В.А. СВЕТЛОСАНОВ

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ К ПРИРОДНЫМ И АНТРОПОГЕННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

(учебное пособие)

МОСКВА
2009

УДК 502/504

Светлосанов В.А.

Устойчивость природных систем к природным и антропогенным воздействиям.
Москва. 2009. - 100 стр

Данная книга представляет собой учебное пособие. Цель этого пособия – познакомить студентов с основными идеями в модельных исследованиях устойчивого развития природных систем, анализом «хаоса», возникающего при описании динамических процессов в нелинейных системах. Книга рассчитана на широкий круг читателей, которые интересуются проблемами природопользования.

Отпечатано в типографии
Заказ № 2675
Тираж 150 экз.

Типография «11-й ФОРМАТ»
ИНН 7726330900
115230, Москва, Варшавское ш., 36
(499) 788-78-56
www.autoreferat.ru

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ К ПРИРОДНЫМ И АНТРОПОГЕННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ.

(Вместо предисловия)

Изложенный в данной книге спецкурс предназначен студентам третьего и четвертого курсов кафедры рационального природопользования географического факультета МГУ. Он носит общее название «Моделирование изменений географической среды». Спецкурс состоит из трех частей. Соответственно, первая, вторая и третья части носят названия: «Основы методологии моделирования природных систем», «Применение системного анализа в исследованиях природных систем» и «Устойчивость природных систем к природным и антропогенным воздействиям». В данной книге изложена третья часть спецкурса.

Часть материалов, представленных в данной книге, были взяты из монографий автора (Светлосанов, 1990, 1992)

Понятие «устойчивость» тесно связано с моделированием и системным анализом, так как в основе анализа устойчивости природных систем лежит математическая модель. Поэтому данная часть спецкурса является логическим продолжением первых двух.

Понятие «устойчивость» является неоднозначным и по разному трактуется разными исследователями. Существует много подходов к исследованию данного понятия. Некоторые из них активно, давно и успешно используются в математике (укажем исследования устойчивости по Ляпунову), а некоторые понятия появились сравнительно недавно (в последние десятилетия) и проникли в политику, в экономику, в социологию и другие отрасли науки (здесь, прежде всего, речь идет об устойчивом развитии общества).

Термины «устойчивость» и «устойчивое развитие» оказались тесно связанными с другими терминами. Укажем лишь некоторые из них: равновесие, предел, индикаторы, индексы, качество окружающей среды, аттракторы, странные аттракторы, синергетика, самоорганизация, управление, порядок и хаос.

В данной работе сделана попытка анализа некоторых из указанных выше понятий, которые способствуют лучшему пониманию понятия «устойчивость природных систем».

В настоящее время существует очень большое количество работ, связанных с устойчивостью природных систем. Часть публикаций по данному направлению можно найти в конце книге в списке «Литература».

На обложке книги представлена картина П. Пикассо «Девушка на шаре». У автора данная картина вызывает следующие ассоциации. Шар, на котором стоит девушка – это Земной шар. Девушка - представитель человечества. Глядя на картину, мы чувствуем, что девушка балансирует, т.е. ее положение не очень устойчиво. Сидящий на камне плотно сбитый мужчина – это ЛПР (лицо, принимающее решение). Хотя во времена создания картины понятие «устойчивое развитие» еще не существовало, тем не менее, хочется думать, что и ЛПР, и художнику очень хотелось, чтобы девушка не упала (т.е. Земной шар выдержал антропогенное воздействие и продолжил свое естественное устойчивое развитие в пространстве и во времени).

Автор приносит благодарность своим друзьям и сотрудникам Ю.Б. Андрееву и В.Н. Кудину за помощь в оформлении обложки книги.

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ

В настоящее время влияние человека на окружающую среду становится настолько сильным, что уже можно видеть положительные и отрицательные стороны этого воздействия. Изменяя и преобразуя окружающую среду, человек воздействует на ряд взаимосвязанных параметров. Каков результат этого воздействия, какие природные и антропогенные экосистемы являются устойчивыми к возмущениям, какова количественная величина воздействия, которое может уничтожить природную экосистему, могут ли малые постоянно действующие возмущения разрушить вполне устойчивую природную экосистему - все это вопросы, на которые нет ясных ответов, хотя иногда просматриваются некоторые тенденции.

Говоря об устойчивости экосистем, прежде всего, следует понять, какие экосистемы являются устойчивыми. А что такое «устойчивость»? В настоящее время много говорится об «устойчивом развитии». В Интернете ссылка на «устойчивое развитие» дает более 2000 сайтов и более чем 2 млн. документов. Популярность термина не означает, что решены все проблемы, связанные с устойчивым развитием. Может быть, даже наоборот. Практически, каждый исследователь вкладывает свой смысл в данный термин.

Чтобы обсуждать эти понятия, надо разобраться в терминологии. Для начала перенесемся в 1992 год в Рио – де - Жанейро, где проходила Конференция ООН по окружающей среде и развитию. Основным итогом Конференции стало принятие «концепции устойчивого развития», сформулированной как «Повестка дня на 21 век». Участники Конференции пришли к выводу, что в силу создавшейся в мире ситуации переход к устойчивому развитию является единственным путем дальнейшего разумного развития человечества. Выполняя принятое Конференцией решение, две сотни входящих в ООН государств, включая Россию, начали разработку своих национальных стратегий, планов и программ устойчивого развития.

Говоря об устойчивом развитии, следует сразу обратить внимание на терминологический аспект. Англоязычный термин «sustainable development» чаще всего переводится на русский язык как «устойчивое развитие». Слово «development» переводится однозначно - «развитие», а слово «sustain» имеет несколько значений и означает «поддерживать, выдерживать, устоять». Поэтому «sustainable» следует переводить как «поддерживаемый», «сбалансированный», «равновесный». Следовательно, более точный перевод был бы «поддерживаемое» или «сбалансированное развитие». «Поддерживаемое развитие» должно означать, что есть некоторая траектория какого-либо процесса и его (процесс) надо «поддерживать» в заранее определенных рамках. Т. е., процессом надо управлять!

Тем не менее, в русском языке существует устоявшийся принятый перевод термина «sustainable development» как «устойчивое развитие», поэтому важным моментом является понимание смысла, который вложен в этот термин.

Одна из Международных комиссий дала следующее определение устойчивого развития (Голубев, 1999): «Устойчивое развитие - это такое развитие, которое удовлетворяет потребности настоящего времени, но не ставит под угрозу способность будущего поколения удовлетворять свои собственные потребности». Такое определение требует расшифровки данного понятия для отдельной страны, региона, планеты в целом. Формализовать такое определение можно, хотя не так просто. Здесь возможны варианты, когда условия устойчивого развития не выполняются для отдельной страны, но выполняются для планеты в целом. Приведем другое определение устойчивого развития, принятое Международными организациями (ЮНЕП, МСОП): «устойчивое развитие - это такое улучшение качества жизни людей, которое сохраняет потенциальную емкость экосистем, обеспечивающих жизнь». Оба международных определения устойчивого развития затрагивают целый ряд процессов, связанных, в частности, с:

1. ***Использованием природных возобновляемых ресурсов***. (Предполагается, что использование этих ресурсов должно находиться в рамках их потенциального восстановления).

2. ***Использованием невозобновляемых ресурсов***. (Предполагается, что оно должно быть сопоставимо с созданием их заменителей).

3. ***Загрязнением окружающей среды в результате антропогенной активности.*** (Предполагается, что оно должно быть сопоставимо с регенерационной способностью природных систем).

4. ***Численностью населения Земли.*** (Предполагается, что она (численность) не должна превышать ее потенциальную емкость).

На основе понимания понятия «устойчивого развития» выдвигаются определенные стратегии. Эксперты Международных организаций говорят, что «пути, ведущие к экологической устойчивости, различны для каждой страны, но главная цель остается: обеспечить в течение менее чем двух поколений, такое состояние мира, чтобы прокормить 10 млр человек и чтобы при этом не пострадала окружающая среда». Как говорят физики: «Правильная формулировка задачи – половина ее решения». Но остается вторая не менее важная половина, суть которой заключается в осуществлении поставленной задачи.

Тем не менее, уже существуют определенные подходы для решения задачи. Основная идея этих подходов заключается в нахождении специальных индикаторов и индексов, которые являются критериями правильности решения задачи.

В настоящее время на региональном уровне собираются громадные массивы информации об экономическом, социальном, экологическом состояниях территорий. Но в обычном виде это нескоординированная и необработанная информация, которую нельзя использовать без предварительного анализа. Сделав анализ, всю информацию представляют в виде комбинации агрегированных (обобщенных и сжатых), специальным образом обработанных данных, которые называются индикаторами. Комбинации индикаторов представляют индексы. (Приведем пример экономического индекса. Индекс состояния экономики Нидерландов определяется четырьмя среднегодовыми индикаторами: рост валового национального продукта, уровень безработицы, уровень инфляции, дефицит бюджета).

В международных организациях было предложено всю геоэкологическую информацию описывать тремя группами индикаторов: индикаторы нагрузки на окружающую среду, индикаторы ее состояния, индикаторы реакции на изменение ее состояния. Институт Мировых Ресурсов (США) предложил использовать 4 ключевых геоэкологических индекса: индекс загрязнения окружающей среды, индекс истощения ресурсов, индекс риска состояния экосистемы, индекс экологического воздействия на благосостояние людей.

Расчет индексов делается следующим образом. Например, в Нидерландах индекс загрязнения окружающей среды состоит из 6 индикаторов: эмиссия в атмосферу газов, асидификация (антропогенный и природный процесс повышения кислотной реакции компонентов экосферы) окружающей среды, эвтрофикация окружающей среды, наличие токсичных веществ, обработка твердых отходов, уровень шума и концентрация запахов. Соединение индикаторов в единый показатель связан с введением весовых коэффициентов.

Подобным образом созданный комплексный индекс «устойчивого развития» должен включать также социальные и экономические индикаторы.

Термин «устойчивое развитие» неожиданно оказался очень емким и тесно связанным с другими терминами: устойчивое развитие, равновесие, принцип Ле-Шателье, риск, безопасность, предел, ПДК (предельно допустимые концентрации), ПДУ (предельно допустимые уровни опасных веществ и воздействий), ПДВ (предельно допустимые выбросы), ПДС (предельно допустимые сбросы), индикаторы, индексы, рост качества жизни и благосостояния, золотой миллиард, снижение антропогенного давления, коэволюция природы и общества, экология, образование, качество окружающей среды, здоровье, менеджмент, управление, устойчивая экономика, социальное устойчивое развитие, аттракторы, странные аттракторы, синергетика, самоорганизация, порядок и хаос в природных системах и др.

Исследования в области окружающей среды и рационального природопользования включают, в частности, следующие направления. Первое направление - теоретическое, методологическое, рассматривает следующие вопросы:

1. Изучение и классификацию потенциально возможных возмущений природных и антропогенных экосистем.

2. Разработку количественных оценок последствий воздействия на экосистемы: определение областей устойчивого существования компонентов экосистемы, введение различных мер, характеризующих устойчивость разных уровней экосистем.

3. Управление динамикой экосистем (с учетом найденных областей их устойчивого существования).

Второе направление - практическое, связано с конкретными расчетами последствий естественных и антропогенных воздействий на компоненты экосистем. Это направление исследований включает:

1. Проведение оценки состояния экосистем.

2. Нахождение распределения компонентов экосистем в состоянии равновесия.

3. Изучение динамики экосистем и их компонентов.

4. Изучение устойчивости экосистем к возможным возмущениям.

