поверхности.

При $x=l$ имеем $y_l = i_0 l + H_0$ (схема 3 рис. 47), подставляя его в последнее выражение, получаем

$$i_0 l + H_0 = \frac{(i_0 - i_1) l}{2} + i_1 l + h + H_1.$$

Имея в виду, что $H_1 + h_1 - H_0 = i_0 s$, получаем это равенство в виде

$$(i_0 - i_1) l = \frac{(i_0 - i_1) l}{2} + i_0 s_2,$$

откуда следует, что

$$1 - \frac{i_1}{i_0} = \frac{2s_2}{l}.$$

А так как $\frac{s_2}{l} = 0,3$, то, следовательно,

$$\frac{i_1}{i_0} = 0,4, \quad (13.5)$$

т. е. уклон потока на уступе призмы занесения в два с половиной раза меньше уклона реки при равномерном режиме.

4. Глубина и концентрация в створе уступа призмы занесения в водохранилище

Так как часть русловых наносов, вступающих в область подпора, аккумулируется по пути до уступа, то расход перемещения русловых наносов на створе уступа, равный $g_H = \rho_1 q$, будет меньше расхода наносов, приносимого рекой, равного $g_{H_0} = \rho_0 q$, где q — расход потока. Используя уравнение (11.5) для определения их отношения, получаем, имея в виду, что крупность грунтов в обоих створах остается одинаковой,

$$\frac{g_{H_1}}{g_{H_0}} = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{H_0}{H} \left(\frac{V_1}{V_{H_1}} \right)^{3,33} \left(\frac{V_{H_0}}{V_0} \right)^{3,33} \quad (13.6)$$

Следует иметь в виду, что $V_1 = \frac{q}{H_1}$; $V_0 = \frac{q}{H_0}$ и

$$V_H = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}} \approx 1,33 \frac{H^{1/6}}{k_5^{1/6}} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}}$$

Шероховатость русла и крупности в обоих створах будут одинаковы потому, что даже при донногрядном режиме, в котором на длине гряды отношения $\frac{\rho_1}{\rho_0}$ изменяются почти от нуля до 2,0, крупность перемещаемых зерен остается неизменной.

Поэтому

$$\left(\frac{k_{50}}{k_{51}} \right)^{1/6} \sqrt{\frac{k_1}{k}} = 1; \quad n = n_0.$$

Используя эти формулы и значения, получаем выражение (13.6) в виде

$$\frac{g_{H_1}}{g_{H_0}} = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{4,89} \quad (13.7)$$

Из равенства $q = V_0 H_0 = V_1 H_1$ (а),

где

$$V_1 = \frac{H_1^{2/3} \sqrt{i_1}}{n_1}; \quad V_0 = \frac{H_0^{2/3} \sqrt{i_0}}{n_0},$$

следует, что при $n_1 = n_0$

$$H_1^{5/3} \sqrt{i_1} = H_0^{5/3} \sqrt{i_0}.$$

Откуда

$$\frac{i_1}{i_0} = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{3,33}$$

Имея же в виду (13.7), получаем

$$\frac{i_1}{i_0} = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{3,33} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{0,68} \quad (13.8)$$

И так как $\frac{i_1}{i_0} = 0,4$, то

$$\frac{H_1}{H_0} = 1,32, \quad (13.9)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{4,89} = 0,26.$$

Для условий пространственной задачи необходимо дополнительно установить (по гидрографическим данным) специальные гидроморфометрические связи геометрических и гидравлических характеристик устьевых участков рек (средние глубины и ширины, уклоны, средние скорости и расходы отдельных русел и соотношения их с характеристиками основного русла до отделения рукавов).

5. Уравнение деформации занесения и скорости ее распространения

В рассматриваемых условиях плоской задачи установленные соотношения $\frac{i_1}{i_0}$, $\frac{H_1}{H_0}$, $\frac{\rho_1}{\rho_0}$ и выражения для профиля свободной поверхности позволяют далее определить уравнения мгновенного профиля деформации и объемов деформации. Так как в пределах подпора глубины изменяются линейно пропорционально длине

$$H = H_1 - (H_1 - H_0) \frac{x}{l}, \quad (13.10)$$

то вычитанием этих глубин из профиля свободной поверхности по (13.4) получаем уравнение мгновенного профиля русла в виде

$$\begin{aligned} z = i_0 s_2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \left(i_0 - \frac{2i_0 s_2}{l} \right) x + (H_1 - H_0) \frac{x}{l} + \\ + i_0 s_2 - H_0 - H_1. \end{aligned} \quad (13.11)$$

Здесь z — отметки дна русла.

Общий объем деформаций занесения для данного момента времени, очевидно, будет равен для плоского потока

$$W = \int_0^l z dx = \frac{i_0 l^2}{2}.$$

После интегрирования и простых преобразований получаем, что это выражение равно

$$W = l \left(\frac{i_0 s_2}{3} - \frac{H_1 + H_0}{2} \right) = l \left(\frac{h}{3} - \frac{H_1 - H_0}{6} \right) \quad (13.12)$$

Отметим попутно возможность получения отношения объема клина занесения в водохранилище W_B

$$W_B = \frac{h s_2}{2} = 0,15 hl$$

к общему объему занесения

$$\frac{W_B}{W} = \frac{0,15 hl}{l \left(\frac{h}{3} - \frac{H_1 - H_0}{6} \right)}$$

Но выше получено, что $H_1 = 1,32 H_0$, поэтому

$$\frac{W_B}{W} = \frac{0,45}{1 - \frac{H_0}{6,25h}} \quad (13.13)$$

Это отношение действительно только для $\frac{h}{H_0} > 0,3$.

При $\frac{h}{H_0} > 3$ это отношение с точностью 5% оказывается приближенно равным 0,48—0,5, асимптотически приближаясь с ростом $\frac{h}{H_0}$ к 0,5.

Так как $H_1 = 1,32 H_0$ и $s_2 = 0,3 l$, то общий объем деформации занесения по выражению (13.12) будет равен

$$W = \frac{i_0 l^2}{10} - \frac{H_0 l}{6,3} \quad (13.14)$$

Но в то же время этот объем будет равен объему наносов, принесенному рекой за время t от начала деформации, равному

$$W = \frac{g_{H_0} t}{m_0},$$

где m_0 — относительная плотность наносов в свежих отложениях, g_{H_0} — расход наносов в беспустотной породе, приносимый в район занесения потоком равномерного режима, определяемый уравнением транспорта.

Подставляя это значение в предпоследнее выражение, получаем уравнение распространения деформаций в функции времени в форме

$$\frac{i_0 l^2}{10} - \frac{H_0 l}{6,3} = \frac{g_{H_0} t}{m_0} \quad (13.15)$$

Решение этого уравнения дает возможность определить длину деформации занесения в функции времени и скорость ее распространения

$$l = \frac{0,8 H_0}{i_0} + \sqrt{\frac{0,635 H_0^2}{i_0} + \frac{10 g_{H_0} t}{m_0 i_0}} \quad (13.16)$$

Лишь эти итоги позволяют получить решение дифференциального уравнения деформации.

Интегралом его будет являться уравнение, определяющее значение местного расхода перемещения русловых наносов на створе x в момент времени t .

Местный расход перемещения русловых наносов g_H на створе с глубиной потока H может быть определен из (13.7) в виде

$$g_H = g_{H_0} \left(\frac{H_0}{H} \right)^{4,89}$$

Так как

$$H = H_1 - (H_1 - H_0) \frac{x}{l},$$

то

$$g_H = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{4,89} \frac{g_{H_0}}{\left[1 - \left(1 - \frac{H_0}{H_1} \right) \frac{x}{l} \right]^{4,89}}, \quad (13.17)$$

где l по (13.16) является функцией времени.

Последнее уравнение, определяя значение g_H в функции x , t , в общем виде имеет вид

$$f(g_H; x; t) = 0$$

и будет являться интегралом уравнения деформации, обеспечивающим возможность определения g_H в районе деформации занесения для любого момента времени от начала процесса занесения на любом створе.

Для пространственных условий в уравнение деформации войдет описание русла.

На конечной стадии процесса занесения водохранилища значение s_2 станет равным полной длине бьефа

$$s_2 = \frac{H_{пл}}{i_0},$$

где $H_{пл}$ — высота плотины.

Полная же длина подпора будет равна

$$L = \frac{H_{пл}}{0,3 i_0}.$$

При этом отметка свободной поверхности потока в месте начального выклинивания уровня водохранилища по (13.4) будет равна

$$y_0 = 1,09H_{пл} = 1,09i_0L,$$

г. е. уровень воды в этом месте повысится на величину

$$y_0 - H_{пл} = 0,09H_{пл}, \quad (13.18)$$

и, следовательно, дно может оказаться выше начального уровня потока в этом же створе.

Таким образом, в конце данной стадии не только русло, но и вся пойма будут уже значительно выше исходных отметок, вследствие чего вся прежняя долина окажется погребенной под толщей наносов призмы занесения.

После полного занесения водохранилища наступает стадия общего поднятия всего верхнего бьефа, на которой отметки дна и русла будут повышаться на все большей и большей длине, пока продольный профиль русла и поймы выше водохранилища (к тому времени полностью исчезнувшего) не поднимется на полную высоту плотины. Это и будет конечной фазой процесса¹.

Рассмотренное выше развитие процесса занесения водохранилища и повышения русла в районе выше водохранилища уже наблюдается на многих гидроузлах [9].

Дальнейшая разработка изложенных выше вопросов приводит к исходным положениям теории устьевых процессов, разъясняющей:

а) процессы образования устьевых островов с отметками их выше уровня высоких вод в русловой устьевой сети и

б) процессы постепенного развития дельты как в сторону озер, водохранилищ и моря, так и вверх по течению реки, следствием чего и является неизбежность прорывов (даже в условиях обвалования), ведущих к образованию новых основных русел и отмиранию некоторой части рукавов прежней русловой устьевой сети.

§ 2. ПРОЦЕССЫ ЗАИЛЕНИЯ ВОДОХРАНИЛИЩА

1. Осаждение наносов

Одновременно с русловыми наносами поток вносит в водохранилище и нерусловые наносы.

На начальном этапе (пока занесение еще мало) нерусловые наносы, входя в пространство непрерывно уменьшающихся ско-

¹ Гидравлические вопросы процесса занесения верхнего бьефа, изложенные выше, были рассмотрены совместно с В. И. Полтавцевым. Экспериментальный анализ этого процесса и излагаемого в следующей главе процесса общего размыва нижнего бьефа выполнен В. И. Полтавцевым, Н. Б. Барышниковым, Г. А. Ивановым и дипломантами выпусков 1955—1957 гг.

ростей водохранилища, переходят в русловые и затем (в области малых скоростей потока) вступают в стадию полной аккумуляции более крупных фракций состава их.

По мере формирования уступа призма занесения нерусловые наносы с конца уступа сразу входят в область осаждения с резко уменьшенными средними скоростями потока в водохранилище.

Основные итоги имеющегося в литературе [2] анализа процессов осаждения могут быть представлены в следующем кратком изложении.

Каждое зерно в пространстве осаждения будет опускаться ко дну под действием избыточного веса, проходя вниз за время dt путь dy со скоростью, равной гидравлической крупности зерен ω , и вдоль водохранилища путь dx со скоростью, которую без заметной ошибки можно принять равной местной скорости потока u . Это выражается равенством

$$dt = \frac{dy}{\omega} = \frac{dx}{u}.$$

Отсюда следует, что зерно опустится на глубину H , пройдя в равномерном потоке путь, равный

$$s = \frac{VH}{\omega} = \frac{q}{\omega}. \quad (13.19)$$

Турбулентное состояние потока вызывает отклонения значения s для отдельных зерен одинаковых размеров и веса, распределяющиеся по закону Гаусса. Однако центр этого распределения будет находиться на расстоянии s , определяемом последней формулой.

Но зерна имеют различные размеры и вес, так как взвешенные наносы представляют собой смесь зерен различных фракций. В каждой из фракций размеры зерен изменяются в пределах от $k_{\text{макс}}$ до $k_{\text{мин}}$. Отношение этих размеров, называемое шагом шкалы крупности, в классификации, наиболее удобной для потребностей динамики русловых потоков, равно 3,0.

В силу различий размеров и веса отдельных зерен каждой фракции значения s по последней формуле будут разными, от s_1 до s_2 . Отношение $\frac{s_2 - s_1}{s}$ характеризует рассеяние зерен при осаждении, вызванное неоднородностью зерен.

Анализ вопроса об относительной роли этого рассеяния и рассеяния, вызываемого турбулентным режимом потока, показал, что рассеяние, определяемое неоднородностью зерен, обычно имеет более важную роль. Поэтому в практических задачах по расчету осаждения достаточно принимать во внимание лишь фактор неоднородности зерен.

В потоках неравномерного режима при линейном уменьшении скоростей потока в пространстве осаждения (плоская задача) длина осаждения увеличивается вдвое в сравнении с равномерным потоком той же глубины, что и наибольшая глубина при линейном уменьшении средних скоростей потока. В пространственных условиях осаждения наносов в водохранилище, когда средние скорости по длине уменьшаются пропорционально квадрату расстояний, действительная длина осаждения увеличивается втрое, т. е. в общем случае пространственных условий осаждения

$$s = \alpha \frac{VH}{\omega}, \quad (13.20)$$

причем значение α будет больше 2, приближаясь к $\alpha=3$.

2. Совмещенное влияние процессов занесения и заиления водохранилища на уменьшение его свободной емкости

С каждым годом свободная емкость водохранилища уменьшается вследствие процессов занесения (роста и продвижения объема занесения в самом водохранилище) и заиления (постепенного поднятия отметок дна водохранилища на всем его протяжении).

По мере уменьшения свободной емкости водохранилища условия осаждения наносов ухудшаются, в связи с чем объем ежегодного осаждения постепенно уменьшается.

Чтобы выяснить основную тенденцию постепенного уменьшения объема осаждения с уменьшением оставшейся свободной емкости водохранилища, рассмотрим схему 4 рис. 47.

На ней представлен контур водохранилища в исходном положении $A_0D_0B_0$ и затем в двух промежуточных, друг за другом следующих положениях, создающихся в процессах заиления и занесения водохранилища.