Вопрос об устойчивости природных и антропогенных экосистем является одним из важнейших в исследовании природных систем. Учеными всего мира дискутируется вопрос о предельно допустимых нагрузках на природные экосистемы. Вопрос этот необычайно сложный, и однозначного решения его в настоящее время не имеется. Несмотря на усилия, сделанные в этом направлении, до сих пор ученые находятся лишь на подступах к решению проблемы.

В географических работах проблеме устойчивости экосистем (геосистем) также уделяется много внимания. В частности, уже в 1982 г. Институт географии АН СССР провел рабочее совещание по проблеме устойчивости геосистем, а в 1983 г. был опубликован сборник статей этого совещания (Устойчивость геосистем, 1983)

«Устойчивость» является явно перегруженным и неоднозначным по своей сути термином в исследованиях географов по рациональному природопользованию. Говорят об «устойчивости геосистем», об «устойчивости ландшафтов», об «устойчивости природных комплексов», об «устойчивости природной среды и комплексов». Понятия устойчивости геосистем, введенные разными авторами, по своему смыслу сильно отличаются друг от друга. Поэтому, безусловно, сначала надо сделать анализ существующих общих (не математических) определений и понятий, вкладываемых в термин «устойчивость геосистем».

Наиболее широкую классификацию термину «устойчивость геосистем» путем обобщения различных понятий устойчивости у разных авторов дал А.Д. Арманд (Устойчивость…, 1983). Согласно этим авторам, устойчивость - это:

Способность сохранить данный объект в течение некоторого времени.

Способность восстановить прежнее состояние после возмущения.

Способность адаптироваться к изменившимся условиям, переход в новое состояние равновесия.

Способность сохранять некоторые жизненно важные параметры на определенном уровне за счет других параметров, гомеостазис.

Способность «глушить» внешний сигнал, многократно передавая его от одного элемента к другому

Способность не реагировать на сигнал, закрываясь «щитом».

Способность к длительному, (но не бесконечному) накоплению, «складированию» вредных воздействий без видимого вреда системе.

Способность легко «пропускать» сквозь систему загрязнители так, что они за время воздействия не успевали оказать вредного влияния на систему.

Способность сохранять производственную функцию в социально - экономической системе.

Отсутствие или быстрое затухание колебаний в системе.

Способность сохранить траекторию развития.

При этом А.Д. Арманд определил устойчивость как способность геосистемы вернуться в исходное состояние после возмущения. Вместо устойчивости А.Д. Арманд предпочел использовать термин «гомеостазис», который он определил «как способ возвращаться к начальному состоянию после внешнего или внутреннего воздействия». Им был введен также термин «ультрагомеостазис», который по своему значению принципиально отличался от вышеперечисленных терминов, характеризующих устойчивость геосистем при предположении, что система не меняет своей структуры. Ультрагомеостазис отражал явление восстановления разрушенной структуры геосистемы.

Веденин с соавторами (Устойчивость…, 1983) точного определения устойчивости не дают, но говорят о связи между нагрузками (рекреационными) на природный комплекс и устойчивостью последнего. Авторы использовали термин «надежность», определяя его как «способность сохранять пригодное для выполнения данной функции состояние на протяжении заданного промежутка времени при использовании его в определенных условиях. Природный комплекс более надежен, если степень устойчивости более высокая».

Попытку определить понятие устойчивости в экономической и социальной географии сделал Ю.Г. Липец (Устойчивость…, 1983). Для этого автор ввел понятия: позиционная, структурная и функциональная устойчивости. Понятие позиционной устойчивости по мнению автора отражает существование фиксированных элементов геосистем на заданной территории. Структурная устойчивость включила наличие связей между элементами данной системы. Понятие функциональной устойчивости автор связал с динамикой рассматриваемых систем. К сожалению, автором не было высказано соображений практической применимости введенных понятий для оценки устойчивости социально-экономических систем.

К.Н. Дьяконов (1979) связал понятие устойчивости с понятием изменчивости. «Устойчивость - есть повторяющаяся последовательность расположения элементов и блоков в пространстве и поведение ее во времени». За меру устойчивости им принято изменение интенсивности некоторых интегральных процессов во времени. За показатель изменчивости предложен коэффициент вариации.

В.В. Куликов (1976) определил устойчивость как «свойство активно поддерживать значение своих параметров в пределах, не превышающих неких критических величин и сохранять определенный характер функционирования, проявляющийся при воздействии на нее возмущающих факторов».

Н.И. Букс (1977) ввела качественные характеристики устойчивости (неустойчивые, слабоустойчивые природные системы), руководствуясь климатическими показателями (недостаток тепла, избыточность увлажнения).

В. Б. Сочава (1978) тесно связывал понятие устойчивости с понятием инварианта в природной геосистеме. В основе понятия инварианта, пришедшего в географические исследования из физики, лежит представление о некоторых свойствах геосистемы, которые остаются неизменными при разных динамических процессах, проходящих в геосистемах.

Если продолжить аналогии с физикой, то можно отметить существенное отличие введения инвариантов в физических исследованиях и в исследованиях геосистем. Как правило, в физике инвариантом служит математическое выражение физического закона (закон сохранения энергии, закон сохранения количества движения в замкнутых системах и т. д.). Отсутствие ярко выраженных математических зависимостей, описывающих законы развития в пространстве и во времени геосистем, приводят к определенным трудностям нахождения математического выражения инвариантов геосистем.

Подавляющее большинство исследователей считает, что понятие «устойчивость» тесно связано и определяется динамическими процессами в геосистемах. В определенных случаях говорят об устойчивости геосистемы в положении равновесия. Но и в этом случае понятие «равновесное состояние» является очень сложным. Предполагается, что компоненты геосистемы изменяются во времени, но их изменения происходят вблизи положения равновесия.

Устойчивость является одним из фундаментальных понятий о развитии природных комплексов. Эта проблема необычайно актуальная в связи с сильным антропогенным воздействием на экосистемы и необходимостью проведения оценки последствий антропогенных воздействий на природные комплексы. Результаты же оценок последствий антропогенных воздействий могут быть различны в зависимости от того, как определить понятие «устойчивость экосистемы».

Попробуем же разобраться сначала в общих чертах данной проблемы. Когда говорят об устойчивости экосистем, то явным или неявным образом подразумевают следующее. Имеется экосистема, которая испытывает антропогенное или естественное (природное) воздействие. В результате этого воздействия параметры (или даже компоненты) экосистемы изменяются и принимают некоторые (быть может, нежелательные) значения. Это значит, что для количественного исследования проблемы устойчивости экосистем всегда должны быть определены воздействия и критические значения некоторых (признанных ответственными за устойчивость) компонентов или параметров экосистемы. Отсюда, в частности, следует, что, говоря об устойчивости экосистемы вообще, часто подразумевается лишь относительная устойчивость экосистем (или их компонентов) к рассматриваемым типам воздействий.

Любая природная экосистема функционирует в пространстве и во времени, подвергаясь как естественным, так и антропогенным воздействиям. Длительность функционирования экосистем зависит от многих факторов, среди которых немаловажную роль играют воздействия на природные и антропогенные системы (их интенсивность и длительность). Безусловно, существует такой класс воздействий (и его можно определить теоретически), который разрушит природную экосистему. Однако, в практической деятельности, этот класс воздействий может быть и не реализован. Способность же природной экосистемы воспринимать разные классы воздействий и нейтрализовать их в первую очередь зависит от структуры рассматриваемой природной системы, которая определяется внутренними связями.

Общим для всех подходов анализа проблемы устойчивости экосистем является: наличие природной экосистемы, обладающей определенной структурой и наличие воздействий как природного, так и антропогенного характера, стремящихся либо вывести экосистему из определенных областей, считающихся устойчивыми, либо воздействовать на параметры экосистемы, тем самым в определенных случаях изменяя структуру последней, что тоже соответствует неустойчивости экосистемы. Исходя из этих представлений, сформулируем качественное понятие «устойчивость экосистемы».

Назовем устойчивостью экосистемы, подверженной воздействиям, ее способность сохранить внутренние структурные связи и находиться внутри одной и той же области устойчивого состояния.

Назовем упругостью экосистемы ее способность под действием возмущений переходить из одной области устойчивого состояния в другую, сохраняя при этом внутренние структурные связи. Отметим, что понятие «упругость» предполагает наличие у экосистемы нескольких устойчивых областей равновесия.

Данные определения применимы как к природным, так и антропогенным экосистемам. Неоднозначность в решении может возникнуть при определении областей устойчивого состояния природных и антропогенных экосистем и определении их структуры. Безусловно, нужны критерии или хотя бы качественные соображения по выбору областей устойчивого состояния и формулировке структур природных экосистем. Несомненно, рассмотрение конкретных природных и антропогенных экосистемных структур и внутренних связей будет способствовать лучшему пониманию проблемы устойчивости.

При изучении проблемы устойчивости экосистем, целесообразно выделить две оценки устойчивости. Суть вопроса в следующем. Экосистема представляет собой сложную динамическую систему, обладающую совокупностью процессов с положительными и отрицательными обратными связями. Именно взаимодействие этих процессов приводит к тому, что результат какого - либо воздействия может проявиться не мгновенно, а через определенный промежуток времени. Детальное теоретическое рассмотрение структуры экосистемы, безусловно, выявляет как слабые структурные места в экосистеме, так и совокупность тех воздействий, которые сделают систему неустойчивой. Но таких воздействий может быть немного, а ко всем остальным экосистема устойчива. Иллюстративным примером такого воздействия из области механики может стать мост, который устойчив и не разрушается при обычных воздействиях и нагрузках. Исключение составляет резонансное воздействие, возникающее вследствие того, что много людей шагают по мосту в такт.

Управление экосистемами должно проявляться в том, что разрушающие воздействия должны выявляться и не допускаться. Таких воздействий, разрушающих экосистему, может быть немного, но здесь возможны варианты. В определенный момент может возникнуть ситуация, когда одно, но достаточно сильное воздействие выведет систему из области устойчивого положения, а, возможно, что совокупность относительно малых возмущений (на протяжении длительного времени) приведет к тем же последствиям.

Учитывая, что экосистема может быть неустойчива к определенным типам воздействий, а к большинству воздействий устойчива, целесообразно разделить эти два вопроса. Поэтому, изучая устойчивость природных и антропогенных экосистем, следует ввести два понятия, характеризующих способность экосистемы реагировать на воздействия.

Для количественной оценки устойчивости природных экосистем в фиксированный момент времени без рассмотрения последствий конкретных возмущений действующих на экосистему, предлагается использовать понятие «индекс устойчивости» экосистем (Svetlosanov, 1984). «Индекс устойчивости» характеризует устойчивость экосистем к усредненному воздействию множества возможных возмущений. Основная направленность введения «индекса устойчивости» заключается в том, чтобы характеризовать способность экосистемы противостоять совокупности действующих возмущений. Безусловно, будут существовать определенные «направленные» возмущения, которые выведут экосистему в неустойчивую область. Поэтому «индекс устойчивости» характеризует, в частности, как бы удаленность экосистемы от критических значений параметров. Отметим, что «индекс устойчивости» - величина относительная, так как часто оценивается устойчивость на одни и те же воздействия одной экосистемы в сравнении с другой экосистемой.

В тех же случаях, когда требуется оценить устойчивость экосистем на определенном интервале времени по отношению к конкретному типу возмущений, предлагается использовать термин «критерий устойчивости» экосистем (Svetlosanov, 1984). Для одной и той же экосистемы количественная величина «критерия устойчивости», кроме внутренней структуры экосистемы, будет зависеть от класса возмущения и во многом будет определяться этим классом возмущения. Экосистема может оказаться устойчивой к одним классам возмущений и неустойчивой к другим классам (Svetlosanov, 1985).

Предположим теперь, что под действием определенных внешних или внутренних возмущений некоторые параметры экосистем, характеризующие ее устойчивость, могут достигнуть значений, которые считаются критическими. При достижении этих значений экосистема считается неустойчивой. Это означает, что в связи с нарушением или изменением определенных признаков, характеризующих ее как систему, она не может быть в дальнейшем классифицирована как прежняя экосистема. Итак, экосистема потеряла свою устойчивость. Однако существенным является следующий вопрос. По истечению какого времени экосистема потеряла свою устойчивость? Или по-другому – как долго экосистема сохраняла свои параметры в устойчивой области их изменения? Т. е., каково «время жизни» экосистемы? Чтобы охарактеризовать «время жизни» экосистемы, в дальнейшем будут введены понятия «простой, упругой и эластичной стабильности» экосистемы.

В 1973 г. канадский эколог Холлинг (Holling, 1973) высказал предположение, что природные экосистемы обладают двумя свойствами: стабильностью и упругостью (stability and resilience). Под упругостью природных экосистем он понимал при наличии у систем нескольких устойчивых положений равновесия способность переходить под действием возмущений из одного устойчивого положения в другое, сохраняя при этом внутренние взаимосвязи. Под стабильностью понималась способность природной экосистемы вернуться в прежнее состояние устойчивого равновесия после временного воздействия. Чем быстрее возвращение и чем меньше флуктуации (т. е. отклонений от среднего значения), тем более стабильна (по Холлингу) экосистема.

Холлинг привел примеры реальных случаев, когда природная экосистема не испытывала тенденции возвратиться в прежнее состояние равновесия при уменьшении внешнего воздействия. Одним из таких примеров являются Великие озера в США. До 1930 г. наиболее интенсивно в Великих озёрах вылавливалась рыба, пользующаяся спросом у потребителей: осетр, сельдь, белорыбица. Когда же по истечении времени давление человека на водную природную экосистему уменьшилось, ни один из указанных видов рыб не проявил тенденцию к восстановлению прежнего уровня обилия. Данное явление на малом отрезке времени не удивительно для осетровых рыб, которые имеют медленный рост и позднюю зрелость. Однако это неожиданно для сельди и белорыбицы. Так как все популяции вместе образуют единую природную экосистему, то был сделан вывод о том, что указанная экосистема изменила в результате оказанного давления область равновесия и перешла в другую область равновесия, которая характеризуется более низким численным составом видов рыб.

Слово «stability» на русский язык может быть переведено как устойчивость и как стабильность. Хотя в русской литературе чаще используется перевод введенного

Холлингом определения как «стабильность», видно, этот термин, согласно Холлингу, следовало бы переводить как устойчивость. В этом случае он лучше приближался бы к понятиям устойчивости, введенным Ляпуновым. (Критерии Ляпунова будут обсуждены далее в тексте).

В то же время существуют случаи возвращения природной экосистемы в прежнее состояние равновесия после снятия действующего возмущения. В качестве примера автор приводит канадскую ель. В течение 28 лет велось наблюдение над канадской елью и ее взаимодействием с березой в Восточной Канаде. За это время наблюдалось 6 вспышек численности канадской ели. Между вспышками канадская ель была малочисленным видом. Вспышки численности отмечены в сухие годы. В промежутках между вспышками естественные враги поддерживали численность канадской ели около низшего положения равновесия.

Согласно данным Холлингом определениям упругости и стабильности Великие озера представляют собой пример низкой стабильности и высокой упругости, а канадская ель является элементом природной экосистемы, характеризующейся высокой стабильностью и низкой упругостью.

Всякая природная экосистема старается приспособиться к окружающей среде. Холлинг отмечает, что чем однороднее окружающая среда, тем более вероятно, что природная экосистема имеет слабую флуктуацию, низкую упругость и высокую стабильность.

Отметим, что введенное Холлингом понятие стабильности не является общепринятым. В частности, в статье (Левич, 1976) устойчивость определяется как отношение воздействия ΔF на систему к изменению определенной характеристики ΔR системы. Стабильность St определяется как величина, обратная отклонению ΔR, т.е., $S_t = \frac{1}{\Delta R}$

В этом случае понятие «стабильность» системы характеризует способность (возможность) системы поддерживать определенную характеристику системы в неизменном состоянии.

Понятие «стабильность» широко применяется в атомной физике, где рассматривается время жизни элементарных частиц. Чем больше относительное время жизни частиц, тем они стабильнее. Руководствуясь принятым в атомной физике понятием стабильности, было введено понятие простой, эластичной, упругой стабильности природных экосистем (Светлосанов, 1976). Так как для любых вводимых понятий всегда желательно иметь количественные характеристики, попытаемся в дальнейшем разработать критерий стабильности природных экосистем.

Рассматривая конкретную природную экосистему, исследователь часто интересуется вопросом, как долго будет существовать такая система, каково ее «время жизни». Разумеется, что нет возможности экспериментировать с реальной природной экосистемой для определения ее времени жизни, и поэтому сначала создается модель, с которой и проводятся эксперименты. Но, что характеризует абсолютное время жизни природной экосистемы? Оно характеризует способность рассматриваемой природной экосистемы функционировать (существовать), конкурируя с другими природными экосистемами.

Свойство природной экосистемы существовать в течение того или иного времени назовем стабильностью экосистемы. Но является ли абсолютное время жизни природной экосистемы показателем ее стабильности? Предположим, мы хотим сравнить две функционально близкие природные экосистемы (пусть их динамика описывается одинаковыми дифференциальными уравнениями), которые имеют различные (параметры) коэффициенты, но характер воздействия на эти природные экосистемы одинаков. В этом случае абсолютное время жизни природной экосистемы будет характеризовать ее стабильность по отношению к случайным воздействиям. В этом случае, чтобы оценить, какая из двух систем стабильнее, достаточно сравнить их абсолютные времена существования. Однако для того, чтобы сравнить две различные природные экосистемы, абсолютного времени жизни недостаточно и следует ввести безразмерный коэффициент. С этой целью предположим, что имеется набор K подобных природных экосистем, которые имеют разное время жизни t_1, t_2… t_k. Тогда среднее время жизни такого класса систем будет:

$$t^* = \frac{\sum_{j=1}^{k} t_j}{K} \tag{3.1}$$

Пусть рассматриваемые природные экосистемы имеют лишь два устойчивых положения равновесия, одно из которых тривиально и соответствует «смерти» системы. Данное положение равновесия устойчиво не с точки зрения устойчивости в малом (т.е. по Ляпунову), а с биологической точки зрения. Определим, что произвольная экосистема j имеет простую стабильность, если выполняется условие

$$\frac{t_j}{t^*} \geq 1, \tag{3.2}$$

а если выполняется условие

$$\frac{t_j}{t^*} < 1, \tag{3.3}$$

то j природная экосистема имеет простую нестабильность.

Пусть имеется n подобных систем, каждая из которых характеризуется m устойчивыми положениями равновесия. Тогда, если мы возьмем природную экосистему, общее время существования этой системы при наличии действующих возмущений, будет равно

$$t_i = t'_1 + t'_2 + \ldots + t'_m = \sum_{j=1}^{m} t'_j \tag{3.4}$$

где t'_j – время жизни природной экосистемы в окрестности устойчивого положения j. Среднее время жизни t^{**} системы будет равно:

$$t^{\bullet\bullet} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} \tag{3.5}$$

Конкретное время существования произвольной системы i может быть больше, равно или меньше среднего времени жизни $t^{\bullet\bullet}$ системы.

Определим, что система i имеет упругую стабильность, если выполняется условие

$$\frac{t_i}{t^{\bullet\bullet}} \geq 1 \qquad (3.6)$$

и, соответственно, система i имеет упругую нестабильность, если выполняется условие

$$\frac{t_i}{t^{\bullet\bullet}} \langle 1 \qquad (3.7)$$

где t_i и $t^{\bullet\bullet}$ определены соотношениями (3.4) и (3.5).

Способность экосистемы вернуться в положение равновесия после кратковременного (не очень большого по амплитуде) возмущения, если период между двумя возмущениями меньше времени релаксации системы, назовем эластичной стабильностью. Чем меньше время возвращения системы после возмущения в устойчивое положение равновесия, тем эластичнее природная экосистема.

Известным специалистом в области кибернетики Эшби была выдвинута идея - измерять устойчивость систем отношением фазового пространства, в котором траектории системы устойчивы, к пространству, где траектории системы неустойчивы. Однако такая характеристика системы вряд ли практически приемлема, так как система может находиться в устойчивой части пространства бесконечно долгое время и, следовательно, будет устойчива, хотя по отношению фазовых пространств, согласно Эшби, система будет считаться неустойчивой.

Приведем механическую модель для рассмотрения введенных выше понятий простой, упругой и эластичной стабильности (рис. 3.1).

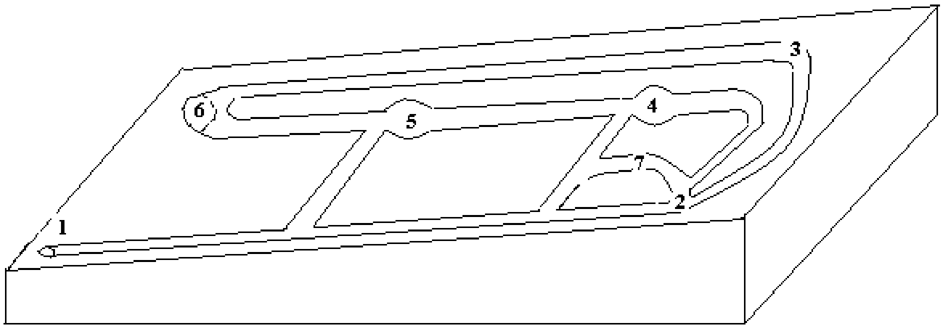

Рис. 3.1 Механическая модель реализации простой, упругой и эластичной стабильности.

Пусть имеется наклонная плоскость, а на ней желобы, по которым может двигаться шарик. Предположим, что имеется механизм, который может перекрывать некоторые возможные пути движения шарика. Положения (4) и (5) представляют собой ямки, в которых шарик может находиться очень долго, если в системе нет возмущений. Будем считать, что такие возмущения в положениях (4) и (5) существуют. В положении (6) имеется ямка, но возмущения отсутствуют. Шарик, попав в это положение, будет находиться в нем бесконечно долгое время. Из положения (4) шарик под действием возмущений может двигаться к положениям (1) и (5). Из положения (5) шарик в результате возмущений может попасть как в положение (1), так и в положение (6). Напомним, что в наших силах контролировать пути движения шарика. Распишем различные пути движения шарика и свойства системы, которые они характеризуют. Пусть имеется *n* реализаций, когда шарик в течение времени t_n проходил пути 1 – 2 - 1 или 1 – 2 – 7 - 1 перед тем, как он прошел путь 1 – 2 – 3 - 6 и оказался в положении 6, которое соответствует «смерти» каждой реализации. Общее время всех *n* реализаций равно сумме времен t_n. Среднее время «жизни» каждой реализации равно $\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = t_{ср}$ Теперь сравним времена t_i с $t_{ср.}$ Если $t_i / t_{ср} \geq 1$, то реализация имеет простую стабильность. Если $t_i / t_{ср} \prec 1$, то реализация имеет простую нестабильность. Аналогичным образом, если шарик описывает траекторию 1 – 2 – 4 – 5 - 1 или 1 – 2 – 4 - 1, а затем, двигаясь по маршруту 1 – 2 – 4 – 5 - 6, оказывается в положении 6, то в зависимости от сравнения времени «жизни» каждой реализации со средним временем «жизни» можно говорить об упругой стабильности конкретных реализаций. Движение только по маршруту 1 – 2 - 1 соответствует эластичной стабильности системы.