За каждый из этих периодов в водохранилище возникает объем занесения русловыми наносами, а за ним на протяжении всего водохранилища объем заиления. При продвижении уступа занесения часть ранее осажденных наносов будет погребена под призой занесения.

Для упрощения усредним профиль занесения и заиления в наклонные прямые, причем в пределах длины осаждения, которую примем равной длине водохранилища; толщина слоя осаждения будет увеличиваться по мере удаления от начала водохранилища по следующим причинам. Чем дальше будет находиться створ в водохранилище от места впадения реки, тем меньше будут средние скорости потока в водохранилище; следовательно, тем большая часть фракций взвешенных наносов может выпадать на дно при уменьшенных скоростях потока.

В этом же направлении формируется дно водохранилища и механизм «придонного потока высокой плотности», о котором далее приводится специальное замечание.

В составе взвешенных наносов, выносимых рекой в водохранилище, всегда имеются зерна весьма широкого диапазона крупностей, вплоть до мелкоглинистых частиц, осаждение которых на дно возможно лишь на весьма большом пути. В водохранилищах любого размера, когда при эксплуатации практически заметна роль процессов осаждения взвешенных наносов, в составе их имеются зерна, длина осаждения которых равна длине водохранилища.

Объемную концентрацию всех тех взвешенных наносов, которые могут осаждаться в водохранилище при начальном его объеме, обозначим $\rho_{вз}$.

Положим, что за первый сезон эксплуатации водохранилища в результате процессов осаждения продольный профиль дна A_0D_0 займет положение A_1D_1 . И если плотина была расположена в створе D , то после первого сезона эксплуатации длина осаждения A_1D_1 станет уже больше начальной длины водохранилища A_0D и часть слоя аккумуляции взвешенных наносов уже выйдет за пределы створа плотины и окажется вынесенной за плотину в нижний бьеф, т. е. за пределы водохранилища будет вынесен отрезок объема заиления D_0D_1 .

Рассматривая объем водохранилища $A_1B_1D_1$ и имея в виду, что треугольники $A_1B_1D_1$ и A_1B_0C подобны, можно написать, что отношение объема занесения на длине A_1C , равного $A_1A_2C_1C$, к объему водохранилища на той же длине A_1C , равного A_1B_0C , будет равно отношению объемов и

$$\frac{A_1A_2C_1C}{A_1CB_0} = \frac{A_1A_2C_2D_1}{A_1B_1D_1} \quad (13.21)$$

Но $A_1A_2C_2D_1$ равно $A_0A_1CD_0$ — объему заиления за первый сезон, который обозначим ΔW_0 . Объем же $A_1A_2C_1C$ — заиления за второй сезон — обозначим ΔW .

Соответственно объем $A_1B_1D_1$, равный начальному объему водохранилища $A_0B_0D_0$, обозначим W_0 и объем водохранилища A_1B_0C , оставшийся свободным после первого сезона эксплуатации, W . Тогда последнее равенство получает вид

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta W_0}{W_0}$$

За первый сезон эксплуатации длительностью Δt в водохранилище выпадают взвешенные наносы указанных выше крупностей. Их объем за время Δt , измеренное в годах, будет равен $\Delta W_0 = \rho_{вз} Q \Delta t$, где $\rho_{вз}$ — объемная концентрация взвешенных наносов в беспустотной породе и Q — годовой водный сток потока. Надо при этом иметь в виду, что при относительной плотности

m_0 объем, занятый этим количеством взвешенных наносов в свежих отложениях, будет равен

$$\Delta W_0 = \rho_{вз} \frac{Q \Delta t}{m_0}.$$

Поэтому предпоследнее равенство получает вид

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\rho_{вз} Q \Delta t}{m_0 W_0}.$$

Или, переходя от конечных приращений к бесконечно малым, получаем

$$\frac{dW}{W} = \rho_{вз} \frac{Q dt}{W_0 m_0}, \quad (13.22)$$

где, повторяем, W_0 — начальный объем водохранилища, а W — оставшийся свободным через промежуток времени Δt .

Интегрируя это выражение, получаем

$$\ln W + \varepsilon = \rho_{вз} \frac{Qt}{W_0 m_0},$$

постоянная которого ε определяется из того условия, что при $t=0$ значение W должно быть равно исходному объему, т. е. $\varepsilon = -\ln W_0$. Тогда предыдущее уравнение приобретает вид

$$\ln \frac{W}{W_0} = \frac{\rho_{вз} Qt}{m_0 W_0}. \quad (13.23)$$

Объем заиления за время t обозначим W_t , следовательно, $W = W_0 - W_t$, поэтому

$$\ln \left(1 - \frac{W_t}{W_0} \right) = \frac{\rho_{вз} Qt}{m_0 W_0}. \quad (13.24)$$

Объем заиления за первый год, т. е. при $t=1$, обозначим теперь W_1 . При значениях $t=1$; $W_t = W_1$ по последнему выражению получаем

$$\ln \left(1 - \frac{W_1}{W_0} \right) = \frac{\rho_{вз} Q}{m_0 W_0}.$$

Подставляя в (13.24) это значение $\frac{\rho_{вз} Q}{m_0 W_0}$, имеем

$$\ln \left(1 - \frac{W_t}{W_0} \right) = t \ln \left(1 - \frac{W_1}{W_0} \right),$$

откуда окончательно

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 - \left(1 - \frac{W_1}{W_0} \right)^t. \quad (13.25)$$

Значение W_1 может быть подсчитано заранее по исходным данным о стоке наносов следующим путем.

По (13.20) определяется длина осаждения отдельных фракций взвешенных наносов для условий исходных начальных характеристик водохранилища; сравнением с длиной заданного водохранилища устанавливается затем доля всех фракций, выпадающих в нем. Сумма объемов этих фракций в свежих отложениях и является расчетным значением W_1 . После этого анализ хода заиления водохранилища производится по последнему выражению.

На рис. 48 дана иллюстрация темпов заиления водохранилища для различных $\frac{W_1}{W_0}$, равных 0,001; 0,01 и 0,1.

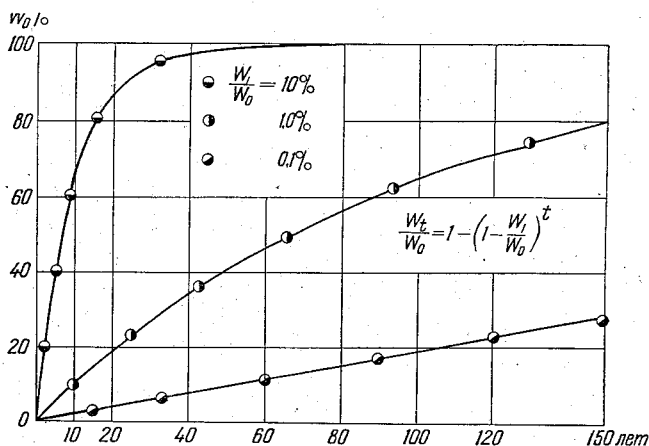


Рис. 48. Темпы заиления водохранилища.

Следует отметить, что уравнение вида (13.25) впервые было получено эмпирическим путем без рекомендаций по определению постоянных. Позднее, в 1954 г., Г. И. Шамовым предложен расчетный прием определения постоянных, входящих в эмпирические связи [16].

Выше изложен теоретический способ установления того же вида расчетных связей.

§ 3. ПРИДОННЫЙ ПОТОК ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ ИЗ МЕЛКОЗЕМОВ («ТЯЖЕЛЫЙ ПОТОК»)

1. Условия возникновения и уравнение движения

Естественные потоки в обычном диапазоне скоростей в паводки могут транспортировать при равномерном режиме мелкие наносы в значительных концентрациях.

Например, поток с наибольшим размером зерен, формирующих дно, $k_5 = 1,5$ мм при глубинах 5—10 м и средних скоростях от 1,5 до 2,5 м/сек может транспортировать илистые наносы крупности от 0,15 до 0,01 мм в различных количествах, ориентировочные значения которых приведены в табл. 13.

Таблица 13

Крупность	Весовая концентрация ρ_B г/л		Потолок взвешивания в долях от глубины потока около	
	$V = 1,5$ м/сек	$V = 2,5$ м/сек	$V = 1,5$ м/сек	$V = 2,5$ м/сек
0,15	0,5	2,7	0,06	0,12
0,05	4	24	0,16	0,3
0,015	40	230	0,4	1,0
0,01	90	530	0,8	> 1,0

Возможные же концентрации глинистых фракций будут значительно больше значений, приведенных в этой таблице.

Рассмотрение условий перемещения мелкоземов в общей задаче о неустановившемся режиме приводит к выяснению ряда обстоятельств, свидетельствующих о неизбежности появления некоторых важных динамических особенностей движения потока с мелкоземами.

Кратчайший путь, ведущий к выяснению одной из этих особенностей, имеющей существенное значение в процессах заиления водохранилищ, состоит в следующем.

В общем случае описание одномерного неустановившегося, медленно изменяющегося движения потока с наносами будет представлять собой систему уравнений, в составе которых одним из основных является динамическое уравнение неустановившегося движения потока с наносами.

Для условий медленно изменяющегося неустановившегося движения речного потока инерционные члены, как показывает рассмотрение этого вопроса, приведенное в предыдущей главе, становятся пренебрежимо малыми, в связи с чем уравнение движения приобретает следующий вид:

$$\gamma H \frac{dz}{dx} + \rho_{вз} h (\gamma_1 - \gamma) \frac{dz_1}{dx} - \Sigma \gamma_i \lambda_i \frac{V_i^2}{2g} = 0, \quad (13.26)$$

где первый член является проекцией силы тяжести водной фазы потока и z — отметка свободной поверхности водного потока; второй член будет представлять собой дополнительную проекцию сил тяжести твердой фазы потока, причем z_1 является отметкой поверхности потолка взвешивания в толще потока.

Третий член представляет собой сумму сопротивлений движения водной и твердой фаз потока, где индексами обозначены соответственные значения объемного веса, безразмерных сопротивлений и скоростей движения водной и твердой фаз, причем значения этих компонентов являются функциями координат пространства и времени.

Рассмотрение этого уравнения непосредственно приводит к выводу о том, что движение оказывается возможным даже и в случае равенства нулю первого члена, определяющего наличие слагающей силы тяжести водной фазы. При этом условии будет равно нулю и сопротивление ее, входящее в сумму третьего члена, т. е. для случая $\frac{dz}{dx} = 0$ это уравнение получает вид

$$\rho_{вз} (\gamma_1 - \gamma) \frac{dz_1}{dx} = \gamma' \lambda_1 \frac{V_1^2}{2gh_1} = \gamma' \frac{V_1^2}{C_1^2 h_1}, \quad (13.27)$$

где h_1 — толщина потока высокой концентрации, V_1 — средняя скорость его перемещения и C_1 — параметр Шези того же потока, причём значения V_1 , h_1 , C_1 , z_1 являются функцией расходов твердой фазы потока и основных ее механических и гидравлических характеристик.

Такие потоки и условия их движения имеют место и в действительности.

Первые принципиальные положения о таких потоках, позднее получивших название «потоков высоких концентраций», или «тяжелых потоков», появились в 1938 г. в работах по геологии морей и океанов, посвященных вопросам о перемещении масс мелкоземов, вносимых реками в моря и океаны. (См. «Геология моря» Ф. Шипард. Перевод с англ. М. 1951).

В последние годы с развитием строительства крупных водохранилищ на реках этот вопрос рассматривается и в отечественной литературе по гидротехнике и гидрологии, однако без использования предшествовавших работ по геологии моря.

В дальнейшем приводятся лишь основные вводные соображения, вытекающие из работ по геологии моря, которые разъясняют в принципиальном плане условия движения тяжелых потоков, возникающих в водохранилищах на реках, несущих значительное количество мелкоземных наносов наряду с более крупными русловыми наносами.

2. Основные характеристики тяжелого потока

При впадении в водохранилище скорости потока за уступом занесения значительно и непрерывно уменьшаются. Режим потока остается турбулентным, причем основным источником поддержания турбулентного состояния остается тормозящее действие русла.

Для получения некоторых характеристик скоростного поля в водохранилище можно использовать связи, установленные для потока равномерного режима, имея в виду, что получаемые этим путем характеристики будут иметь лишь ориентировочное значение.

Вертикальные скорости взвешивающих возмущений у дна могут быть определены по выражению

$$v_{*B} = \frac{V}{\lg \frac{6,15 H}{\Delta}},$$

знаменатель которого даже при высоких значениях $\frac{H}{\Delta}$, выражающихся в десятках и сотнях тысяч, будет колебаться в пределах от 5 до 6. Поэтому значения v_{*B} будут составлять долю от V , равную около 0,18 (от 0,16 до 0,2). Для иллюстративных

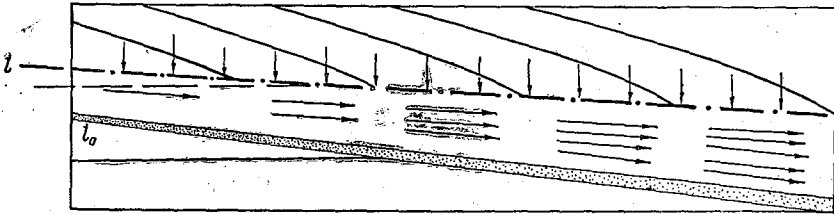


Рис. 49. Схема возникновения потока высокой плотности.

целей определим площади тех створов водохранилища F_B , где средние скорости потока уменьшаются до значений V , при которых v_{*B} будет равным гидравлической крупности зерен от глин до песка. Положим, что средняя скорость речного потока V_0 , впадающего в водохранилище, равна 2,0 м/сек. Для этих условий площадь расчетных створов водохранилища, в которых становится возможным полное осаждение, по отношению к площади русла реки будет равна (табл. 14)

Таблица 14

k мм	0,0015	0,005	0,01	0,015	0,05
$\omega = v_{*B} = 0,18 V$ мм/сек	0,0015	0,0165	0,06	0,15	1,6
V мм/сек	0,0085	0,093	0,34	0,85	9,0
$\frac{F_B}{F_0} = \frac{V_0}{v_{*B}} = \frac{V_0}{\omega}$	236 000	21 600	5 900	2 350	222

Схема, иллюстрирующая поведение наносов в районах осаж-дения, приведена на рис. 49.