Введя понятия простой, упругой и эластичной стабильности природных экосистем, можно говорить об устойчивости различных состояний равновесия систем, используя имеющиеся традиционные математические приемы для исследования устойчивости. В том случае, когда имеется лишь одно положение равновесия, в зависимости от того, насколько оно устойчиво к возмущениям, можно говорить о простой стабильности или нестабильности природной экосистемы.

Приведем примеры исследования стабильности антропогенных экосистем.

В книге Г.А. Зайцева с соавторами (1977) дается развитие антропогенной системы Подмосковного бассейна. В районе действия угледобывающих предприятий авторы обнаружили несколько сукцессионных рядов, заканчивающихся устойчивыми состояниями растительности (рис. 3.2).

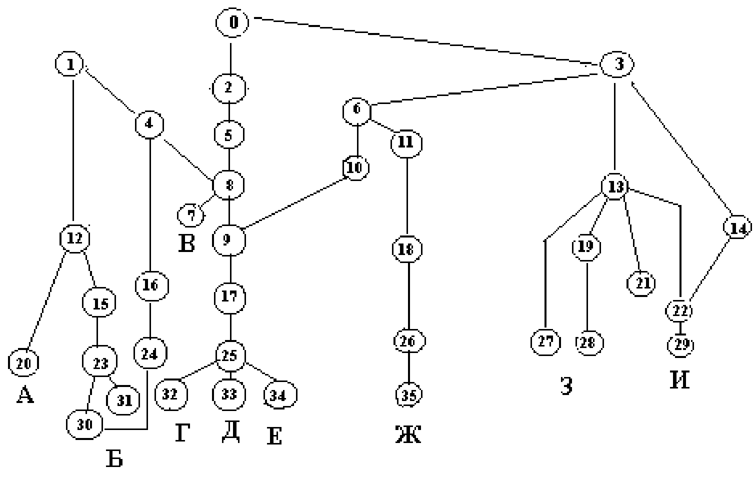

Рис. 3.2 Схема природных и рекультивационных сукцессий в Подмосковном угольном бассейне.

Ряд А характеризуется остепненной луговой растительной ассоциацией, ряд *Б* - разнотравными березняками и хвощевыми дубравами. Ряды В, Г, Д, Е, Ж - приводят к восстановлению дубрав. Ряды 3, И заканчиваются осиновым лесом, мокрым лугом или болотом. Авторы указывают, что антропогенное воздействие на экосистемы может быть самого различного характера: горные работы, вырубка, пожар, выпас скота.

Естественно, чем сильнее воздействие, тем сильнее изменение в антропогенной экосистеме. Рассмотрим представленную на рис. 3.2 антропогенную экосистему с точки зрения ее стабильности. Прежде всего, отметим, что рассматриваемая антропогенная экосистема имеет 11 устойчивых положений равновесия, в которые система может попасть, последовательно проходя во времени различные состояния. Предположим, что антропогенная экосистема близка или уже находится в одном из устойчивых состояний равновесия (например, в положении под номером 33 - дубрава снытьевая). Авторы рассматривают три случая:

1. В результате горных работ уничтожены растительный и почвенный покровы, т.е. система переведена в состояние 0.

2. В результате вырубки система переходит в состояние 9, в котором начинается зарастание лесосек.

3. В результате воздействия человека, антропогенная экосистема переходит в состояние 25.

Рассмотрим последовательно эти три случая.

В первом случае дальнейшее развитие антропогенной экосистемы зависит от результата проведения горных работ. Если образовались гряды отвалов, то дальнейшее развитие пойдет по прежнему пути, и антропогенная экосистема может оказаться в устойчивом положении равновесия 33, хотя может оказаться и в положении 32 и 34. Если же образовались откосы высоких отвалов, то экосистема будет развиваться согласно ряду А. В случае выемки (траншеи), развитие антропогенной экосистемы пойдет другим путем, охарактеризованном рядами Ж, З или И. Так как антропогенная экосистема в конечном итоге окажется в одном из устойчивых положений равновесия (при этом предположим, что система не оказалась в положении 33), следовательно, в зависимости от соотношения времени прохождения сукцессии к среднему времени сукцессии, можно будет говорить об упругой стабильности (или упругой нестабильности) антропогенной экосистемы.

Во втором случае проведения горных работ, если антропогенная экосистема возвращается в положение 33, мы имеем эластичную стабильность.

В третьем случае антропогенная экосистема может оказаться в устойчивых состояниях 32, 33, 34. Возможны такие переходы от одного устойчивого положения, например, 32 в другие устойчивые положения 33 или 34 через состояние 25. В этом случае возможна упругая стабильность (или упругая нестабильность) экосистемы (имеется в виду рассмотрение конкретной реализации процесса сукцессии). Конечный вывод (упругая стабильность или упругая нестабильность) будет зависеть от соотношения времени сукцессии конкретного процесса (т. е. до момента попадания экосистемы в результате деятельности человека в состояние 0) и среднего времени сукцессии процесса.

В книге (Куракова, 1976) можно найти ряд примеров, характеризующих стабильность и нестабильность антропогенных экосистем. Саванна, лес, степь, тундра, пустыня - все это динамические экосистемы, которые рассматриваются с точки зрения результатов воздействия на них человека. Условно можно считать, что пустыня является «смертью» развития природных экосистем. Если природная экосистема перешла в состояние «пустыни», то мы можем иметь простую нестабильность системы или простую стабильность системы Известны некоторые исторические примеры. Ряд исследователей считает, что Сахара из влажной саванны превратилась в пустыню. Пустынная в настоящее время область от озера Чад до Хартума была покрыта растительностью. Считается, что такое резкое изменение состояний природных экосистем явилось в результате деятельности человека. Тундра имеет как минимум два устойчивых состояния равновесия. Под влиянием выпаса скота песчано - лишайниковый тип тундры переходит в песчано - дернистый. Так как антропогенная экосистема как таковая при этом не разрушается, мы можем иметь упругую стабильность (или упругую нестабильность) антропогенной экосистемы.

В Юго-Восточной Азии на высоте 1000-2000 м на месте сведенных лесов успешно развивается бамбук, т. е., антропогенная экосистема переходит из одного устойчивого состояния в другое. В данном случае мы имеем дело с упругой стабильностью (или нестабильностью) антропогенной системы.

Возникающая при вырубке леса последовательность вторичных сукцессий одинакова для всех поясов: травянистые растения – кустарники – деревья. Предоставленные самим себе в благоприятных условиях они возвращаются к своему исходному состоянию. Время, которое требуется для возрождения первичного леса, колеблется в широких пределах от 60 - 100 лет до нескольких столетий. (Куракова, 1976). В рассматриваемом случае антропогенная экосистема возвращается к своему первичному состоянию, а это значит, что антропогенная экосистема обладает эластичной стабильностью.

Малые озера могут служить примером экосистемы, имеющей несколько устойчивых состояний равновесия. Антропогенные воздействия на малые озера проявляются в виде нагрузок биогенными элементами, поступающими в озера с сельскохозяйственных полей. При антропогенном воздействии происходит нарушение биологического равновесия водной экосистемы, которое проявляется в изменении видового состава фитопланктона и его продуктивности. В результате антропогенного воздействия происходит процесс эвтрофирования озер, который проявляется сначала в форме увеличения биомассы уже существующих видов. В дальнейшем происходит изменение и в видовом составе фито и зоопланктона. При этом водная экосистема имеет несколько устойчивых состояний равновесия. В работе (Антропогенные воздействия..., 1980**)** можно найти примеры переходов водной экосистемы из одного устойчивого состояния в другое. Так, в результате антропогенного воздействия (годовая нагрузка озера фосфором от зверофермы 13 г/м) озеро Корбъярви (Карельская АССР) за 12 лет превратилось из олиготрофного в гипертрофное. Около 30 лет находясь под воздействием животноводческих ферм (годовая нагрузка фосфором озера 6 г/м^2, потребовалось озеру Даубле (Белоруссия), чтобы перейти из мезотрофного состояния в гипертрофное. При нагрузке фосфором 0.6 г/м озеро Петаярв (Эстония) за 50 лет перешло с мезотрофного уровня на гипертрофный.

Озерно-болотные экосистемы чувствительны к антропогенному воздействию. Под озерно-болотными системами подразумевается совокупность внутриболотных водоемов (озер) и окружающих их болотных экосистем. Экосистема в результате антропогенного воздействия может уйти из устойчивого положения равновесия, но возвратиться в него через определенный промежуток времени по окончанию воздействия (эластичная стабильность). Однако при определенных условиях экосистема может не вернуться в исходное состояние, а перейти в новое положение равновесия.

Одно из возможных антропогенных воздействий для озерно-болотной экосистемы заключается в следующем. Для осушения заболоченной территории создается осушительная сеть. Неглубоко положенные открытые каналы в торфяном болоте вызывают понижение грунтовых вод, влияют на рост растительности, а со временем изменяют даже состав болотной растительности. Усиливается роль сосны, интенсивнее растут болотные кустарнички, изменяется видовой состав мохового и травянистого покрова кустарничков. Все это происходит при поддержании осушительных каналов в первоначально созданном состоянии, т.е. при периодической их прочистке. Если же последнее отсутствует, то каналы естественно затягиваются и исчезают. В результате происходит восстановление прежнего гидрологического режима озерно-болотной экосистемы, а в дальнейшем восстановление первичного растительного покрова. Все это означает, что внесенное в экосистему возмущение вывело ее из устойчивого положения равновесия. Однако внутренние силы экосистемы были направлены на нейтрализацию возмущения. В результате указанного процесса экосистема вернулась в свое исходное состояние.

В определенных условиях возможны такие варианты, когда озерно - болотная экосистема, находящаяся под антропогенным воздействием, не возвращается в старое устойчивое положение равновесия. Примером может служить мелкозалежный болотный массив, расположенный на песчаных водонепроницаемых грунтах (Иванов, 1974**).** Если для осушения данной экосистемы используются глубокие дренажные каналы, дно и откосы которых могут находиться в подстилающих песчаных грунтах, то при определенных уклонах наблюдается процесс эрозионного углубления канав, находящихся в песчаных грунтах. Следствием этого будет необратимое изменение водного питания болотной экосистемы, которая перейдет в новое устойчивое положение равновесия.

КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЗМОЖНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ЭКОСИСТЕМАХ

Как уже говорилось, природная экосистема представляет собой сложную динамическую систему, компонентами которой являются: атмосфера, гидросфера, литосфера, почва, растительный и животный мир. Воздействие на экосистему в целом осуществляется посредством воздействия на любой из указанных выше компонентов. Чтобы оценить результаты последствий действий на природную экосистему, рассмотрим следующие шесть классов возмущений, действующих на компоненты экосистемы:

1. Единичные кратковременно действующие импульсы с малой амплитудой воздействия.

2. Единичные кратковременно действующие импульсы с большой (но конечной) амплитудой воздействия.

3. Периодически действующие импульсы с различной амплитудой воздействия.

4. Постоянно действующие малые возмущения.

5. Постоянно действующие большие возмущения.

6. Возмущения, действующие на параметры компонентов экосистемы и приводящие к изменению ее структуры.

Лавины и сели могут быть отнесены как к разовым, так и периодическим кратковременно действующим импульсам с разными амплитудами воздействия (воздействие на растительный компонент экосистемы и на антропогенные сооружения).

Лесные экосистемы подвержены регулярным антропогенным воздействиям, проявляющимся в виде вырубки леса и массивов (воздействие на растительный компонент экосистемы).

Сильные антропогенные возмущения происходят в результате интенсификации сельского хозяйства и развития промышленности в целях увеличения производственных мощностей.

Интенсификация сельского хозяйства определяется в первую очередь увеличением использования минеральных и органических удобрений. Следствием применения в сельском хозяйстве минеральных и органических удобрений является поступление биогенных элементов в водные экосистемы. Отметим, что даже незначительный смыв с полей минеральных удобрений (ежегодное производство в мире порядка 10^8 т) оказывает влияние на эволюцию небольших и средних озер. Таким образом, антропогенное постоянно действующее возмущение на водные экосистемы (воздействие на гидросферный компонент) обусловливается интенсивностью поступления биогенных элементов. Следует отметить возрастающее из года в год воздействие на водные экосистемы сельскохозяйственных полей. Так, в XX в. по сравнению с XIX в. нагрузка фосфором малых озер за счет земледелия увеличилась в 20 раз, а за счет животноводства на два порядка (Антропогенные воздействия…, 1980). Интенсификация сельского хозяйства определяется применением на полях различных технологий, внедрением новых методов обработки почвы (воздействие на почвенный компонент экосистемы). В результате воздействия распаханные почвы подвержены процессам водной и ветровой эрозии, что ведет за длительный промежуток времени к деградации агроэкосистемы, к снижению продуктивности биотического компонента. Аналогичные последствия происходят в результате антропогенного воздействия, приводящего к процессам заболачивания и засоления.

Примером промышленного воздействия на экосистемы является загрязнение природной среды (воздействие на атмосферный, гидросферный и почвенный компоненты природной экосистемы). Атмосфера загрязняется вредными токсическими веществами: тяжелыми металлами, окислами серы и азота, которые в дальнейшем попадают в почву и включаются в геохимические циклы, водоемы загрязняются сточными водами. Здесь указано лишь небольшое количество возможных воздействий на природные экосистемы преимущественно локального уровня.

Специального рассмотрения заслуживает вопрос определения предельно допустимых нагрузок на компоненты экосистем. Можно дать следующее определение предельно допустимым нагрузкам. Предельно допустимой называется такая нагрузка на экосистемы, которая либо изменяет те структурные связи, которые определены как важнейшие, либо переводит экосистему из одного устойчивого состояния в другое с разрушением внутренних структурных связей.

Понятие предельно допустимых нагрузок тесно связано с понятием обратимых и необратимых природных процессов. При обратимом процессе экосистема вернется в исходное состояние после прекращения действия на нее возмущения. При необратимом процессе под влиянием возмущения экосистема либо переходит в новое устойчивое состояние при сохранении своей внутренней структуры, либо меняет внутренние структурные связи экосистемы.

Как уже указывалось выше, нагрузка на экосистему в целом может быть осуществлена посредством возмущений, действующих как на отдельные компоненты экосистемы, так и на несколько компонентов совместно. Предположим, что под действием возмущений, один из компонентов экосистемы (или несколько) изменил(и) свое первоначальное состояние. Но как это обстоятельство отражается на устойчивости экосистемы в целом? Что является первым сигналом, возвещающим о начинающейся перестройке внутренней структуры экосистемы? Какой компонент или элемент экосистемы является индикатором, характеризующим устойчивость? Однозначного ответа на эти вопросы в настоящее время не имеется. Однако, анализируя отдельные реакции экосистемы на внешние возмущения, можно выдвинуть гипотезу, что экосистема на любые возмущения прежде всего реагирует изменением своего биотического компонента. Именно поэтому биотический компонент, как наиболее чувствительный к нарушению естественного протекания природных процессов в экосистеме, может быть использован в качестве «индикаторного» компонента экосистемы. Отсюда следует, что качественные и количественные понятия устойчивости экосистем будут (не всегда, но часто) связаны с изменениями биотического компонента. Это значит, что в первую очередь должны быть выделены области изменения биотического компонента, находясь в пределах которых экосистема может считаться устойчивой.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ.

АНАЛИЗ РАЗЛИЧИЯ МЕЖДУ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТЬЮ ПО ЛЯПУНОВУ И ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТЬЮ.

Все существующие в настоящее время работы по количественной оценке устойчивости природных экосистем можно условно разбить на две группы (Светлосанов, 1977(б)).

К первой группе относится построение моделей природных экосистем с использованием дифференциальных уравнений и изучение устойчивости таких модельных систем к различного рода возмущениям. Здесь возможно применение целого ряда разработанных в математике методов. Одно из препятствий, стоящих на пути данного способа – трудность создания достаточно адекватной действительности математической модели.

Ко второй группе относятся попытки найти в природной экосистеме некую характеристику, отвечающую за устойчивость всей системы в целом. (Этот подход перекликается с попыткой найти критерий качества окружающей среды). Безусловно, найти такую характеристику - очень заманчивая идея. Предполагается, что такая характеристика является функцией некоторых переменных величин, которые можно сравнительно легко измерять. Меняя характеристики для различных природных экосистем, получают конкретные числа, сравнивая которые можно говорить об относительной устойчивости природных экосистем. Достоинство данного метода - простота расчета характеристики. Однако у этого метода существует ряд недостатков.

Возможен также подход, являющийся синтезом первых двух указанных. Суть данного подхода заключается в следующем. Составляется математическая модель функционирования экосистемы в виде дифференциальных уравнений и исследуется влияние возмущений на динамику развития данной системы. В результате модельных исследований в определенных случаях можно определить, какие параметры системы и в каких функциональных зависимостях являются ответственными за устойчивость изучаемой системы. Данный подход реализован для случая изучения влияния малых случайных возмущений на устойчивость состояний природных экосистем. Изложение этого вопроса будет приведено ниже.

Рассмотрим методы, связанные с первой группой исследования устойчивости природных экосистем.

Эта группа предполагает наличие математической модели, которая описывает динамику природных экосистем. Ранее обсуждались два класса динамических моделей: детерминистские и стохастические. Детерминистские модели хорошо могут описать поведение динамических систем, когда численные значения переменных достаточно велики. Стохастические модели дают возможность учитывать такие эффекты, как, например, вероятность гибели экосистем в целом или вероятность гибели элементов природных экосистем. Однако вероятностные модели чрезвычайно сложны для математического исследования. В тоже время для исследования устойчивости природных экосистем необходим учет влияния воздействий, носящих случайный характер. Можно ли обойтись здесь без построения чисто вероятностных моделей? В определенных случаях можно. Рассмотрим эти случаи.

Предположим, что имеется математическая модель в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которые описывают динамику природной экосистемы. В принципе, дифференциальные уравнения могут быть как линейными, так и нелинейными, но реальные природные экосистемы, как правило, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями.

Устойчивость решений дифференциальных уравнений к единичным случайным возмущениям была исследована А.М. Ляпуновым (Ляпунов, 1950). Рассмотрим, какой смысл вкладывал А.М. Ляпунов в понятие устойчивости. Не вводя пока точного определения устойчивости, данного Ляпуновым, поясним, что речь шла о некоторой траектории движения системы (являющейся решением дифференциального уравнения), принятой за невозмущенную. Такая траектория движения считалась «устойчивой», если другая (возмущенная) траектория после снятия возмущения стремилась с течением времени к невозмущенной траектории. В зависимости от характера возмущений (возмущения могли быть по амплитуде малыми и очень большими), а также от стремления «возмущенной» траектории к «невозмущенной» появились понятия абсолютной устойчивости (устойчивости в целом), асимптотической устойчивости.

Предположим, что рассматриваемая природная экосистема имеет n степеней свободы. Тогда $X_1, X_2, \cdots X_n$ - независимые переменные, которые определяют положение природной экосистемы в n - мерном фазовом пространстве. Будем считать, что существуют первые производные по времени переменных X, т. е. $\dot{X}_1, \dot{X}, \cdots, \dot{X}_n$.

Пусть динамика природной экосистемы описывается системой дифференциальных уравнений, которые отличаются от линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами лишь присутствием аддитивно входящей нелинейной функции от какой - либо из переменных:

$$\frac{dX_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + b_i Y, \tag{3.8}$$

где $Y = \varphi(\sigma)$, а $\sigma = \sum_{k=1}^{n} c_k X_k$

В уравнении (3.8) коэффициенты a_{ij}, b_i , c_k постоянны, $\varphi(\sigma)$ кусочно непрерывная действительная функция, определенная для всех действительных значений σ, удовлетворяющая условию $\varphi(0)=0$.

Если в (3.8) положить Y=0, то получается система линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dX_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \qquad (i=1, 2,\ldots n) \tag{3.9}$$

с характеристическим уравнением

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & a_{2n} \\ \ldots\ \ldots\ \ldots & \ldots\ \ldots & \ldots\ \ldots \\ \ldots\ \ldots\ \ldots & \ldots\ \ldots & \ldots\ \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} \tag{3.10}$$

Согласно теоремам Ляпунова об устойчивости систем, действительные части корней характеристического уравнения (3.10) дают следующую информацию: если действительные части всех корней уравнения (3.10) отрицательны, то система устойчива к возмущениям; наличие положительных корней говорит о неустойчивости системы. Дополнительных исследований требует существование нулевых действительных частей корней характеристического уравнения (3.10). Такой метод исследования устойчивости линейных систем получил название первого метода Ляпунова.

Дадим определение устойчивости в смысле Ляпунова. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dX}{dt} = X(x,t) \tag{3.11}$$

Пусть имеется некоторое движение (решение уравнений) системы (3.11) X=$f(t)$. Назовем это движение невозмущенным. Движение X=$f(t)$ называется устойчивым в смысле Ляпунова, если для всякого ε > 0 , можно указать δ > 0, такое, что из неравенства $|X(t_0)–f(t_0)| < \delta$ следует неравенство $|X_1(t)-f(t)| < \varepsilon$ при любом $t > t_0$. Здесь через X_1(t) обозначено любое другое решение системы уравнений (3.11), определенное начальным условием $X(t_0)$. Асимптотически устойчивым по Ляпунову движением $X(t)$=$f(t)$ называется такое движение системы (3.11), если оно устойчиво в смысле Ляпунова, а при t, стремящемся к бесконечности, будет выполняться равенство:

$$\lim_{t\to\infty} |X_1(t) - f(t)| = 0 \tag{3.12}$$

Если движение X=$f(t)$ устойчиво по Ляпунову и, кроме того, выполняется соотношение (3.12) для любых начальных условий, то движение X=$f(t)$ называется асимптотически устойчивым в целом. Отметим, что, если линейная система устойчива в малом, то она устойчива при любых возмущениях. Особенностью нелинейных систем является следующее: нелинейные системы могут быть устойчивы для малых возмущений, но будут неустойчивы для больших. Если мы имеем небольшое возмущение, действующее на нелинейную систему (3.11), то при исследовании устойчивости такой системы тоже применим первый метод Ляпунова. В этом случае говорят об устойчивости «в малом». При этом для исследования на устойчивость используется метод первого приближения Ляпунова, суть которого заключается в линеаризации нелинейного члена системы уравнений (3.8) и использовании в дальнейшем характеристического уравнения (3.10).