Ниспадающими кривыми условно показаны траектории осаж-дающихся зерен. Более крупные зерна достигают и останавли-

ваются на дне. Остальные зерна, достигнув района дна, увлекаются потоком далее. В последующем створе с большим сечением будет наблюдаться аналогичная картина, но количество наносов, проносимых потоком далее, будет непрерывно возрастать за счет новых порций мелкозема, поступающих в район дна между смежными створами, что и отмечено условно увеличением числа продольных стрелок на рис. 49.

В этом направлении дойдем до того створа, продольные скорости потока в котором уже недостаточны для перемещения мелкоземов. Прекратится ли дальнейшее перемещение этого слоя мелкоземов или же он будет перемещаться и далее?

Для ответа на этот вопрос перепишем последнее уравнение в виде

$$\rho(\gamma_1 - \gamma) h_1 \frac{dz_1}{dx} = (\gamma' - \gamma) h_1 i = \gamma' \frac{V^2}{C^2} = \tau. \quad (13.28)$$

Здесь

$$\frac{\gamma' - \gamma}{\gamma} = \frac{\rho \gamma_1 + (1 - \rho) \gamma}{\gamma} - 1$$

и в зависимости от концентрации имеет значения

ρ по объему в % 2,5	5	10	20
$\frac{\gamma' - \gamma}{\gamma}$ 0,041	0,082	0,165	0,33

Отношение $\frac{dz_1}{dx}$ является продольным уклоном поверхности слоя высокой концентрации высотой h_1 , а V_1 — средней скоростью перемещения этого слоя. Параметр Шези $C_1 = \sqrt{\frac{2g}{\lambda_1}}$ является характеристикой общих сопротивлений, которые будут состоять из сопротивлений торможения тяжелого потока дном и турбулентного торможения на верхней поверхности h_1 , на границе раздела тяжелого потока и находящейся над ним толщи водных масс водохранилища.

Оценка турбулентного торможения потока смежными водными массами до сих пор не имеет еще надежных теоретических методов именно для случая равномерного режима потока. Известно лишь, что турбулентное торможение потока водными массами существенно больше торможения потока жестким руслом. Поэтому для приближенной оценки выразим общее сопротивление через сопротивление жесткого русла, приняв, что оно равно $C_1 = \alpha C_{h_1}$, где C_{h_1} — параметр Шези для условий равномерного движения потока глубиной h_1 .

Но пока нет надежных расчетно-теоретических средств и для определения толщины тяжелого потока h_1 . На основе преды-

дущих соображений можно лишь выразить ее в долях полной глубины реки H_0 до впадения в водохранилище $h_1 = \alpha_1 H_0$, что дает возможность представить этот параметр в виде $C_{h1} = \alpha_2 C_0$, где C_0 — параметр Шези речного потока до водохранилища. На этом основании и значение параметра C_1 тяжелого потока может быть выражено в виде $C_1 = \alpha_3 C_0$.

Теперь уравнение движения представится в виде

$$\tau = (\gamma' - \gamma) h_1 i_1 = \alpha_1 (\gamma' - \gamma) H_0 i_1 = \gamma' \frac{V_1^3}{\alpha^3 C_0^2}.$$

Представляя же среднюю часть в виде

$$H_0 i_1 = H_0 i_0 \frac{i_1}{i_0} = \frac{V_0^2}{C_0^2} \frac{i_1}{i_0},$$

где V_0 — средняя скорость речного потока, получаем

$$\alpha_1 (\gamma' - \gamma) \frac{i_1}{i_0} \frac{V_0^2}{C_0^2} = \gamma' \frac{V_1^2}{\alpha_3^2 C_0^2},$$

откуда следует, что

$$\frac{V_1}{V_0} = \alpha_3 \sqrt{\alpha} \sqrt{\frac{\gamma' - \gamma}{\gamma'} \frac{i_1}{i_0}}. \quad (13.29)$$

Это выражение дает возможность определить значения средней скорости тяжелого потока в водохранилище в функции средней скорости речного потока, отношения уклона тяжелого потока в водохранилище и уклона реки до водохранилища, соотношений $\frac{h_1}{H_0} = \alpha_1$ и $\frac{C_1}{C_0} = \alpha_3$ и объемного веса тяжелого потока.

Отметим для последующих численных иллюстраций, что основные возможные изменения значений α_1 колеблются в пределах от десятых долей до единицы. Для численной иллюстрации, приводимой ниже, приняты значения α_1 , равные 0,2—1,0.

При этом отношение α_3 , несколько зависящее и от α_1 , будет всегда меньше единицы; для иллюстративных расчетов оно принято равным 0,25.

Отношение уклонов $\frac{i_1}{i_0}$ будет изменяться от единицы до нуля; ниже приводимые данные рассчитаны для соотношений от 1,0 до 0,1. Подстановкой этих значений и определяется порядок скоростей движения тяжелого потока в водохранилище в зависимости от концентрации, определяющей γ^1 .

Для принятого диапазона значений α_1 и α_3 получаемые значения $\frac{V_1}{V_0}$ при различных концентрациях приведены в табл. 15.

Таблица 15

$\frac{l_1}{l_0}$	$\frac{h_1}{H_0}$	Значения $\frac{V_1}{V_0}$ при $\rho_{об}\%$			
		2,5	5,0	10	20
1,0	0,2	0,022	0,031	0,041	0,055
	0,5	0,036	0,050	0,068	0,090
	1,0	0,050	0,069	0,094	0,125
0,6	0,2	0,017	0,023	0,032	0,042
	0,5	0,028	0,039	0,058	0,070
	1,0	0,039	0,054	0,073	0,097
0,25	0,2	0,011	0,015	0,020	0,027
	0,5	0,018	0,025	0,034	0,045
	1,0	0,025	0,035	0,047	0,062
0,1	0,2	0,007	0,010	0,013	0,017
	0,5	0,011	0,016	0,021	0,029
	1,0	0,016	0,022	0,030	0,039

Данные таблицы показывают, что скорости тяжелого потока составляют от сотой до десятых долей скорости речного потока до водохранилища. Это означает, что числа Рейнольдса тяжелого потока будут иметь порядок десятков тысяч и более.

Эти же итоги показывают, что во всем диапазоне основных параметров тяжелого потока, принятом для этих подсчетов, и в частности для концентраций последнего, касательные усилия в тяжелом потоке оказываются достаточными для его возникновения и поддержания его существования.

Надо отметить также, что возникающие при этом скорости движения тяжелого потока оказываются в ряде случаев достаточными для размыва дна и перемещения зерен даже большей крупности, чем зерна тяжелого потока из мелкоземов.

При открытых донных сбросах плотины водохранилища тяжелый поток может полностью поступать через них в нижний бьеф, и в этих условиях мелкоземы могут не вызывать уменьшения объема водохранилища. В случае же сбросов через верхние отверстия плотин захват тяжелого потока оказывается обычно маловероятным; в таких условиях возникший тяжелый поток будет заполнять наиболее глубокие места водохранилища, непрерывно уменьшая уклоны своей поверхности и скорости перемещения до нулевых значений. После остановки масс тяжелого потока в нем начинают развиваться процессы консолидации и превращения в плывуны с особыми реологическими свойствами.

§ 4. ЗАМЕЧАНИЕ О РАЗМЕЩЕНИИ ОТДЕЛЬНЫХ ВИДОВ РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ВЕРХНЕМ БЬЕФЕ

Рассмотренные выше русловые процессы размещаются обычно следующим образом.

Выше водохранилища в реке развиваются процессы занесения основного русла, вызывающие повышение уровней, общее повышение отметок русла и поймы вследствие завала их наносами с развитием типичных устьевых процессов, характерных периодическим образованием новых рукавов, формирующих дельту. Сама дельта при этом развивается как в районе реки выше водохранилища, так и в самом водохранилище. Эти процессы осуществляются в основном русловыми наносами.

Указанные процессы занесения развиваются одновременно с процессами заиления водохранилища и возникновением тяжелого потока, поэтому обычно в некоторых районах имеет место совмещение всех этих процессов.

Пространство занесения русловыми наносами постепенно надвигается на районы, которые до этого находились в зоне тяжелого потока и процессов заиления. Регулирующая емкость водохранилища при этом может уменьшиться до столь малой доли, что оставшаяся часть ее не может обеспечить потребности даже кратковременного регулирования.

В этих условиях на ряде гидроузлов прибегают к периодическим промывам для восстановления хотя бы небольшой регулирующей емкости. Производственный опыт организации таких промывов привел к разработке определенного режима промыва, наиболее существенная часть которого состоит в следующем.

При длительном пропуске наибольших расходов происходит размыв пространства занесения. При этом продукты размыва лишь перемещаются к плотине, усиливая занесение этого района и затрудняя последующие промывы.

Кратковременные же сбросы с немаксимально возможными расходами промыва главным образом распространяются в зоне заиления. Лишь при этом достигается хотя и небольшое, но существенное для эксплуатационных целей увеличение регулирующей емкости за счет смыва части объема заиления непосредственно у плотины, однако не происходит завалов нижнего бьефа, влекущих за собой повышение уровня нижнего бьефа.

Необходимо отметить в заключение, что в зависимости от конкретной обстановки решающее значение могут иметь лишь отдельные виды рассматриваемых процессов.

На регулирующих водохранилищах весьма большой емкости, сооружаемых на реках равнинного типа с небольшим количеством наносов, практическое значение имеют лишь устьевые процессы, развивающиеся в районе выклинивания подпора, и то главным образом с точки зрения интересов водного транспорта.

Но в условиях значительных эксплуатационных изменений уровней и эти процессы не вызывают затруднений, так как изменения уровней исключают возможность возникновения устойчивых устьевых баров.

Более серьезное значение в такого рода водохранилищах приобретают явления, рассматриваемые в динамике водных масс, а именно деформации берегов, вызываемых волнением.

Глава XIV

ИЗМЕНЕНИЯ РЕЖИМА ПОТОКА И ДЕФОРМАЦИИ РУСЛА В НИЖНИХ БЬЕФАХ РЕГУЛИРУЮЩИХ ВОДОХРАНИЛИЩ

ВВЕДЕНИЕ

1. Возведение плотины, создающей регулирующее водохранилище, отсекает доступ русловых наносов в нижний бьеф на длительное время. Из всего состава наносов, поступающих в верхний бьеф, в нижний бьеф может поступать лишь часть нерусловых наносов. Через турбины и сбросной фронт поток поступает в нижний бьеф без русловых наносов, но с высокими скоростями, особенно на фронте сброса. Эти скорости настолько велики, что сбрасываемый в нижний бьеф поток без сооружений, гасящих его избыточную энергию, мог бы вызвать значительные разрушения.

Задача же гасящих сооружений состоит в том, чтобы понизить скорости потока, выходящего в нижний бьеф, до бытовых значений, т. е. до уровня, который они имеют в нижнем бьефе на значительном отдалении от плотины.

В лучших конструкциях гасителей эта цель почти достигается. Средняя скорость потока на выходной кромке рисбермы близка к естественным скоростям реки при том же расходе. Но и при этом наиболее благоприятном результате скорости все же больше критических срывающих значений. При них поток обладает определенным уровнем способности по транспорту русловых грунтов и наносов, и соответствующее ему количество последних он поначалу отбирает местным размывом приплотинного участка реки.

2. Этот местный размыв протекает интенсивно лишь в начальный период и затем асимптотически замирает, переходя к стабильному состоянию тогда, когда на выходе из области местного размыва значения скоростей потока уменьшаются до критических несрывающих значений.

Уменьшение скоростей достигается увеличением глубины транзитного потока на длине водоворотных зон, возникающих в области местного размыва.

Граница распространения водоворотной области заканчивается на створе 2 (см. схему II рис. 50).

Как будет показано далее, средняя скорость потока на этом створе будет близка к срывающему значению. Это и определяет глубину на выходном створе местного размыва. Наибольшая же глубина размыва находится примерно на середине длины его и она больше глубины в конце размыва на 25—50%.

Установлением этих глубин и заканчивается развитие местного приплотинного размыва во всех тех случаях, когда не происходит понижения свободной поверхности, связанного с общим размывом русла в нижнем бьефе.

3. Общий же размыв русла нижнего бьефа оказывается неизбежным явлением, за исключением тех условий, в которых он ограничен в силу наличия неразмываемых пород или сооружений, не допускающих понижения свободной поверхности потока. Если же русло нижнего бьефа сложено из зернистых несвязных грунтов на значительную глубину, то в нем неизбежно начинается общий размыв по следующим причинам.

Средние скорости потока снижаются до значений, близких к срывающим скоростям на выходном створе местного размыва. Далее они увеличиваются до бытовых, равных при данном расходе скоростям потока при естественном режиме. Но при этих бытовых скоростях поток в состоянии перемещать русловые грунты в количестве, определяемом его транспортной способностью. Это количество поток получает размывом русла нижнего бьефа на участке от выходного створа местного размыва и далее на той длине, на которой количество русловых грунтов, отбираемое потоком размывом дна, уже станет равным его транспортной способности, определяемой уравнением транспорта. Поэтому глубина потока на этой длине уменьшается от наибольшей в конечном створе местного размыва, определяемой значением срывающей скорости, до бытовой в конце участка общего размыва.

4. Средние скорости потока на этом участке будут меньше, чем при бытовом режиме, уменьшаясь к створу начала общего размыва. Уменьшение же средних скоростей на этой длине ведет к уменьшению сопротивлений, пропорциональных квадрату скоростей, и уменьшению разницы уровней. И если в условиях бытовых скоростей на этой длине падение уровней при бытовом режиме было равным h_{w0} , то после размыва оно будет меньшим и равным h_w . Это и вызывает понижение свободной поверхности на всей длине общего размыва, увеличивающегося от нуля в конце его до величины $h_{w0} - h_w$ в начальном створе на выходе из области местного размыва.

Однако понижение уровня в этом створе влечет увеличение скоростей не только в нем, но и во всей области местного размыва, что неизбежно вызовет дальнейший местный размыв русла как по глубине, так и по длине.