Итак, положение корней на комплексной плоскости полностью определяет вопрос об устойчивости системы для малого возмущения. Однако нахождение корней является простой задачей для уравнений с невысокой степенью неизвестной величины. Корни уравнения высокой степени уже не находятся аналитически. Зато всегда известны коэффициенты характеристических уравнений. Отсюда возникла идея о нахождении критерия устойчивости линейных уравнений к единичному возмущению без решения характеристических уравнений. К настоящему времени существует несколько таким образом определенных критериев устойчивости. Наиболее известными из них являются критерии Раусса-Гурвица, критерий Михайлова (Красовский, Поспелов, 1962). Согласно критерию Раусса-Гурвица, необходимым условием устойчивости линейной системы (3.9) является требование, чтобы все коэффициенты a_{ij} характеристического уравнения были положительны. Выполнение этого требования является также достаточным для уравнений первой и второй степени. Для более высоких степеней достаточным условием устойчивости является выполнение неравенств, составленных по определенному алгоритму из коэффициентов a_{ij}. Рассмотрим подробнее этот вопрос.

Если имеется многочлен с коэффициентами характеристического уравнения

$$A(P) = a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0 = 0, \tag{3.13}$$

то определитель Δ_0 имеет n столбцов и n строк и составляется по следующему правилу: в главной диагонали записываются коэффициенты по возрастающему значению индекса a_i а все строки левее главной диагонали заполняются коэффициентами a_i по возрастающим индексам i, а правее - коэффициентами по убывающим индексам i. Пустые места заполняются нулями. Определители

Δ_j получаются путем вычеркивания левых крайних столбцов и верхних строк.

$$\left.\begin{vmatrix} a_0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & a_0 & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & a_0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & a_n & a_{n-1} \end{vmatrix}\right\} \tag{3.14}$$

Необходимость и достаточность условия устойчивости системы (т.е. все вещественные корни характеристического уравнения отрицательны) заключается в том, что все n определителей должны быть положительны, т.е.

$$\Delta_{n-1}>0,\ \Delta_{n-2}>0\ldots..,\ \Delta_2>0,\ \Delta_1>0,\ \Delta_0>0. \tag{3.15}$$

При этом из положительности определителей следует положительность всех коэффициентов a_i характеристического уравнения.

Идея критерия устойчивости по Михайлову заключается в следующем. Если заменить аргумент P многочлена $A(P)$ на аргумент $(j\omega)$, то получится следующая функция:

$$A(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0 = U_A(\omega) + jV_A(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi A(\omega)} \qquad (3.16)$$

Здесь

$$U_A(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \cdots$$

$$V_A(\omega) = \omega(a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 - \cdots) \qquad (3.17)$$

$$A(\omega) = \sqrt{U_a^2}$$

$$A(\omega) = \sqrt{U_A^2 + V_A^2}$$

$$\varphi_A(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{V_A(\omega)}{U_A(\omega)}$$

Михайловым было доказано, что система устойчива, если полное приращение аргумента $\varphi_A(\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ равно $n\frac{\pi}{2}$, где n – степень многочлена $A(P)$. Если полное приращение аргумента будет меньше $n\frac{\pi}{2}$, то система неустойчива.

Все рассмотренные выше методы устойчивости носят чисто качественный характер и не решают проблемы устойчивости при больших возмущениях. На практике же действующие возмущения могут быть большими. Тогда в определенных случаях можно говорить об абсолютной устойчивости. Абсолютная устойчивость предполагает, что система устойчива к любым, даже неограниченным по модулю отклонениям, т. е. система устойчива для всего множества возможных допустимых параметров. Если это выполняется, то система устойчива в целом.

Возможны также следующие пути исследования устойчивости системы к разного рода возмущениям. К первому пути относится нахождение решения системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы. Следует сразу отметить, что аналитическое решение уравнений для нелинейных систем возможно лишь в некоторых случаях, и, как правило, для систем не выше второго порядка. Поэтому появился второй путь исследования устойчивости нелинейных систем к возмущениям. Идея второго метода заключается в нахождении условий устойчивости нелинейных систем без решения уравнений. Математически строгое исследование устойчивости нелинейных систем в большом и в целом дает прямой метод Ляпунова (Ляпунов, 1950).

Задачу об устойчивости движения можно свести к задаче об устойчивости точки покоя в начале координат фазового пространства, если записать уравнения возмущенного движения для отклонений. Отсюда возникает аналогия между устойчивостью движения по Ляпунову и устойчивостью равновесия в консервативном силовом поле. Из механики известно, что достаточным условием равновесия в консервативном силовом поле является наличие минимума потенциальной энергии в этом положении. Положение равновесия можно окружить семейством эквипотенциальных поверхностей $V(\mathrm{x},y,z)=C$. Чем меньше величина C, тем меньшей потенциальной энергией обладают точки поверхности. Производные от потенциальной функции V по любой координате всегда отрицательны, т.е. градиент потенциала $\frac{\partial V}{\partial r}$ направлен внутрь поверхности $V(x,y, z)=C$. Эти идеи классической механики были использованы Ляпуновым для создания теории устойчивости движения, а, в частном случае, устойчивости равновесия систем. По аналогии с механикой Ляпунов ввел функции $V(X_1, X_2, \cdots X_n) = C$ (получившие в дальнейшем название функций Ляпунова), которые достигают минимума в начале координат фазового пространства. Поверхности уровня $V(X_1, X_2, \cdots X_n)$ таковы, что поверхность с меньшим значением C лежит в поверхности с большим значением C. Функция $V(X_1, X_2, \cdots X_n)$ должна быть дифференцируема, и ее полная производная по времени вдоль фазовой траектории отрицательна, что соответствует убыванию функции V. Если фазовая траектория пересекла какую - то поверхность уровня, то в дальнейшем траектория будет двигаться вниз к поверхности уровня с меньшим значением величины C. Для асимптотической устойчивости требуется равенство нулю производной $\frac{dV}{dt} = 0$ в положении равновесия. Такова основная идея прямого метода Ляпунова. Чтобы лучше понять сформулированные Ляпуновым достаточные условия устойчивости движения, скажем, что функция V будет знакопостоянной, если эта функция во всех точках рассматриваемого множества, кроме нулевых значений, имеет один и тот же знак. Если функция $V(X_1, X_2, \cdots X_n)$ имеет нулевое значение только в начале координат, то такая функция называется знакоопределенной (положительной или отрицательной в зависимости от знака функции).

Ляпунов сформулировал теоремы об устойчивом и об асимптотически устойчивом движении (Ляпунов, 1950).

Теорема I. Если дифференциальные уравнения возмущенного движения таковы, что можно найти знакопостоянную функцию V, полная производная которой

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial X_k}{\partial t} \tag{3.18}$$

будет знакопостоянной функцией противоположного знака с V или тождественно равна нулю, то невозмущенное движение устойчиво.

Теорема II. Если дифференциальные уравнения возмущенного движения таковы, что можно найти знакоопределенную функцию V , полная производная которой будет знакоопределенной функцией противоположного знака с V, то возмущенное движение асимптотически устойчиво.

Зная функцию Ляпунова, можно сказать, при каких значениях коэффициентов система уравнений (3.8) будет устойчива.

Методы построения функции Ляпунова для реальных нелинейных систем в заданной области пространства еще недостаточно эффективны. И хотя в настоящее время имеется набор функций Ляпунова для определенных конкретных нелинейных систем, общего простого алгоритма получения таких функций для любых нелинейных систем не имеется. Найденная функция Ляпунова позволяет оценить область притяжения, т.е. многообразие всех начальных возмущений, которые исчезают со временем; можно найти устойчивость в большом, т.е. рассчитать область начальных возмущений, которые не выходят с течением времени за пределы заранее заданной области. В частном случае, сформулированные Ляпуновым теоремы справедливы также для исследования динамической системы, описываемой системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Следует отметить, что неудачный подбор функции Ляпунова может привести к жестким требованиям к параметрам системы для выполнения условий устойчивости.

Рассмотрим теперь, насколько применимы введенные определения устойчивости по Ляпунову к исследованиям природных экосистем.

Итак, предположим, что динамика природной экосистемы описывается системой нелинейных уравнений (дифференциальных). Пусть известно, что на природную систему действует единичное кратковременное возмущение с малой амплитудой. Какова реакция природной экосистемы на это воздействие, т.е. является ли система устойчивой к такого рода воздействию? Предположим, что применение одного из указанных выше методов (метод первого приближения Ляпунова, метод Раусса-Гурвица, метод Михайлова и др.) приводит к выводу, что возмущенное движение стремится к невозмущенному движению. Возможно, что природная экосистема перед воздействием находилась в состоянии динамического равновесия. Можно ли в этих случаях говорить об устойчивости природной экосистемы в целом? В общем случае – нет. В первом случае можно говорить об устойчивости к малому единичному возмущению движения системы. Во втором случае можно сказать об устойчивости к малому единичному возмущению определенного состояния равновесия природной экосистемы. Природная экосистема может иметь много положений равновесия, некоторые из них могут быть устойчивыми, некоторые неустойчивы, поэтому для того, чтобы сказать об устойчивости всей системы в прошлом, требуются дополнительные исследования модели, представленной в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений. Если же исследования показали, что имеется лишь одно устойчивое положение равновесия и природная экосистема стремится к этому устойчивому положению или находится в нем, то, применяя указанные выше методы, можно говорить об устойчивости природной экосистемы в целом по отношению к единичному кратковременному возмущению.

В природе возможны малые единичные кратковременные возмущения, действующие на природную экосистему, но более интересными являются возмущения с большой, но конечной амплитудой воздействия. Прежде чем анализировать этот случай, рассмотрим применимость определения устойчивости в целом по Ляпунову для природных экосистем.

Рассматривая динамику разного уровня природных экосистем (как для биосферы в целом, так и для ее подсистем), видим, что такие системы должны иметь как минимум одно нетривиальное устойчивое положение равновесия. Сколько же положений равновесия (устойчивых и неустойчивых) имеет биосфера – никому не известно. Абсолютная устойчивость по Ляпунову (или устойчивость в целом) предполагает наличие лишь одного положения равновесия. Если же положений равновесия несколько, то нельзя говорить ни о какой устойчивости в целом по Ляпунову, так как можно найти такое возмущение, которое переведет систему из одного устойчивого положениям другое.

Итак, вопрос о применимости понятия абсолютной устойчивости по Ляпунову для биосферы остается открытым. Однако это понятие может быть применимо к конкретным природным экосистемам. Подходя с практической точки зрения к проблеме воздействия возмущений на природные экосистемы, следует отметить, что хотя возмущения могут быть велики, но они не превосходят по модулю некоторых максимальных значений. Поэтому вопрос о выполнении требований устойчивости при больших, но ограниченных по модулю возмущениях, практически более интересен, чем вопрос об абсолютной устойчивости. В этом случае, область допустимых возмущений должна быть сужена, и она не будет представлять собой все возможное множество начальных значений. В системах автоматического регулирования известны случаи, когда система не является абсолютно устойчивой, но устойчива к большим по модулю возмущениям.

Видимо, при рассмотрении устойчивости природных экосистем интересным и практически нужным исследованием является не выявление требований к природной экосистеме для выполнения устойчивости в малом (хотя проверка на устойчивость в малом необходима, и с нее надо начинать) и абсолютной устойчивостью, а исследование устойчивости природных экосистем при больших, но ограниченных по модулю единичных возмущениях. При этом представляет интерес динамика природной экосистемы за определенный интервал времени. Наиболее полный обзор имеющихся математических методов исследования устойчивости моделей динамических систем можно найти в книге (Свирежев, Логофет, 1978).

Особо следует выделить влияние воздействия на природную экосистему импульсов с различной амплитудой. При исследовании природных экосистем очень часто можно предполагать, что действующие на систему возмущения малы и носят случайный характер. Однако методы измерения устойчивости систем при указанных выше условиях еще окончательно не разработаны. О некоторых имеющихся в этой области результатах будет сказано ниже.

Рассмотрим теперь некоторые особенности природных экосистем применительно к понятию их устойчивости по Ляпунову. Живой компонент биосферы состоит из громадного количества популяций различных особей, численность которых сильно изменяется во времени. Более того, рассматривая эволюцию биосферы за большой промежуток времени, можно обнаружить исчезновение различных видов живых существ, появление новых. А это означает изменение размерности фазового пространства, т. е. в этом случае не выполняется даже обычная устойчивость по Ляпунову.

Другой пример. Природная экосистема может иметь несколько положений равновесия, устойчивых к малым единичным возмущениям. Под действием возмущений достаточно большой амплитуды система может переходить из одного устойчивого состояния в другое. По Ляпунову данная природная экосистема неустойчива. Однако с точки зрения экологии оба примера являются вполне устойчивыми природными экосистемами. Следовательно, существует некоторое противоречие между понятием устойчивости по Ляпунову и понятием устойчивости, применяемым в экологии.

ВВЕДЕНИЕ МЕРЫ (КРИТЕРИЯ) ОТНОСИТЕЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЙ ПРИРОДНЫХ ЭКОСИСТЕМ К НЕПРЕРЫВНО ДЕЙСТВУЮЩИМ МАЛЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

При анализе устойчивости природных систем к разным воздействиям особое внимание следует уделить малым (по абсолютному значению), но постоянно действующим возмущениям. Могут ли такие возмущения за большой промежуток времени оказать сильное влияние на природную систему? Ниже дается анализ устойчивости природных экосистем, которые подвергаются длительным случайным воздействиям.

Рассмотрим способ описания динамики природных экосистем с учетом случайных возмущений. При этом будем считать, что случайные возмущения малы в статистическом смысле по сравнению с детерминированными составляющими. Такой асимптотический подход позволяет дать более гибкое по сравнению с детерминистическим толкованием понятие устойчивости, допускает существование переходов из одного устойчивого состояния в другое, позволяет находить узкие места в функционировании природных экосистем. Все эти эффекты качественно хорошо соответствуют некоторым явлениям, наблюдаемым в реальных природных экосистемах (Holling, 1973). Математическим вопросам используемого подхода посвящена работа (Вентцель, Фрейдлин, 1979). Применительно к природным экосистемам данный подход использован в работе (Фрейдлин, Светлосанов, 1976), (Светлосанов, 1977а).

Как уже указывалось выше, детерминистская модель эволюции природной экосистемы может быть описана дифференциальными уравнениями:

$$\dot{x} = b(x) \qquad (3.19)$$

Стационарные или квазистационарные состояния природной экосистемы, описываемой уравнением (3.19), это положения равновесия или предельные множества более сложного вида. Практический интерес представляют, очевидно, только устойчивые предельные множества. Пусть природная экосистема имеет l устойчивых положений равновесия: $O_1, O_2, \cdots O_l$ и траектории, начинающиеся из всех состояний, с ростом притягиваются к какому-то положению равновесия, при этом номер этого положения равновесия зависит от начальной точки. Обозначим через Π_k множество начальных состояний, исходя из которых траектории с ростом притягиваются к O_k.

Если бы уравнение (3.19) точно описывало эволюцию природной экосистемы, то с течением времени система пришла бы в окрестность одного из положений $O_1, O_2, \cdots O_l$ и находилась бы в нем неограниченно долго. В действительности же на систему действуют возмущения, имеющие нерегулярный характер. Эти возмущения естественно описывать случайным процессом. Обычно случайные возмущения имеют среднюю интенсивность, малую по сравнению со систематическими составляющими эволюции (т.е. вектором $b(x)$). Поэтому уточненную модель природной экосистемы можно записать в виде

$$\dot{x}^{\varepsilon} = b(x^{\varepsilon}) + \varepsilon \xi_t, \tag{3.20}$$

где ξ_t - случайный процесс, описывающий случайные возмущения, ε - малый параметр.

Наиболее простой, подающийся математическому исследованию, случай получается, когда ξ_t - процесс белого шума, равный $\dot{W}_t$, где W_t – винеровский процесс (Баруча-Рид, 1969). Физически предположение о том, что ξ_t - белый шум, означает, что случайные возмущения имеют независимые компоненты и однородны по времени. Могут быть рассмотрены случаи и других возмущений.

Итак, пусть динамика природной экосистемы в фазовом пространстве описывается уравнением

$$\dot{x}^{\varepsilon} = b(x^{\varepsilon}) + \varepsilon \dot{W}_t \tag{3.21}$$

На такой модели можно наблюдать ряд явлений, которые представляются естественными в реальных природных экосистемах и оценить количественные характеристики этих явлений.

Пусть система находится вблизи устойчивого равновесия O_1. Пусть Π_1 - область притяжения точки O_1. Устойчивость состояний системы, находящейся около точки O_1, можно охарактеризовать средним временем, которое понадобится для выхода траектории из области притяжения Π_1. Для каждой реализации время выхода из области притяжения является случайной величиной, которую обозначим через r_1^ε. Для нахождения математического ожидания $M_x r_1^\varepsilon$ исходя из Х $\in$ Π_1.,можно для функции $U^\varepsilon(x) = M_x r_1^\varepsilon$ указать краевую задачу (Вентцель, Фрейдлин, 1979). Однако эта задача, во-первых, довольно сложна, так что вычислить $M_x r_1^\varepsilon$ аналитически обычно очень трудно, а, во-вторых, устойчивость, если ее характеризовать величиной $M_x r_1^\varepsilon$, зависит от начальной точки, так что такая характеристика излишне громоздка. При малых значениях ε в качестве меры устойчивости состояний системы естественно брать главный член математического ожидания $M_x r_1^\varepsilon$ при $\varepsilon \to 0$. Оказывается, что

$$M_x r_1^\varepsilon \sim \exp\left\{\frac{C_1}{2\cdot\varepsilon^2}\right\} \tag{3.22}$$

где C_1 - некоторая константа, которую и следует принять за меру устойчивости положения равновесия O_1 относительно воздействий случайных возмущений $\varepsilon \dot{W}_t$. Точный смысл соотношения (3.22) состоит в том, что $2\cdot\varepsilon^2\cdot\lim\ln M_x\cdot r_1^\tau = C_1$ Опишем способ вычисления константы C_1. Предположим, что при $x \in \Pi_1$ векторное поле $b(x)$ представимо в виде

$$b(x) = \nabla U^1(x) + l^1(x), \tag{3.23}$$

где $U^1(x)$ - непрерывная, гладкая при x $\neq$ 0 функция, причем $\nabla U^1(x)$ ортогонален векторному полю $l^1(x)$. Функцию $U^1(x)$ будем называть квазипотенциалом поля $b(x)$. Как следует из (Вентцель, Фрейдлин, 1979)

$$C_1 = \min_{x \in \partial\Pi_1} U^1(x), \tag{3.24}$$

где $\partial\Pi_1$ – граница множеств Π_1. Более того, точка $x_0 \in \Pi_1$, в которой достигается минимум в выражении (3.24) является «узким местом» в нашей системе. Это значит, что с подавляющей при малых ε вероятностью первый выход из области произойдет вблизи точки $x_0 \in \Pi_1$. Можно указать кривую в фазовом пространстве, ведущую из O_1 в точку x_0, вдоль которой происходит переход из O_1 в другое положение равновесия (Вентцель, Фрейдлин, 1979).

Предположим, что точка x_0, определенная выше, лежит на границе, разделяющей области Π_1 и Π_k. Тогда с вероятностью, близкой к единице, при малых ε фазовая траектория после того, как она проведет в окрестности точки O_1 время порядка $\exp\left\{\frac{C_1}{2\varepsilon^2}\right\}$, перейдет в область притяжения точки O_1. Здесь система проведет время порядка $\exp\left\{\frac{C_k}{2\varepsilon^2}\right\}$.

Константа C_k определяется аналогично C_1. Для точки O_k, так же, как это делалось для O_1, отыскивается точка $x_0 \in \Pi_k$ на границе Π_k и некоторой области Π_k'. Из Π_k траектория переходит в окрестность состояния O_k'. В общем случае точки $x_0 \in \Pi_k$ для каждой области определяются однозначно и для каждого k единственным образом определено k' такое, что при малых ε с подавляющей вероятностью из Π_k система переходит в окрестность устойчивого положения O_k'. Среднее время, необходимое для этого перехода, имеет порядок $\exp\left\{\frac{C_k}{2\varepsilon^2}\right\}$.

При рассмотрении всех устойчивых состояний равновесия можно выделить такое, в окрестности которого система проводит время существенно большее, чем во всех других состояниях, вместе взятых. Чтобы указать это состояние, необходимо учитывать как среднее время, которое требуется для выхода из каждого состояния, так и вероятности перехода из одного состояния в другое. Для формулировки точного результата нужно ввести понятие i – го графа (Вентцель, Фрейдлин, 1979). Тогда «наиболее устойчивое» состояние определяется с помощью рассмотрения сумм из величин C_k по всевозможным i графам.

Заметим, что если возмущения представляют собой процесс, отличный от «белого шума», то при некоторых предположениях качественного характера относительно этого процесса, общий вид результата сохраняется. Изменится только способ вычисления констант C_k и точек $x_0 \in \Pi_k$. Приведем несколько примеров, показывающих учет влияния малого стохастического воздействия на систему, которая имеет устойчивые положения равновесия.