Таким образом, процессы местного размыва у плотины и

общего размыва нижнего бьефа оказываются связанными между собой и развивающимися одновременно и непрерывно в направлении, ухудшающем устойчивость плотины и условия использования реки в нижнем бьефе.

На равнинных реках, для которых характерны относительно малые значения скоростей потока, эти процессы развиваются настолько медленно, что в ближайшей перспективе не возникает необходимости в каких-либо мерах для прекращения их.

Однако на реках с относительно большими скоростями эти процессы развиваются значительно интенсивнее и настолько, что ухудшение режима потока в нижнем бьефе становится практически вполне ощутимым (понижение уровней нижнего бьефа на 2—3 м за первые 20—40 лет эксплуатации регулирующих водохранилищ уже отмечено в ряде случаев).

Дальнейшее содержание главы посвящено расчетному анализу этих процессов.

§ 1. СОСТОЯНИЕ ПОТОКА И МЕХАНИЗМ ВОДОВОРОТНОЙ ЗОНЫ В ОБЛАСТИ МЕСТНОГО РАЗМЫВА

Пройденный этап изучения местных размывов был подчинен вопросам обоснования гидравлико-гидротехнических средств расчета главных характеристик местного размыва.

Имеется значительное число опубликованных работ этого характера, оказавших немалую пользу в решении многих ответственных практических задач. Сведения о них приведены в справочниках, монографиях и отдельных работах, посвященных вопросам гашения энергии потока в нижнем бьефе. Основное содержание этих работ посвящено непосредственному установлению расчетных связей общих исходных характеристик потока и сооружений при различных средствах гашения энергии (удельные расходы сброса, перепады и скорости потока, характеристики водобойной части, типы сопряжения с нижним бьефом и характеристики потока и русла в нижнем бьефе) с главными размерами местных размывов.

Этот путь оказывается совершенно неизбежным на данном этапе изучения вопроса в гидравлико-гидротехническом плане в силу того, что он позволяет обойти трудности анализа структуры потока в пространстве местного размыва.

Но очевидна необходимость рассмотрения и некоторых вопросов гидромеханической структуры потока в пространстве местного размыва, ибо в конечном счете лишь они и могут разъяснить процессы возникновения, развития и формирования конечного состояния местных размывов.

Вопросы о местных приплотинных размывах нижнего бьефа здесь рассматриваются лишь с точки зрения общих русловых процессов, вызываемых созданием регулирующих водохрани-

лиц, поэтому отмеченные выше гидравлично-гидротехнические вопросы гашения энергии далее не рассматриваются.

Рассмотрение вопроса о местных размывах начнем со следующей отправной схемы. Предполагается, что гашение скоростей потока на рисберме уже достигнуто, и поток сходит с кромки рисбермы со скоростью, равной бытовой скорости потока в естественном состоянии с идентичной структурой, а сопряжение его с нижним бьефом вначале происходит без перепада.

При этих начальных условиях и рассматривается далее вопрос о местных размывах в плоской задаче. Значение полученного решения ее для пространственных условий будет отмечено в специальном замечании.

1. Механизм местных размывов

В соответствии с условиями поставленной задачи в начале процесса будем иметь поток, сходящий с выходной кромки рисбермы со скоростью V_0 и глубиной H_0 , равными скорости и глубине потока в естественном режиме.

Но значения V_0 и при естественном режиме (в наиболее ответственные периоды паводков) значительно выше критических срывающих значений. Так как поток, вступающий в нижний бьеф, уже не несет с собой русловых наносов, то с первого же момента (непосредственно за кромкой схода) начинается размыв дна, в области которого и появляется водоворотная зона. Продукты размыва захватываются потоком и транспортируются далее.

При некоторых условиях поток не в состоянии сразу же транспортировать продукты размыва без аккумуляции и часть их временно откладывается вблизи зоны размыва, а затем постепенно смывается потоком при одновременном, но менее интенсивном продолжении размыва.

С начала процесса область размыва углубляется и удлиняется. Но размыв дна не ограничивается только водоворотной зоной. Он развивается и далее за ней, непрерывно углубляя дно на значительном протяжении. Темпы размыва в водоворотной зоне и за ней постепенно асимптотически ослабевают, и через некоторое время поток и русло в области размыва приходят в стабильное состояние, установление главных характеристик которого и является первоочередной задачей. Это конечное состояние представлено на схемах рис. 50.

Структура потока в стабильном состоянии оказывается исключительно сложной и интересной. Она раскрывается в опытах наблюдениями за движением продуктов размыва и зерен эмульсии и краски, вводимых в различные районы потока.

Описание характерных особенностей поведения потока начнем с точки A (схема I). Сходя с кромки A , поток на небольшом расстоянии как бы скользит по почти неподвижной жидкости. На некотором небольшом расстоянии от кромки схода на границе транзитного потока уже ясно выявляется наличие слоя конечной толщины, в пределах которого местные скорости падают от значений скорости на границе транзитного потока почти до нулевых.

Режим граничного слоя характерен периодическим зарождением в нем вихрей с осью, параллельной кромке схода. Эти

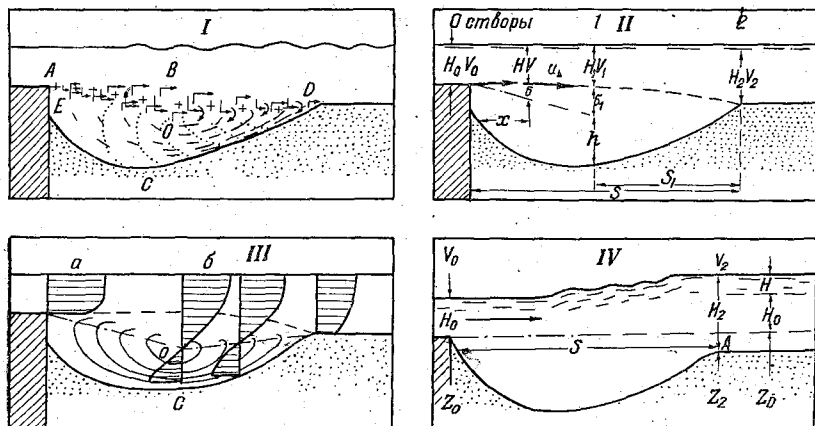


Рис. 50. Поведение потока в области местного размыва.

весьма тонкие (малого диаметра) вихри зарождаются с известной периодичностью и правым вращением и медленнее (чем массы потока на границе транзитного потока) перемещаются вдоль граничного слоя. Часть таких вихрей вскоре же исчезает, но часть их продолжает развиваться. На схеме I их наличие условно показано крестами. Наибольшего развития они достигают примерно на полудлине области размыва. Некоторые из них несколько увеличиваются и на дальнейшем пути.

Эти вихри развиваются как за счет частиц основного транзитного потока, так и за счет присоединяемых масс жидкости водоворотной зоны. Между вихрями частицы жидкости граничного слоя находятся в весьма сложном движении. Порошки, которые вводились во время опытов для выявления кинематической структуры водоворотной зоны на поверхность открытого потока, иногда на мгновение как бы оставались на месте, чаще же они приближались к границе транзитного потока и частью далее отделялись в толщу потока. Иногда они отступали от нее под натиском масс жидкости, вступающих в граничный слой.

Со стороны водоворотной зоны частицы жидкости непрерывно вступали в состав масс граничного слоя. Толщина граничной области возрастает по мере удаления от кромки схода, но только до определенной границы, которая во времени испытывает некоторые колебания.

Как ни сложна кинематическая картина потока в этой части, но то, что наблюдается в граничной области на следующей половине ее длины, оказывается неизмеримо более сложным. Если примерно на первой полудлине этой области ситуация непрерывно изменялась во времени, то на второй половине пульсационный характер настолько интенсивен, что иногда оказывалось совершенно невозможным выяснить наблюдениями наличие какого-либо главнейшего звена этой картины. Прежде всего бросается в глаза пульсационная подвижность той границы слоя, которая примыкает к транзитному потоку. Но и эта пульсационная подвижность иногда нарушается самым резким образом тем, что некоторые из отдельных масс граничного слоя в виде вихрей, уже потерявших ту относительную кинематическую упорядоченность, которой они еще обладали на первой полудлине водоворотной зоны, в какое-то мгновение оказываются втянутыми или врываються в транзитный поток и уходят далее вместе с ним.

Но чаще эти вихри поворачивают ко дну в конце водоворотной зоны и затем продвигаются около дна в области размыва в обратную сторону, т. е. в сторону кромки схода, трансформируясь по пути и вызывая ощутимые толчки давления в этой зоне, сказывающиеся мгновенными повышениями местных давлений и как бы надвиганием масс водоворотной области на граничный слой транзитного потока.

Вся граничная область транзитного потока, как указано, все время подвижна. Но иногда в течение времени, большего, чем время смен отдельных мелких пульсационных ситуаций, вся граница вдавливается в область водоворотной зоны.

Этому обычно сопутствует понижение уровня, наблюдаемое в водоворотной части, если наблюдаем картину растекания потока в плане, или понижение давления в водоворотной зоне размыва, особенно заметное у кромки схода. Изредка в таких ситуациях меняет свое направление весь транзитный поток, полностью прижимаясь ко дну водоворотной зоны и выжимая ее. Такое редкое явление вызывает особенно интенсивный кратковременный размыв дна в водоворотной зоне. Над прижатым таким образом ко дну основным потоком возникает надвинутый прыжок (рис. 51). Начальная кромка его быстро продвигается к кромке схода и еще не успевает достигнуть ее, как транзитный поток отрывается от дна, сгоняет прыжок и вновь восстанавливается поверхностный режим сопряжения.

Приведенное описание поведения водоворотной области необходимо пополнить еще несколькими замечаниями.

На границе транзитного потока шаряду с указанными выше особенностями следует отметить наличие почти непрерывного (и по всей длине) захватывания отдельных масс жидкости из граничного слоя транзитным потоком, что на схеме I рис. 50 отмечено отдельными стрелками, направленными в толщу транзитного потока и повернутыми затем по направлению его течения.

В то же время имеется и проникновение отдельных масс транзитного потока в толщу граничного слоя, отмеченное на

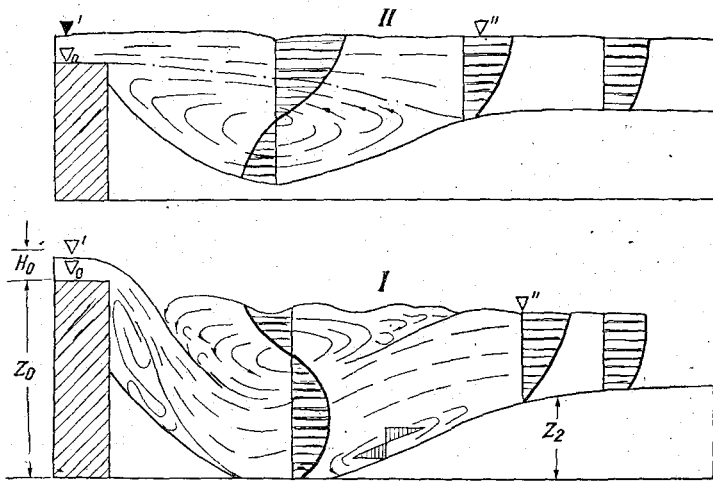


Рис. 51. Поток в области местного размыва в условиях поверхностного и донного режима.

схеме I рис. 50 стрелками, направленными из толщи транзитного потока в граничный слой и затем повернутыми по течению.

Если отвлечься теперь от этих сложнейших ситуаций и попытаться отметить лишь те свойства и особенности поведения водоворотной зоны, которые являются более устойчивыми и относительно постоянными, то, осредняя во времени и схематизируя процесс, надо отметить следующее.

Примерно на первой полудлине водоворотной зоны толщина граничного слоя непрерывно увеличивается пропорционально расстоянию от начала зоны за счет присоединения масс из водоворотной области, что и является ведущей из главных причин увеличения его толщины. В то же время на этом участке непрерывно уменьшается продольная скорость на верхней границе граничного слоя, примыкающей к транзитному потоку.

На остальной части граничного слоя длиной BD толщина его крайне неустойчива. На общем фоне весьма интенсивных пульсаций (в виде наличия ряда коренных смен кинематических ситуаций) на этом участке происходит постепенный отрыв от граничного слоя и возвращение в водоворотную зону масс, присоединенных транзитным потоком на первой полудлине. Возвращение масс жидкости из граничного слоя в водоворотную зону происходит с последующим поворотом их траекторий у дна в сторону первой половины длины зоны.

Наряду с указанными выше особенностями кинематической структуры водоворотной зоны в ее области существуют также и вихреотделения, зарождающиеся на дне зоны размыва и отделяющиеся в ее толщу.

Наличие этих дискретных возмущений выявляется наблюдениями над характером размыва мелких зерен со дна в области размыва и переноса их в толщу транзитного потока (см. точечный пункт *схемы I* рис. 50).

Эти возмущения проникают последовательно в область водоворотной зоны и затем через граничный слой в транзитный поток. С ними безвозвратно уносятся и часть взмытых со дна зерен грунта, чем и вызывается в конце концов постепенное углубление области размыва до стабильного состояния.

Указанные особенности осредненной кинематической картины обуславливают характерные черты профилей скоростей в водоворотной зоне, показанные на *схеме III* рис. 50.

На первой части длины водоворотной зоны толщина граничного слоя постепенно увеличивается.

В створах BOC на *схеме III* и в первом створе *схемы II* средняя скорость и глубина транзитного потока обозначены V_1, H_1 . В данном створе толщина граничного слоя достигает наибольшего значения. Приблизительно в этом же створе будет наибольшей и глубина размыва; профиль скоростей на нем будет иметь вид, показанный на *схеме III*.

Кривая профиля характерна следующими особенностями. В толще транзитного потока ее неравномерность больше, чем в начальном створе на кривой a . Снизу к границе транзитного потока примыкает участок нетранзитного потока пограничной части водоворотной зоны. В нем продольные местные скорости присоединенных масс в пограничном слое падают до нуля в точке O (*схема III*) и ниже ее меняют свое направление на обратное. При этом величина их непрерывно увеличивается ко дну и затем уменьшается до конечного значения на выступах зерен дна. Далее к створу 2 (*схема II*) все присоединенные массы из граничного слоя уже возвращаются обратно в нижнюю часть водоворотной зоны.

Небольшое замечание надо сделать по вопросу о распределении давления. Давление в левой половине водоворотной зоны

меньше, чем в правой. Эта разность давлений и является той силой, под действием которой в нижней половине водоворотной зоны происходит перетекание масс жидкости из правой половины зоны в левую.

Поворот присоединенных масс толщи граничного слоя в правой половине водоворотной зоны по дну в левую сторону неизбежно связан с возрастанием давления, всегда сопутствующим повороту отдельных струек.

Эта общая картина в некоторых деталях близка к явлениям, происходящим в прыжке.

2. Потери энергии, связанные с водоворотными зонами

Имея в виду, что весь процесс, вызывающий местный размыв, связан с крупными потерями энергии, надо выяснить источник покрытия последних. Ответ на этот вопрос получается на основе следующих соображений.

Если отметка уровня ∇' на кромке схода потока в пространство размыва (см. рис. 51, схему II) находится на той же высоте, что и на конечном створе местного размыва ∇ , то единственным источником покрытия всех потерь энергии является лишь потеря живой силы потока.

Разность живой силы потока на входе и выходе

$$\Delta E_w = \frac{\gamma q}{2g} (\alpha_0 V_0^2 - \alpha_2 V_2^2)$$

представляет собой меру всех потерь энергии в пространстве местного размыва.

Это выражение действительно и в том случае, когда отметка уровня на выходном (втором) створе (см. схему IV рис. 50) выше отметки уровня на входном (нулевом) створе. Запас энергии в нулевом створе равен

$$E_0 = \gamma \left(z_0 + H_0 + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} \right)$$

и на втором створе

$$E_2 = \gamma \left(z_2 + H_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right).$$

Имея в виду, что

$$z_2 + H_2 = z_0 + H_0 + \Delta H,$$

последнее выражение равно

$$E_2 = \gamma \left(z_0 + H_0 + \Delta H + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right).$$

Разность энергии в этих створах для единицы расхода будет, следовательно, равна

$$\Delta E = \gamma \left(\frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} - \Delta H \right).$$

Здесь $\gamma \Delta H$ является величиной восстановленной потенциальной энергии, поэтому чистая потеря энергии в пределах пространства размыва будет равна

$$\Delta E_w = \frac{\gamma q}{2g} (\alpha_0 V_0^2 - \alpha_2 V_2^2),$$

т. е. имеет то же значение, что и для схемы I рис. 13, 3.

В тех случаях, когда уровень на втором (выходном) створе Δ'' будет ниже уровня потока на рисберме (см. схему I рис. 51), разность энергии, представляющая собой меру всех потерь энергии в пространстве размыва, будет равна

$$\Delta E_w = \gamma q \left(\Delta H + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right).$$

Для приведения к общей для всех случаев схеме введем для последней схемы понятие полной расчетной скорости V_{0p} , определяемой равенством

$$\frac{\alpha_p V_{0p}^2}{2g} = \Delta H + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g}, \quad (14.1)$$

тогда предыдущее выражение получает общий для всех схем вид

$$\Delta E_w = \gamma q \left(\frac{\alpha_p V_{0p}^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right).$$

Произведенный опыт теоретического анализа (труды ЛГМИ, вып. 5—6, 1956) этого сложного процесса не привел к результатам расчетного значения ввиду отсутствия некоторых условий и связей, определяющих ряд неизвестных параметров поля скоростей общего комплекса, состоящего из транзитного потока, пограничного слоя и возвратного потока водоворотной зоны.

Но он оказался полезным в том отношении, что на основании этой попытки оказалось возможным установить ряд важных положений, с помощью которых может быть найден более простой, хотя и приближенный, путь получения искомым расчетных связей.

§ 2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ОБЛАСТИ МЕСТНОГО РАЗМЫВА

1. Воздействие потока на дно в конце водоворотной области

На нижней границе транзитного потока линия тока заканчивается на дне второго створа в точке D (см. схему I рис. 50). Выше границы водоворотной зоны в точке D токи направлены

вдоль русла, ниже этой границы токи направлены в водоворотную зону; сама же раздельная линия тока заканчивается в точке D . Это означает, что течение в данной точке прекращается и скорость по линии тока в ней становится равной нулю, как это имеет место на всех раздельных линиях тока при обтекании тел любой формы.

Но в то же время опыт показывает, что размыв грунта в конце раздельной линии тока происходит непрерывно до тех пор, пока не будет достигнуто конечное стабильное состояние всего профиля размыва как в пределах водоворотной области, так и за нею.

Это означает, что процесс размыва в точке D имеет особую гидромеханическую природу в сравнении со смежными областями и с условиями размыва дна в равномерном потоке.

Обозначим местную скорость на граничной линии тока до подхода к точке D через u_d . В точке встречи этой линии тока с зернистой поверхностью кинетическая энергия тока с уменьшением скорости u_d до нуля превращается в потенциальную энергию $\Delta p = \gamma \frac{u_d^2}{2g}$. В силу этого местное гидростатическое давление в точке D увеличится до значения $p + \Delta p$.

Местное повышение давления Δp распространяется на относительно малую площадь, образуя поверхности равного давления, причем уже на небольшом расстоянии от этой точки местное давление падает вновь до значения p , поэтому оно обычно и не улавливается опытом. Это местное повышение давления вызывает фильтрационное поле в зернах, в котором избыток давления Δp сбрасывается до нуля на расстоянии, соизмеримом с размером самих зерен.

Устойчивость зерна в области точки D по направлению его сдвига определяется наличием этого перепада давления. При площади зерна $\frac{\pi k^2}{4}$ сдвигающее усилие будет равным

$$\frac{\pi k^2}{4} \Delta p = \gamma \frac{\pi k^2}{4} \frac{u_d^2}{2g}.$$

Вес зерна в воде равен $(\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi k^3}{6}$.

При равенстве этих значений

$$\frac{\gamma \pi k^2}{4} \frac{u_d^2}{2g} = (\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi k^3}{6}$$

зерно уже теряет устойчивость.

Из этого равенства следует, что

$$u_d = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,5\gamma}}. \quad (14.2)$$

Следует при этом иметь в виду, что именно в этом районе достигают наибольшего развития пульсации скоростей.

Принимая во внимание лишь наибольшие из скоротечных пульсаций порядка $\frac{u'}{u}$, получаем, что мгновенные усилия для них пропорциональны

$$\rho u^2 = \rho (\bar{u} + u')^2 = \rho (\bar{u}^2 + 2\bar{u}u' + u'^2) = \rho (\bar{u}^2 + 2\bar{u}u'),$$

учитывая, что u'^2 мало в сравнении с членом $2\bar{u}u'$.

Следовательно, для наибольших пульсационных значений критическое значение u_d будет равно

$$\bar{u}_{d_{кр}} = \frac{\bar{u}_d}{\sqrt{1 + \frac{2u'}{\bar{u}}}},$$

или, подставляя значение u_g по (14.2), получаем

$$u_{d_{кр}} = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,5\gamma\left(1 + \frac{2u'}{\bar{u}}\right)}}. \quad (14.3)$$

Сравним теперь это значение с величиной местной скорости на вершинах зерен в условиях срыва их в равномерном потоке. Имея в виду, что в условиях равномерного потока

$$u_{\Delta} = \frac{V}{\lg \frac{8,8 H}{k_5}}; \quad u_{\Delta c} = \frac{V_c}{\lg \frac{8,8 H}{k_5}}$$

и что

$$V_c = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}},$$

получаем

$$u_{\Delta c} = \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{1,75\gamma}}. \quad (14.4)$$

Из сравнения (14.3) и (14.4) непосредственно следует, что в точке D , т. е. на дне второго створа, на котором заканчивается водоворотная зона, критические условия срыва зерен на дне определяются формулой той же структуры, что и в условиях равномерного потока. Поэтому приближенную глубину H_2 на втором створе можно определять из равенства $q = H_2 V_2$, где V_2 — будет приближенно равно несдвигающему значению средней скорости в условиях равномерного режима

$$V_2 = V_H = \lg \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)k}{3,5\gamma}}. \quad (14.5)$$

В случае смешанных грунтов процесс размыва прекращается тогда, когда после смыва всех мелких и средних зерен поверхность грунта будет отмощена наиболее крупными зернами размера k_5 . Это означает, что для смешанных грунтов средняя скорость во втором створе будет приближенно равна срывающему значению, определяемому формулой *несвязных*

$$V_2 = V_n = 1g \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_5}{3,5 \gamma}} \quad (14.6)$$

Надо отметить, что размыв дна во втором створе, кроме того, объясняется и пульсационной подвижностью внешней границы водоворотной зоны, в силу которой зерна дна в этом месте оказываются под действием весьма значительных скоростных усилий потока.

2. Связь глубины потока в створе наибольшего размыва с глубиной в конце водоворотной области

Рассмотрение механизма местного размыва приводит, в частности, и к следующему выводу.

Чем больше отношение $\frac{V_0}{V_2} = \frac{V_0}{V_n}$ и, следовательно, чем больше значение $\frac{H_2}{H_0}$, тем больше основные размеры водоворотной области, так как с увеличением $\frac{H_2}{H_0}$ увеличивается длина ее s , а вместе с этим и расход пограничной области Q_n и толщина ее δ , что влечет за собой увеличение толщины возвратного потока h . Одновременно увеличивается и толщина транзитного потока H_1' в створе наибольшего размыва.

Все эти связи свидетельствуют о том, что чем больше $\frac{H_2}{H_0}$, тем больше и $\frac{H_1}{H_2}$, где H_1 — полная глубина в створе наибольшего размыва. Таким образом, все эти соображения приводят к выводу о том, что

$$\frac{H_1}{H_2} = f\left(\frac{H_2}{H_0}\right).$$

Надо, однако, отметить, что связь эта нелинейна. Опыт показывает, что рост значений $\frac{H_1}{H_2}$ с увеличением $\frac{H_2}{H_0}$ происходит несколько медленнее в сравнении с увеличением $\frac{H_2}{H_0}$.

Анализ непосредственных данных опытов, кроме того, обнаруживает и тенденцию некоторого увеличения $\frac{H_1}{H_2}$ с увеличением $\frac{H_2}{k_5}$.

Таким образом, связь главных параметров в свете этих указаний может быть представлена в следующем приближенном виде:

$$\frac{H_1}{H_0} = 1 + 0,2 \left(\frac{H_2}{H_0} \right)^{1/3} \left(\frac{H_2}{k_5} \right)^{1/9} \quad \text{III} \quad (14.7)$$

Значения постоянных были определены по данным опытов, произведенных в условиях, отвечающих наиболее простой схеме (схема I рис. 50) без перепада в области местного размыва, в диапазоне $\frac{H_2}{H_0}$ от 1,5 до 3,8 и $\frac{H_2}{k_5}$ от 7 до 83.

3. Длина местного размыва в плоской задаче

Использование имеющихся в литературе итогов гидромеханического анализа вопроса о режиме расширения турбулентной струи в безграничном пространстве той же жидкости для определения отношения длины водоворотной зоны s к наибольшей величине расширения транзитного потока на длине водоворотной зоны не привело к результатам, совпадающим с данными опыта по местным размывам.

Это отношение $\frac{s}{H_2 - H_0}$ оказывается непостоянным и зависящим от $\frac{H_0}{H_2}$ лишь статистически.

Данные опыта показывают, что приближенно в среднем

$$\text{II} \quad \frac{s}{H_2 - H_0} \approx 25 \sqrt{\frac{H_0}{H_2}} \quad (14.8)$$

причем отдельные значения отклоняются от среднего почти в 1,7 раза (при квадратичном отклонении, равном 25%). Последнее отношение и является вторым главным геометрическим параметром местного размыва. Оно дает общую длину области местного размыва до второго створа.

Формулой (14.6) определяется первый параметр области размыва — глубина H_2 . Третий параметр области (наибольшая глубина местного размыва) определяется эмпирическим соотношением (14.7). Створ наибольшего размыва находится примерно на полудлине его.

Эти соотношения позволяют рассчитать главные размеры области размыва S , H_1 , H_2 при различных V_0 , q , H_0 , k_5 .

С точки зрения расчетного использования приведенных связей необходимо иметь в виду следующее обстоятельство.

Приведенные выше расчетные связи непосредственно относятся к условиям отсутствия перепада в области местного размыва.

4. Характеристики местного размыва в условиях понижения уровня нижнего бьефа

Вопрос о местном размыве рассматривается здесь лишь как составная часть деформаций русла в нижнем бьефе, вызывающих и общее снижение уровней нижнего бьефа. Поэтому необходимо кратко рассмотреть вопрос об определении главных размеров местного размыва и в условиях снижения уровня нижнего бьефа.

Глубина на выходном створе местного размыва в условиях понижения уровней нижнего бьефа определяется из следующего равенства:

$$q = H_2 V_2 = H_2 V_c = H_2 \lg \frac{8,8 H_2}{k_5} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_5}{1,75 \gamma}}. \quad (14.9)$$

Имея в виду, что

$$\lg \frac{8,8 H_2}{k_5} \approx 1,33 \left(\frac{H_2}{k_5} \right)^{1/6},$$

получаем, что

$$q = 1,33 H_2^{7/6} \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_5}{1,75 \gamma k_5^{1/3}}},$$

откуда

$$\sqrt[6]{H_2^{7/6}} = \frac{q}{1,33 \sqrt{\frac{2g (\gamma_1 - \gamma) k_5^{2/3}}{1,75 \gamma}}}. \quad (14.10)$$

Когда уровень нижнего бьефа в выходном створе местного размыва понизится на высоту, равную глубине потока на выходной кромке рисбермы, т. е. станет равным или ниже уровня выходной кромки рисбермы, поверхностный режим сопряжения в области местного размыва переходит в донный.

При этом глубины, определяемые по последней формуле, отсчитываются от уровня нижнего бьефа.

Наибольшая же глубина местного размыва в условиях донного сопряжения при прочих равных условиях на 10—15% больше наибольшей глубины размыва в условиях поверхностного сопряжения (по данным опытов ВНИИГ).

Более точные рекомендации требуют дальнейших исследований.

Далее, при рассмотрении вопроса о снижении нижнего бьефа понадобится еще одна характеристика, а именно расчетное выражение объема местного размыва.

Если уровень нижнего бьефа не понизился, то объем местного размыва равен для плоского потока

$$\sqrt{W} \approx \frac{2}{3} (H_2 - H_0) s, \quad (14.11)$$

где

$$s = 25 (H_2 - H_0) \sqrt{\frac{H_0}{H_2}},$$

т. е.

$$W = 17 (H_2 - H_0)^2 \sqrt{\frac{H_0}{H_2}}. \quad (14.12)$$

Если же произошло понижение уровня нижнего бьефа на высоту $\Delta H = z$ с одновременным переходом режима сопряжения в донный, то объем размыва на единице ширины потока будет равен

$$\sqrt{W_m} = 20 H_2^2 \left(1 - \frac{V_c}{V_{p0}}\right)^2 \left[1 + \frac{1,3z}{H_2 \left(1 - \frac{V_c}{V_{p0}}\right)}\right]. \quad (14.13)$$

Вопрос о местном размыве в пространственных условиях более сложен; но в пространственной задаче наибольшей глубины местный размыв достигает лишь в местах наибольших удельных расходов, причем эта наибольшая глубина лишь достигает значений, получаемых в плоской задаче, не превосходя их.

§ 3. РАЗМЫВ И Понижение нижнего бьефа

1. Состав основных вопросов

В начальной фазе местного размыва интенсивность его, т. е. объем вымываемого прунта за единицу времени, обычно выше уровня способности потока по транспорту русловых прунтов при бытовых скоростях потока в нижнем бьефе.

Поэтому часть продуктов местного размыва поначалу аккумулируется непосредственно за выходным створом местного размыва, вызывая этим подпор, влекущий уменьшение скоростей в области местного размыва.

На этой стадии развитие местного размыва ослабляется, а иногда и временно прекращается, но начинается размыв аккумулятивной части продуктов местного размыва вследствие возрастания уклонов и скоростей на сливной части объема аккумуляции. В результате этого объем аккумуляции быстро размывается и исчезает, и с этого времени наступает размыв основного русла за областью местного размыва.

Как указано во введении к этой главе, по мере развития этого процесса русло реки (за пределами местного размыва) углуб-

ляется и глубины потока становятся большими в сравнении с глубинами равномерного режима. Это влечет за собой уменьшение средних скоростей потока, вместе с чем уменьшаются и потери напора на участке размыва нижнего бьефа в конце местного размыва на величину z (схема *a* рис. 52).

Но снижение уровня в этом створе влечет за собой увеличение средней скорости в выходном створе местного размыва и одновременно увеличение перепада в этой области на вели-

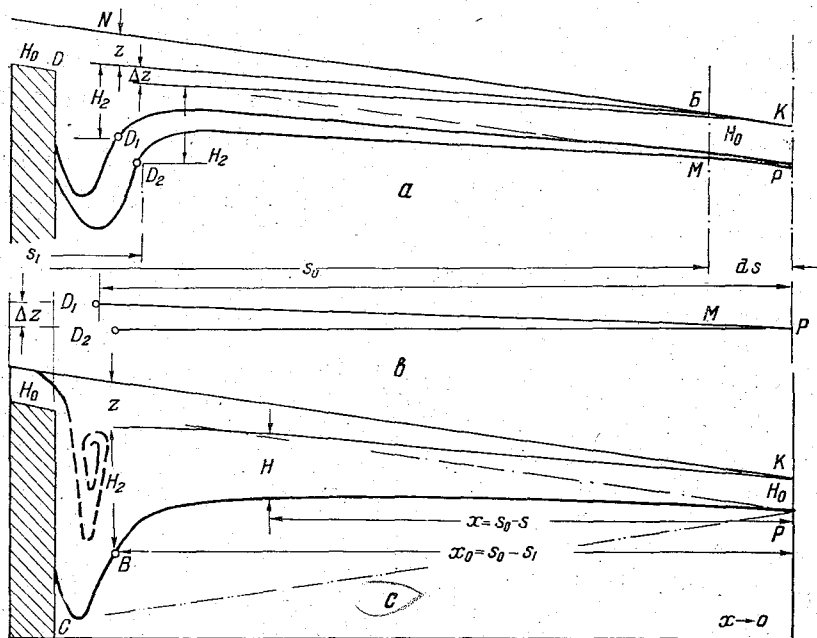


Рис. 52. Схемы общего размыва русла и понижения уровней в нижнем бьефе.

чину z . Вследствие этого увеличивается средняя скорость потока, вступающего с кромки рисбермы в область местного размыва. Понижение же уровня на выходном створе местного размыва влечет за собой переход сопряжения с нижним бьефом в донный режим, что увеличивает наибольшую глубину местного размыва, его длину и объем.

Снижение уровня в конечном створе местного размыва в то же время ведет к увеличению средней скорости в нем, что вызывает размыв грунта русла в этом створе с понижением дна русла до нового положения D_2 (схема *a* рис. 52), при котором местная глубина вновь увеличится до значения H_2 . При этом вследствие увеличения длины области размыва выходной створ области местного размыва переместится далее, в положение D_2 .

Но вместе с этим увеличиваются и средние скорости в области нижнего бьефа за створом D_2 , вследствие чего увеличивается размыв русла и в этой области, ведущей постепенно к уменьшению средних скоростей в пространстве размыва нижнего бьефа. А это вновь влечет за собой уменьшение путевых потерь, приводящее к новому снижению уровня нижнего бьефа в конце местного размыва. В результате этого увеличивается местный размыв, вызывающий затем понижение дна в конце местного размыва и продолжение размыва нижнего бьефа, влекущее за собой понижение уровня нижнего бьефа, являющееся причиной дальнейшего развития всех указанных процессов.

Все эти процессы будут развиваться непрерывно и могут прекратиться, если:

а) в этих процессах размыв достигнет устойчивых твердых пород, уже неразмываемых;

б) в пространстве нижнего бьефа возведены подпорные сооружения, прекращающие общий размыв бьефа, или на начальных стадиях местного размыва потоком будут вынесены в нижний бьеф крупные камни и отдельности горных пород, которые прикроют размываемый грунт русла нижнего бьефа.

Эти процессы прекращаются, когда нижний бьеф достигнет базиса эрозии, а также на той стадии, на которой после полного занесения водохранилища русловые наносы вновь получают доступ в нижний бьеф. В последнем случае процесс размыва нижнего бьефа вступает в стадию регенерации.

Анализ этого процесса должен привести к решениям, состоящим из:

а) уравнения, определяющего на любой момент времени длину размыва нижнего бьефа за пределами местного размыва,

б) уравнения мгновенного профиля дна русла в этой области,

в) уравнения, определяющего снижение уровня нижнего бьефа и вид поверхности потока в функции времени, и

г) расчетного выражения для определения объемов размыва на данный момент времени.

Вначале вопрос о размыве нижнего бьефа должен быть решен для условий плоской задачи. После получения решений для плоского потока появятся возможности для обоснования рекомендаций по использованию их в условиях неплоской задачи.

Перечисленные выше решения получаются использованием приведенных в главе XII оперативных средств, состоящих из:

а) уравнения неразрывности твердой фазы, которое имеет вид, обозначая временно абсциссы через s

$$\frac{\partial (g_n b)}{\partial s} + b \frac{dz}{dt} = 0, \quad (14.14)$$

б) уравнения транспорта наносов в одночленной форме, имеющего вид

$$G = \frac{\rho_0 Q}{m_0} = \frac{(1 + \varphi) V_H k \left(\frac{V}{V_H} \right)^{4,33}}{2200 m_0} = \frac{Q (1 + \varphi) k \left(\frac{V}{V_H} \right)^{3,33}}{2200 m_0 H}, \quad (14.15)$$

в) уравнения связи изменения глубины потока H с изменением отметок свободной поверхности z и гидравлическими потерями на сопротивления h_w в виде

$$dh_w = -dH + dz, \quad (14.16)$$

где

$$h_w = \int_s^s \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{V^2}{2g} \right) + \frac{\lambda}{H} \frac{V^2}{2g} \right] ds, \quad (14.17)$$

г) условия постоянства водного расхода

$$q = VH = V_0 H_0 = V_2 H_2.$$

В условиях рассматриваемой плоской задачи описание русла сводится к простой констатации, что $b = \text{const}$, в силу чего уравнение деформации получает вид

$$\frac{\partial g_H}{m_0 \partial s} + \frac{dz}{dt} = 0. \quad (14.18)$$

Трактовка последнего в условиях рассматриваемой задачи непосредственно приводит к установлению режима функции $g_H = f(s)$ на основании следующих соображений.

Из рассмотрения схемы a рис. 52 следует, что за время dt профиль русла нижнего бьефа в результате размыва перешел из положения $D_1 M$ в положение $D_2 P$, причем на единице ширины потока за это время был размыт и унесен далее объем грунта, равный площади фигуры $D_1 D_2 P M$.

Выпрямим эту фигуру таким образом, чтобы образующая стала прямой, как это показано на средней схеме того же рисунка. Тогда она получит вид $D_1 M P D_2$ с точностью до малых второго порядка, равнозначая треугольнику $D_1 D_2 P$ длиной s и высотой Δz .

Очевидно, что эта высота будет равна понижению уровня во втором створе, так как глубина в данном створе остается одинаковой, равной H_2 . Объем этой призмы, равный $\frac{sdz}{2}$, в то же время будет равен объему смытого грунта за время dt , унесенного за створ KP и равного $\frac{g_H dt}{m_0}$.

Из равенства этих величин при переходе к бесконечно малым

$$\frac{g_H dt}{m_0} = \frac{sdz}{2}$$

следует, что

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2g_H}{m_0 s}$$

Подставляя полученное значение в (14.18), имеем

$$\frac{dz}{dt} = - \frac{\partial g_H}{m_0 \partial s} = \frac{2g_H}{m_0 s},$$

или

$$\boxed{- \frac{\partial g_H}{2g_H} = \frac{ds}{s}} \quad (14.19)$$

2. Мгновенный продольный профиль русла

Последнее уравнение дает возможность получить уравнение мгновенного продольного профиля русла в нижнем бьефе, если левую часть последнего уравнения выразить в функции местных глубин.

Расход русловых наносов в пределах размыва нижнего бьефа для любого створа глубиной H со средней скоростью V равен

$$g_H = \frac{(1 + \varphi) q}{2200} \frac{k}{H} \left(\frac{V}{V_H} \right)^{3,33}$$

и для области равномерного режима за пределами размыва, в которой глубина уже неизменна и равна H_0 , а средняя скорость лотка равна V_0

$$g_{H_0} = \frac{(1 + \varphi) q}{2200} \frac{k}{H_0} \left(\frac{V_0}{V_{H_0}} \right)^{3,33}$$

Имея в виду, что в процессе размыва средняя крупность зерен остается неизменной, получаем, что отношение этих выражений равно

$$\frac{g_H}{g_{H_0}} = \frac{H_0}{H} \left(\frac{V_{H_0}}{V_H} \right)^{3,33} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{3,33} \quad (14.20)$$

Так как

$$V_H = 1g \frac{8,8 H}{k_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}} \approx 1,33 \frac{H^{1/6}}{k_5^{1/6}} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma) k}{3,5 \gamma}}$$

то отношение

$$\left(\frac{V_{H_0}}{V_H} \right)^{3,33} = \left(\frac{H_0}{H} \right)^{0,555}$$

Вместе с этим $VH = V_0 H_0$, следовательно,

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{3,33} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{3,33}$$

Поэтому (14.20) получает вид

$$\frac{g_H}{g_{H_0}} = \frac{H_0}{H} \left(\frac{H_0}{H}\right)^{0,555} \left(\frac{H_0}{H}\right)^{3,33} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{4,89}$$

Откуда следует, что

$$\frac{dg_H}{g_{H_0}} = \frac{4,89 H_0^{4,89} dH}{H^{5,89}}$$

Подставляя полученное значение в (14.19), имеем

$$\frac{4,89 H_0^{4,89} dH}{2H^{5,89}} = \frac{ds}{s}$$

Интегралом этого выражения будет уравнение

$$2 \ln \frac{s}{s_0} = 4,6 \lg \frac{s}{s_0} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{4,89} - 1,$$

постоянная которого определена из того условия, что при $s = s_0$, т. е. в области равномерного режима, значение H будет равно H_0 .

Перепишем последнее выражение в виде

$$\frac{1}{4,6} \left[\left(\frac{H_0}{H}\right)^{4,89} - 1 \right] = \lg \frac{s}{s_0} \quad (14.21)$$

Это и будет уравнением мгновенного профиля дна русла.

Следует, однако, отметить, что начало абсциссы s этого уравнения будет находиться влево от области размыва нижнего бьефа, далеко за пределами плотины; и вся длина области размыва вмещается в небольшой отрезок $s_0 - s$, составляющий лишь ничтожную долю от значения s_0 . Чтобы убедиться в этом, достаточно определить длину размыва нижнего бьефа от начала его в начальном створе глубиной H_2 (конечный створ местного размыва), находящемся от начала абсцисс на расстоянии s_1 , до конечного створа размыва нижнего бьефа с глубиной равномерного режима H_0 , находящегося на расстоянии s_0 .

Эта длина определяется подстановкой в последнее уравнение $H = H_2$; $s = s_1$, и при различных значениях $\frac{H_2}{H_0}$, равных 2; 4; 6,

отношение $\frac{s_1}{s_0}$ будет равно

$\frac{H_2}{H_0}$	2	4	6
$\frac{s_1}{s_0}$	0,985	0,995	0,999

Отсюда следует также, что условное начало абсцисс перемещается тем больше в сторону верхнего бьефа, чем больше $\frac{H_2}{H_0}$.

Чтобы избавиться от этих затруднений, надо найти аппроксимацию правой части последнего уравнения, вполне удовлетворительную для диапазона от s_0 до s_1 .

Такой аппроксимацией в указанных пределах является выражение

$$\lg \frac{s}{s_0} \approx -0,55 \left(\frac{s}{s_0} - 1 \right), \quad (14.22)$$

удовлетворительность которого иллюстрируется следующими данными:

$\frac{s}{s_0}$	0,6	0,8	0,9	1,0
$\lg \frac{s}{s_0}$	-0,222	-0,10	-0,047	0
$-0,55 \left(\frac{s}{s_0} - 1 \right)$	-0,22	-0,11	-0,055	0

Поэтому уравнение мгновенного профиля (14.21) получает вид

$$-2,53 \left(\frac{s}{s_0} - 1 \right) = \left(\frac{H_0}{H} \right)^{4,89} - 1,$$

откуда следует, что

$$\frac{s_0 - s}{s_0} = \frac{1}{2,53} \left[\left(\frac{H_0}{H} \right)^{4,89} - 1 \right],$$

$$\frac{s_0 - s_1}{s_0} = \frac{1}{2,53} \left[\left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{4,89} - 1 \right].$$

Следовательно,

$$\frac{s_0 - s}{s_0 - s_1} = \frac{1 - \left(\frac{H_0}{H} \right)^{4,89}}{1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{4,89}}$$

Это позволяет теперь перенести начало абсцисс на конечный створ размыва нижнего бьефа, заменив абсциссы $x_0 = s_0 - s_1$; $x = s_0 - s$, что и сделано на схеме с рис. 52.

Тогда уравнение мгновенного профиля русла в области размыва нижнего бьефа получает значительно более удобный вид

$$\frac{x}{x_0} = \frac{\left(\frac{H_0}{H} \right)^{4,89} - 1}{\left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{4,89} - 1} \quad (14.23)$$

На рис. 53 представлены мгновенные профили размыва нижнего бьефа в безразмерных координатах для $\frac{H_2}{H_0} = 1,5; 2; 4; 6$.

Следует отметить, что безразмерные профили, при $\frac{H_2}{H_0}$ равные 1,5; 2,0; 4,0, еще заметно отличаются от прочих; при больших значениях H_2/H_0 все профили идут тесным пучком почти на всем протяжении $\frac{x}{x_0}$ и лишь при $x=0$ они заканчиваются на различных отметках.

Вопрос о продольном профиле размыва не нов; он несколько раз рассматривался в литературе. Отметим, однако, что в некоторых из наиболее поздних по времени работах принято упрощенное представление о том, что профиль дна в области размыва нижнего бьефа будет представлять собой наклонную прямую, соединяющую наибольшую глубину в области местного размыва с дном нижнего бьефа в конце общего размыва. Эта прямая показана на схеме с рис. 52 пунктиром, соединяющим точки *C* и *P*. Неприемлемость этой рекомендации выясняется сравнением ее с полученным расчетным профилем и со всеми данными опытов, часть которых представлена на графиках рис. 54.

3. Скорость распространения деформаций размыва и объемы их

Необходимость аппроксимации (14.22) становится еще более очевидной при определении объема размыва. Если бы углубление дна происходило без снижения уровней в области размыва нижнего бьефа, то объем размыва за время t был бы равен на единице ширины потока

$$W_1 = \int_0^{x_0} (H - H_0) dx,$$

где H изменялось бы от H_0 до H_2 по уравнению (14.21). Но за это время произошло еще и понижение свободной поверхности (а вместе с ним и понижение дна) на высоту от z при $x=x_0$ (см. схему с рис. 53) до нуля в створе $x=0$ вследствие размыва, объем которого, как будет показано далее, равен

$$W_2 = 0,275 i_0 x_0^2.$$

Поэтому общий объем размыва за время t будет равен

$$W = W_1 + W_2 = \int_0^{x_0} (H - H_0) dx + 0,275 i_0 x_0^2, \quad (14.24)$$

причем для интегрирования необходимо определить значение H по (14.21), по которому

$$\frac{H}{H_0} = \frac{1}{\left(4,6 \lg \frac{s}{s_0} + 1\right)^{0,205}},$$

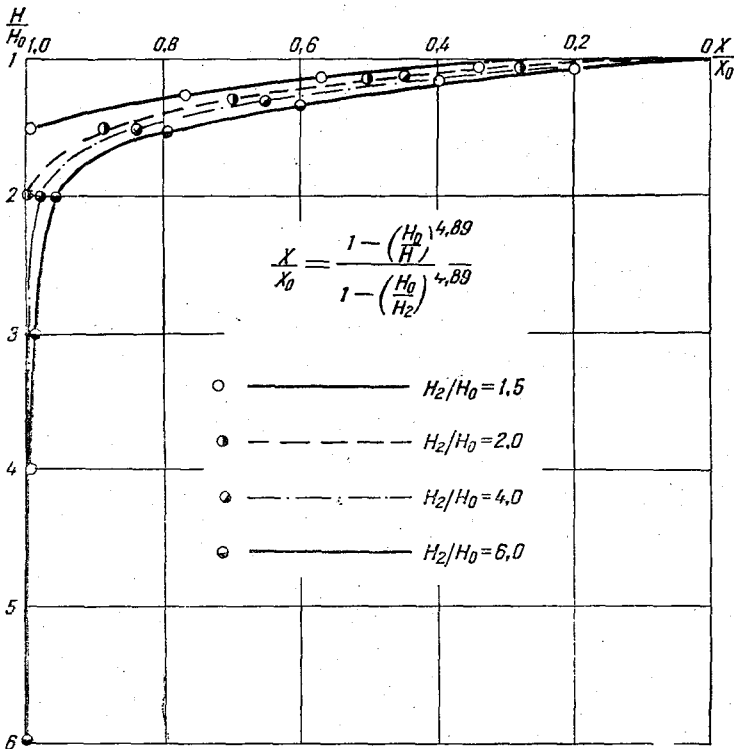


Рис. 53. Безразмерные профили общего размыва русла в нижнем бьефе.

в силу чего объем размыва будет выражаться функцией

$$W = \int_0^x \left[\frac{H_0}{4,6 \left(\lg \frac{s}{s_0} + 1\right)^{0,205}} - 1 \right] dx + 0,275 i_0 x_0^2,$$

в которую входит интеграл неявной иррациональной функции, не имеющий решения.

Вот почему и оказалась необходимой аппроксимация (14.19), использование которой дает уравнение мгновенного профиля русла в виде (14.23).

Использование ее значительно упрощает исчисление объема W_1 . Определяя dx по (14.23), затем используя (14.22) и производя возможные упрощения, получаем значение интеграла равным

$$W_1 = \frac{x_0 (H_2 - H_0)}{1 - \left(\frac{H_0}{H_2}\right)^{4,89}} \frac{AH_0}{H_2 - H_0}.$$

Опуская подробности, отметим, что

$$\frac{A}{1 - \left(\frac{H_0}{H_2}\right)^{4,89}} \frac{H_0}{H_2 - H_0} \approx \left(\frac{H_0}{H_2}\right)^{5/4},$$

что позволяет определить значение W_1 в наиболее удобной и компактной форме равным

$$W_1 = x_0 (H_2 - H_0) \left(\frac{H_0}{H_2}\right)^{5/4}.$$

Поэтому полный объем размыва будет определяться выражением

$$W = x_0 (H_2 - H_0) \left(\frac{H_0}{H_2}\right)^{5/4} + 0,275 i_0 x_0^2. \quad (14.25)$$

В то же время этот объем будет равен объему размытого грунта русла, вынесенного за пределы области размыва за время t

$$W = \frac{g_H t}{m_0}.$$

Следует, однако, иметь в виду, что в этот объем размытого грунта вошел и объем местного размыва, равный по (14.13)

$$W_m = 20 H_2^2 \left(1 - \frac{V_c}{V_{p_0}}\right)^2 \sqrt{\frac{V_c}{V_{p_0}}} \left[1 + \frac{1,3z}{H_2 \left(1 - \frac{V_c}{V_{p_0}}\right)}\right],$$

в правую часть которого входят все заданные или заранее рассчитываемые величины, кроме z ; к определению последнего перейдем несколько позднее.

Таким образом, из общего вынесенного размывом всего нижнего бьефа объема надо вычесть объем местного размыва для того, чтобы определить объем размыва собственно нижнего бьефа на длине x_0 .

Расчетным выражением последнего является уравнение (14.25), и в то же время этот объем равен

$$\frac{g_{H_0} t}{m_0} - W_m.$$

Это и дает равенство

$$\sqrt{\frac{gH_0 t}{m_0}} - W_m = x_0 (H_2 - H_0) \left(\frac{H_0}{H_2}\right)^{5/4} + 0,275 i_0 x_0^2, \quad (14.26)$$

которое является уравнением скорости распространения деформации, так как оно обеспечивает возможность для заданных исходных характеристик потока определить изменение длины размыва нижнего бьефа x_0 (за пределами местного размыва) в функции времени.

В приведенных выше уравнениях неизвестной остается пока величина снижения уровня нижнего бьефа z , которая определяется уравнением свободной поверхности потока в нижнем бьефе. Установление этого уравнения и является очередной задачей.

4. Снижение уровня нижнего бьефа и вид свободной поверхности потока в нем

Полное падение уровня на длине деформации в условиях равномерного режима, т. е. до размыва нижнего бьефа, исчисляется по обычной формуле Шези

$$h_{w_0} = \frac{x_0 V_0^2}{C_0^2 H_0} = i_0 x_0. \quad (14.27)$$

В условиях размыва вследствие уменьшения сопротивлений, обусловленного уменьшением скоростей в пространстве размыва, падение уровня на его длине будет меньше и равно

$$h_w = \int_0^{x_0} \frac{V dx}{C^2 H} + \frac{\alpha_0 V_0^2 - \alpha_2 V_2^2}{2g}.$$

Следовательно, снижение уровня в начальном створе размыва нижнего бьефа будет равно

$$z_0 = h_{w_0} - h_w = \frac{V_0^2 x_0}{C_0^2 H_0} - \int_0^{x_0} \frac{V dx}{C^2 H} - \frac{\alpha_0 V_0^2 - \alpha_2 V_2^2}{2g}.$$

Для любого промежуточного створа снижение уровня в условиях размыва будет равно

$$z = \frac{V_0^2 x}{C_0^2 H_0} - \int_0^x \left[\frac{V^2}{C^2 H} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right) \right] dx.$$

Следовательно, отношение z к h_{w_0} будет равно

$$\frac{z}{h_{w_0}} = \frac{x}{x_0} - \frac{\int_0^x \left[\frac{V^2}{C^2 H} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right) \right] dx}{\frac{V_0^2 x}{C_0^2 H_0}} \quad (14.28)$$

Значение второго члена этого уравнения в конечном виде получается путем следующих последовательных операций:

а) скорости V в створе x выражаются через V_0 и отношение глубин $\frac{H}{H_0}$;

б) после этого по уравнению (14.23) значения H выражаются в функции x ;

в) получаемые при этом неявные иррациональные функции аппроксимируются в наиболее удобные явные функции, подстановкой которых и получается интеграл второго члена;

г) но получаемое этим путем громоздкое выражение этого члена оказывается неудобным для расчетного использования, поэтому возникает необходимость новой аппроксимации значения интеграла, в результате которой появляется возможность представить второй член в наиболее простой приближенной форме, имеющей вид

$$\frac{\int_0^x \left[\frac{V^2}{C^2 H} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right) \right] dx}{\frac{V_0^2 x_0}{C_0^2 H_0}} \approx 0,6 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{1,67}$$

Подстановка этого значения в (14.28) и дает приближенное выражение, определяющее снижение уровня на длине x в пределах от нуля до x_0 , в форме

$$\frac{z}{h_{w_0}} = \frac{x}{x_0} - 0,6 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{1,67}, \quad (14.29)$$

где $h_{w_0} = i_0 x_0$.

Это выражение является уравнением профиля свободной поверхности в пространстве размыва нижнего бьефа, отметки которой отсчитываются от наклонной прямой свободной поверхности при равномерном режиме без размыва, имеющей вид $z = i_0 x$.

В табличной форме безразмерные значения этого снижения уровней имеют следующие значения:

$\frac{x}{x_0}$	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$\frac{z}{h_{w_0}}$	0	0,087	0,16	0,27	0,35	0,385	0,40	0,40

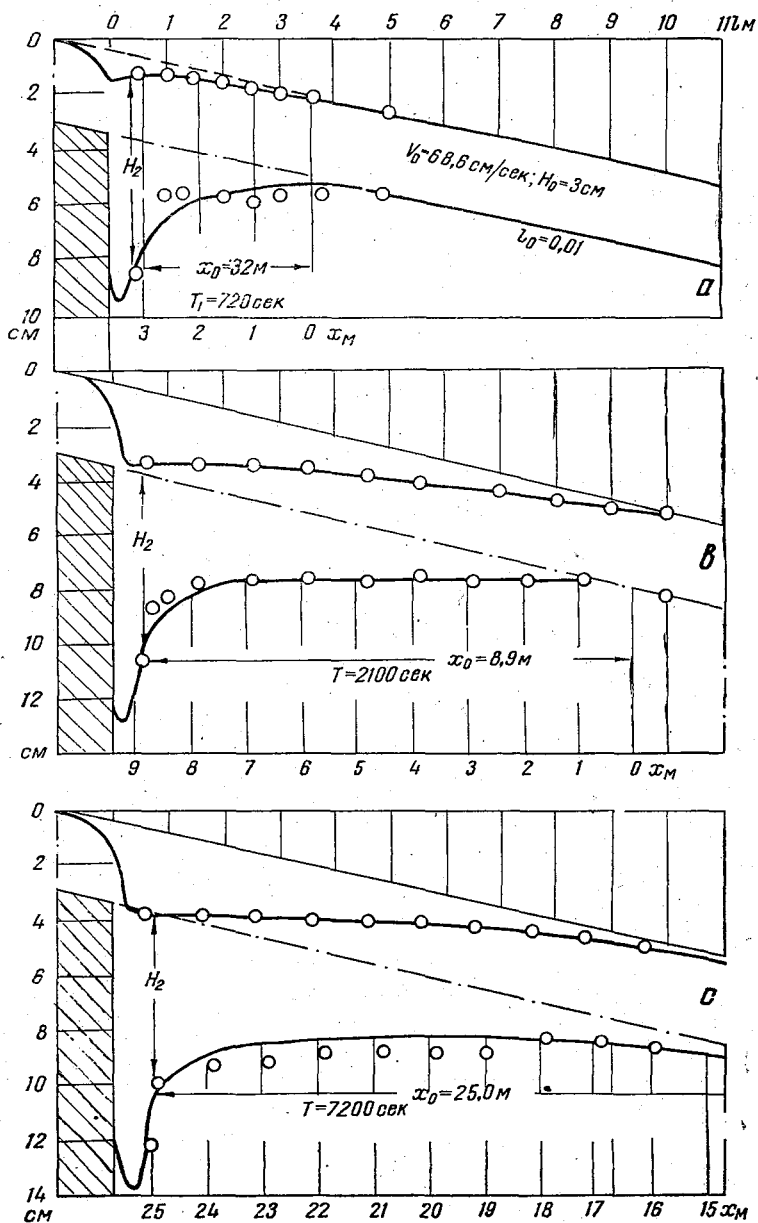


Рис. 54. Понижение свободной поверхности в нижнем бьефе по опытным и расчетным данным.

Формула (14.29) показана также на всех графиках рис. 54, на которых точками представлена и часть результатов опытов гидролаборатории ЛГМИ.

Сплошными линиями на этих графиках показано положение расчетных кривых профиля дна русла в плоском потоке по уравнению (14.23); затем свободная поверхность по уравнению (14.29) и увеличение длины размыва нижнего бьефа в функции времени по уравнению (14.26).

Полученный результат обеспечивает возможность определения и объема ^{расчетного} нижнего бьефа W_2 (за пределами местного размыва), связанного со снижением уровня в области общего размыва.

Эта часть объема будет равна

$$W_2 = \int_0^x z dx = x_0 h_{w_0} \int_0^x \frac{z}{h_{w_0}} \frac{dx}{x_0}.$$

Подставляя значение z по (14.29) и интегрируя в пределах $\frac{x}{x_0}$ от единицы до нуля, получаем, что

$$W_2 = 0,275 x_0 h_{w_0} = 0,275 i_0 x_0^2.$$

Таким образом, приведенное выше уравнение объемов размыва нижнего бьефа (14.25) и уравнение скорости распространения области этого размыва получают уже полностью расчетное значение.

5. Замечание об использовании полученных решений в условиях практических неплоских задач

Надо напомнить и о том, что расходы перемещения русловых грунтов и наносов действительного русла, аналитически описанной симметричной кривой глубин, превышают расходы перемещения в том же потоке, приведенном к плоскому, в несколько раз.

В главе XI было установлено, что отношение расходов перемещения в руслах заданной формы в сравнении с расходами перемещения плоским потоком зависит только от полноты сечения, т. е. от его формы. Это позволило обосновать возможность расчетов действительных расходов перемещения по легко исчисляемым расходам перемещения в плоском потоке умножением последних на постоянный множитель, зависящий только от формы русла.

Эти положения дают возможность использования расчетного аппарата анализа вопросов размыва нижнего бьефа, изложенного выше для плоского потока и для решения практических задач неплоского характера. Решение последних требует последовательного выполнения следующих операций.

1. Построением кривых обеспеченности глубин для ряда характерных действительных сечений реки определяется средняя полнота сечений $\frac{1}{1+\psi}$ и прочие основные их геометрические характеристики, после чего устанавливается равнозначный по площади и ширине плоский поток глубиной H_c со средней скоростью V , для которого и рассчитываются расходы перемещения грунтов и наносов.

2. Далее, по данным о сравнительной транспортной способности потока действительных сечений и плоского потока на основании выводов главы XI устанавливаются значения действительных расходов перемещения русловых грунтов и наносов.

3. После этого определяются значения H_2 , длина размыва нижнего бьефа x_0 , продольные профили для различных моментов времени и объемы размывов.

4. При этом в условиях неплоских задач должно быть учтено следующее важное обстоятельство.

При снижении уровня (рис. 55) дно в условиях плоской задачи в процессе размыва понизится на z и точка L схемы 1 перейдет в положение L на схеме 2.

Это неизбежно вызовет обрушение полосы берега шириной AB (оно произойдет несколько позднее понижения уровня воды).

Часть этой призмы сечением $CDEL$ войдет в объемы размыва русла, определяемые формулой (14.26). Но в дополнение к ним (после обрушения в реку) попадут и будут смыты две пирамиды с трапециевидальными сечениями $ABCD$. Разделим такую трапецию линией KC , тогда выражение площади ее будет иметь вид

$$\omega = DCK + ABCK = \frac{mz^2}{2} + mh_0 z,$$

где h_0 — высота берега над исходным уровнем. На величину объема этих пирамид, который обозначим W_g , увеличится общий объем размыва нижнего бьефа W , т. е. он будет равен

$$W = W_{пл} + W_g.$$

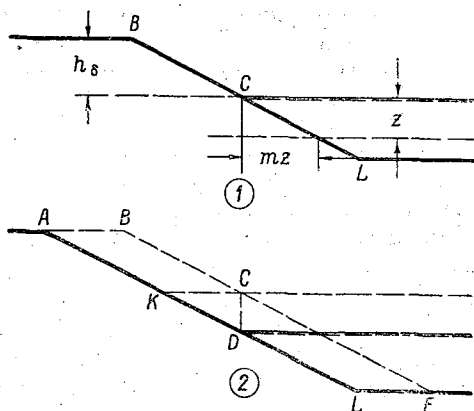


Рис. 55. Схема учета объемов размыва берега неплоского потока.

Этот объем будет равен объему выноса русловых наносов за пределы размыва нижнего бьефа $W = \frac{gH_0 t B}{m_0}$.

Равенство объемов является тем дополнительным условием, при котором плоская задача о размыве нижнего бьефа может быть использована для решения конкретных неплоских задач.

Таким образом, обрушение берегов с понижением уровней нижнего бьефа ведет к расширению русла поверху.

5. С течением времени появляется и еще одна причина, вызывающая общее расширение русла.

Исследованиями в области гидрографии установлены некоторые гидроморфометрические связи главных характеристик русла естественных водотоков и рек, имеющих многовековую историю. По этим связям отношение ширины русла к средней глубине находится в статистической зависимости от уклонов, скоростей и расходов потока и характеристик русловых прунтов.

В частности, имеющимися в литературе связями, разработанными С. И. Рыбкиным, а позднее Н. А. Белинским, Г. П. Калининым и др., устанавливается, что отношение средней ширины к средней глубине увеличивается по мере уменьшения уклона пропорционально

$$\frac{B_0}{H_0} \frac{H_1}{B_1} = \left(\frac{i_1}{i_0} \right)^n,$$

где $n=0,17-0,13$. Аналогичная структура этой формулы получается и на основании формул (12.4), полученных в главе XII.

Если процессы формирования русел, приводящие к этим соотношениям, развиваются особенно интенсивно на начальном этапе, то следует считаться с их возможностью и при проектировании сооружений. Учет этого фактора не может вызвать сколько-нибудь существенных трудностей, так как переменное значение i_1 является производной продольного профиля свободной поверхности, определяемого выражением (14.29).

ЛИТЕРАТУРА

а) по вопросам динамики потоков с жестким и деформируемым руслом:

1. Великанов М. А. Динамика русловых потоков. тт. I и II, Гос. изд. техн.-теор. лит.-ры, М., 1954, 1955.
2. Гончаров В. Н. Основы динамики русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1954; Движение наносов. Госстройиздат, Л., 1937.
3. Егиазаров И. В. Наука о движении наносов, сопредельные науки и возможности экспериментирования. Проблемы использования водных ресурсов. АН СССР, 1960.
4. Леви И. И. Динамика русловых потоков. Госэнергоиздат, Л., 1957.
5. Караушев А. В. Проблемы динамики естественных водных потоков. Гидрометеоздат, Л., 1960.
6. Мирцхулава Ц. Е. Размывающие и допускаемые скорости водного потока для связных грунтов и факторы, их обуславливающие. Тбилиси, 1960.
7. Мостков М. А. Очерк теории руслового потока. Изд. АН СССР, М., 1959.
8. Роуз Х. Механика жидкости. Гос. изд. техн.-теор. лит.-ры, М., 1958.
- 8а. Сизов Г. Н. Гидравлический массообмен. Речиздат, М., 1958.

б) по вопросам формирования речного русла и русловым процессам:

9. Алтунин С. Т. Регулирование русел. Сельхозгиз, М., 1956.
10. Великанов М. А. Русловой процесс. Речиздат, М., 1958.
11. Коновалов И. М., Чекренев А. И., Гришанин К. В., Баланин В. В., Селезнев В. М., Иванов В. В., Пахомов Б. В. Методика расчета выправительных сооружений на судоходных реках. М., 1959.
12. Кондратьев Е. Н., Ляпин А. Н., Попов И. В., Пиньковский С. И., Федоров Н. Н., Якунин И. И. Русловой процесс. Гидрометеоздат, Л., 1959.
13. Ржаницын Н. А. Морфологические и гидрологические закономерности строения речной сети. Гидрометеоздат, Л., 1960.
14. Маккавеев Н. И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. Изд. АН СССР, М., 1955.
15. Россинский К. И. и Кузьмин И. А. Внутренние течения речных потоков. В кн. Крицкого С. Н. и Менкеля М. Ф. «Гидрологические основы речной гидротехники». Изд. АН СССР, М., 1950.
16. Шамов Г. И. Речные наносы. Гидрометеоздат, Л., 1954.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

I. Обозначения

Для облегчения пользования книгой ниже приведены основные использованные обозначения.

Отметим при этом, что собственные потребности изложения ряда глав книги, с одной стороны, и, с другой, желание сохранить обозначения предшествующих курсов, в частности курса гидравлики, привели к использованию различных обозначений координатных осей. Поэтому в отдельных главах вертикальные и поперечные оси обозначены z ; y ; иногда же через y ; z , о чем каждый раз приведены замечания в тексте.

Ряд букв пришлось использовать для обозначения различных понятий.

Постоянные, особые и критические значения многих величин обозначены добавкой индексов латинского и русского алфавита.

В перечне не приведены широко известные обозначения механики, а также те обозначения, использование которых ограничивается лишь отдельной главой.

Перечень обозначений

I

- h — высоты (и отметка отдельных точек) в толще потока, над дном и падение уровней;
 z ; y — отметки свободной поверхности, дна и высота над дном;
 k ; k_5 — крупность зерен, формирующих русло, равная: а) среднему диаметру зерен и б) диаметру наиболее крупной фракции, доля которой равна 5%;
 Δ — средняя высота выступов;
 Δ_r — расчетная высота выступов шероховатой стенки, равнозначной по сопротивлениям гладкой стенки;
 $\frac{H}{\Delta}$; $\frac{r}{\Delta}$ — относительная шероховатость;
 $\frac{\Delta}{H}$; $\frac{\Delta}{r}$ — относительная высота выступов шероховатости;
 c ; b — линейная характеристика размеров отдельных групп турбулирующих вихреотделений (возмущений) различных частот, связанная с высотой шероховатости;
 δ — толщина пристенного слоя, а также области отрыва;
 s , l ; L — длина, абсцисса;
 b ; $B_0 = 2B$ — частная и полная ширина потока поверху.

II

- V — скорость средняя сечения или вертикали;
 $V_{н}$; $V_{с}$ — «несдвигающая» и «срывающая» средняя скорость потока;

- $u_x; u_y; u_z; u;$ $v; w$ — осевые проекции местной скорости;
 $u_0; u_\Delta$ — местные скорости на поверхности профиля и на вершинах выступов дна;
 $v_*; v_{*в}$ — вертикальные проекции скоростей вихреотделений (турбулирующих возмущений); местная и наибольшая у дна;
 $u'; v'$ — пульсационные добавки местных скоростей;
 σ — параметр Шези;
 ρ — плотность, общая концентрация;
 m_0 — относительная плотность грунтов и наносов в свежих отложениях;
 $P; P_0$ — осредненные значения местной концентрации и наибольшей у дна;
 $g_n; G$ — удельный и общий расход наносов в объеме беспустотной породы;
 φ — параметр турбулентности поведения зерен в спокойной воде, равный отношению скорости падения зерен в спокойной воде при турбулентном режиме падения к действительной гидравлической крупности;
 ω — гидравлическая крупность — скорость равномерного падения зерен в спокойной воде;
 $\alpha; \beta$ — безразмерные коэффициенты пропорциональности;
 Re — число Рейнольдса открытого потока, равно $\frac{2VN}{\nu}$, а также число Рейнольдса обтекания тел;
 R_δ — число Рейнольдса пристенного слоя.

II. Методические указания

А. Эта книга предназначена для самостоятельного изучения динамики русловых потоков в вузах, готовящих инженеров-гидрологов на дневных, вечерних и заочных факультетах и отделениях.

Во введении или заключении каждой главы дается сжатое конспективное изложение содержания рассматриваемых вопросов и итогов их анализа, что существенно облегчает усвоение основного материала.

Главное требование сводится к ясному пониманию физической стороны задач и вопросов, методов их анализа и путей решения, а также физической трактовке полученных выводов.

Для более ясного понимания явлений и процессов с наиболее сложным механизмом и структурой потока изучающие курс выполняют ряд экспериментальных работ в гидроработатории на специальных установках.

Первые практические навыки овладения основными расчетными итогами курса приобретаются выполнением ряда расчетных индивидуальных заданий по основным разделам курса.

Б. Выполнение дипломных работ по динамике русловых потоков в зависимости от конкретного содержания тем требует изучения соответствующих разделов дополнительной литературы.

В. В соответствии с программой в курсе динамики русловых потоков для факультетов и отделений инженерно-гидрологического профиля не рассматриваются следующие вопросы, входящие в смежные дисциплины, но в вузах других профилей иногда включаемые в курсы динамики русловых потоков:

1. Теория и расчеты плановой сетки течений в открытых потоках сложных очертаний, изучаемые в курсе гидрофизики в составе раздела гидротермики.
2. Вопросы динамики водных масс в водохранилищах (течения, волнения и переформирование берегов), рассматриваемые в дополнительном курсе гидравлики (гидравлика рек и водохранилищ).

3. Вопросы гидроморфометрии речных потоков, изучаемые в курсах морфологии и гидрографии.

4. Основы теории подобия и моделирования речных потоков, рассматриваемые в специальном курсе гидрометрии (основы опытно-лабораторного дела, гидрометрия сооружений и малых водотоков).

5. Вопросы стока наносов, рассматриваемые в курсах гидрологии и расчетов речного стока.