Ранее уже рассматривалась кривая Ферхюльста $N = \dfrac{\alpha / \beta}{1 + \left(\alpha / \beta \cdot N_0 - 1\right) \cdot e^{-\alpha \cdot t}}$, являющаяся решением дифференциального уравнения

$$\dot{N} = \alpha N - \beta N^2 \tag{3.25}$$

Здесь α – коэффициент, характеризующий разность между рождением и смертностью особей, β – коэффициент внутривидовой конкуренции. Система (3.25) имеет устойчивое состояние, равное, $N_1 = {}^{\alpha}\!/_{\beta}$. Это состояние получается из уравнения (3.25), когда $\dot{N} = 0$. Другим биологически устойчивым состоянием является отсутствие особей: N_2=0. Проведем исследование устойчивости состояния компоненты природной экосистемы (3.25) по отношению к малым случайным возмущениям типа белого шума. Уточненная модель динамики экосистем (3.25) с учетом возмущений будет описываться уравнением

$$\dot{N}^{\varepsilon} = \alpha N - \beta N^2 + \varepsilon \dot{W}_t \tag{3.26}$$

найдем $U(N)$ - квазипотенциал поля $\alpha N – \beta N^2$.

$$U(N) = \int_0^N (-\alpha N + \beta N^2) dN = -\frac{\alpha N^2}{2} + \frac{\beta N^3}{3} + B. \tag{3.27}$$

В положении равновесия системы α/β квазипотенциал поля $U(N)$ должен быть равен нулю:

$$U\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) = -\frac{\alpha^3}{2\beta^2} + \frac{\alpha^3}{3\beta^2} + B = 0. \tag{3.28}$$

Отсюда находим значение константы

$$B = \frac{\alpha^3}{6\beta^2}. \tag{3.29}$$

Указанная выше константа C_k связана с функцией $V(N)$, которая следующим образом зависит от функции $U(N)$:

$$V(N)=4U(N). \tag{3.30}$$

Нас интересует переход системы из положения $N_1 = \dfrac{\alpha}{\beta}$ в положение N_2=0 (рис.3.3). Поэтому

$$V(0) = 4U(0) = \frac{2}{3}\frac{\alpha^3}{\beta^2} \tag{3.31}$$

Следовательно, главный член математического ожидания перехода системы (3.26) из положения $N_1 = \frac{\alpha}{\beta}$ в положение N_2 =0 будет равен

$$M_x r^{\varepsilon} \sim \exp\left\{\frac{C}{2\varepsilon^2}\right\} = e^{\frac{\alpha^3}{\varepsilon^2 3\beta^2}}. \tag{3.32}$$

Эта величина является характеристикой среднего времени жизни популяции. Отметим, что при малом ε эта величина велика

$$\lim_{\varepsilon\to 0} M_x r^2 \to \infty \tag{3.33}$$

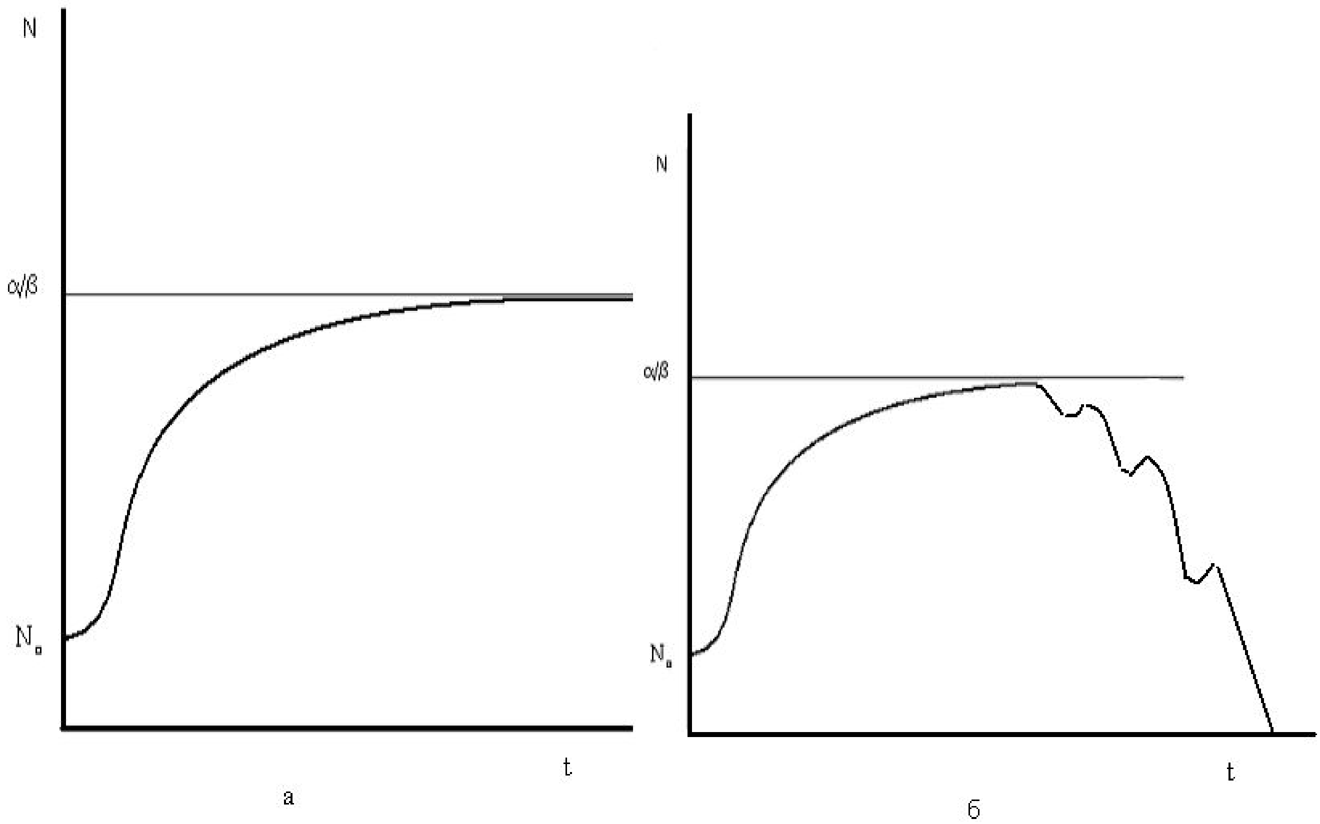

Рис. 3.3 а) кривая Ферхюльста, б) процесс «гибели» компонента природной экосистемы под действием случайных возмущений.

Согласно введенной выше мере, устойчивость состояния системы, описываемой кривой Ферхюльста, тем выше, чем больше значение α^3/β^2. Эта мера устойчивости является не абсолютной, а относительной. Это означает, что если имеется ряд природных экосистем, которые описываются подобными уравнениями с различными коэффициентами α_i/β_i, то устойчивость положения равновесия к случайным возмущениям типа белого будет выше у той системы, у которой больше отношение α^3/β^2. Рассчитанное выше теоретически среднее время жизни системы на практике должно означать усредненное время существования множества систем, описанных уравнением (3.25). Для оценки стабильности экосистемы (в данном случае можно говорить о простой стабильности или нестабильности), надо будет взять конкретную i – ю компоненту природной экосистемы, имеющую время жизни t_i и сравнить это время со средним временем жизни (t_{cp}) компонентов природных экосистем. Если t_i больше или равно t_{cp}, то можно говорить о простой стабильности компоненты природной экосистемы, если меньше, то о простой нестабильности компоненты природной экосистемы. На рис. 3.3 (б) приведена одна из реализаций процесса «гибели» системы под воздействием случайных возмущений типа «белого шума».

Приведем еще один пример реализации процесса «гибели» системы под воздействием случайных возмущений типа «белого шума».

В статье (Вавилин, Георгиевский, 1974) рассматривается упрощенная динамическая модель ценопопуляции черного саксаула.

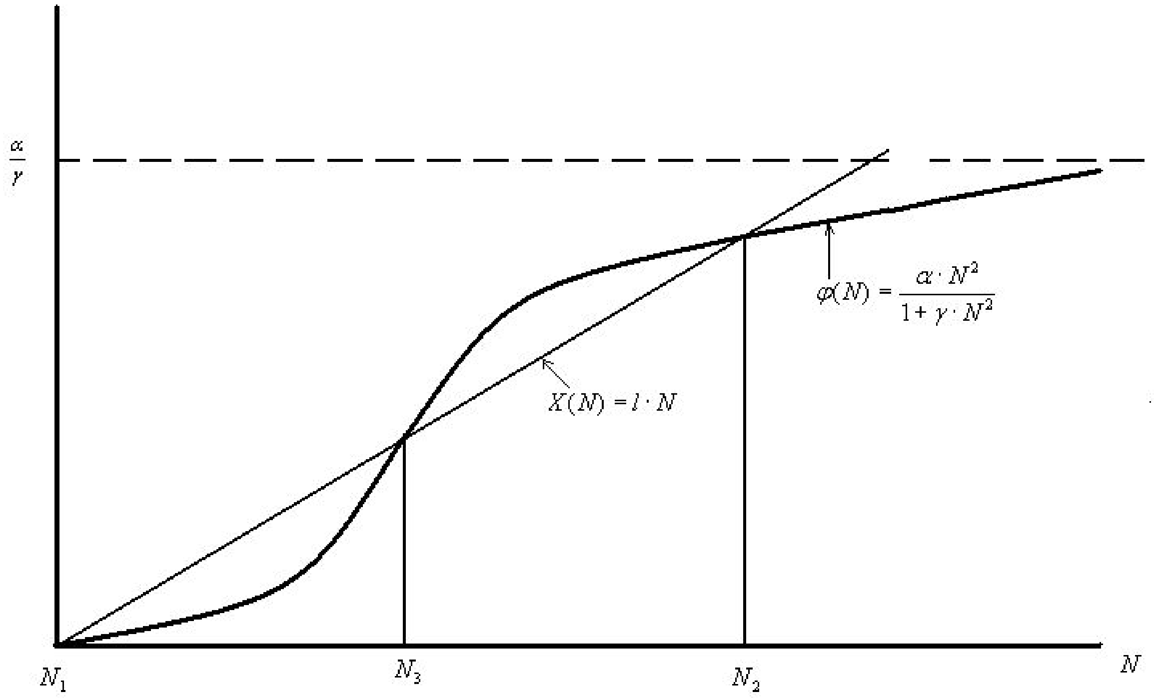

Рис.3.4 Зависимость функции $\varphi(N)$ и $X(N)$ от переменной N. (N_1, N_2 – устойчивые положения равновесия).

Прирост плодоносящих деревьев саксаула описывался следующим дифференциальным уравнением

$$\dot{N} = \frac{\alpha N^2}{1+\gamma N^2} - lN. \qquad (3.34)$$

Здесь $\alpha, \gamma, l,$ – некоторые константы, характеризующие в среднем воздействие следующих факторов на развитие системы: прорастание семян, влияние окружающих деревьев, гибель саксаула.

В случае $0 \langle \left(\frac{2l}{\alpha}\right)^2 \gamma \langle 1$ система имеет два устойчивых состояния (рис.3.4**)**

$$N_1 = 0,$$
$$N_2 = \frac{\alpha}{2l\gamma}\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{2l}{\alpha}\right)^2 \gamma}\right). \qquad (3.35)$$

Между N_1 $u\, N_2$ имеется промежуточное неустойчивое положение равновесия

$$N_3 = \frac{\alpha}{2l\gamma}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{2l}{\alpha}\right)^2 \gamma}\right).$$

Если система оказалась около этого неустойчивого положения, то в дальнейшем она может перейти как в положение N_1, так и в положение N_2. Предположим теперь, что рассматриваемая система находится вблизи асимптотически устойчивого положения равновесия N_2, и на нее действуют случайные возмущения, которые малы по сравнению с систематической составляющей. Следующее дифференциальное уравнение написано с учетом малого стохастического воздействия:

$$\dot{N} = \frac{\alpha N^2}{1+\gamma N^2} - lN + \varepsilon \dot{W}_t \tag{3.36}$$

Здесь ε малый параметр, W_t - винеровский процесс. Под действием возмущения система может оказаться вблизи неустойчивого положения равновесия N_3 и далее перейти в устойчивое положение N_1. Оценим главный член математического ожидания времени перехода системы из положения N_2 в положение N_1.

Так как в одномерном случае поле $b(N)$ всегда потенциально, то

$$\frac{\alpha N^2}{1+\gamma N^2} - lN = \nabla U(N) \tag{3.37}$$

Следовательно,

$$U(N) = -\frac{\alpha}{\gamma} N + \frac{\alpha}{\gamma^2}\sqrt{\gamma}\cdot arctg(N\cdot\sqrt{y}) + \frac{l\cdot N^2}{2} + A \tag{3.38}$$

В положении равновесия $U(N_2) = 0$. Отсюда можно найти значение

$$U(N_2) = -\frac{\alpha}{\gamma} N_2 + \frac{\alpha}{\gamma^2}\sqrt{\gamma}\cdot arctg(N_2\cdot\sqrt{y}) + \frac{l\cdot {N_2}^2}{2} + A \tag{3.39}$$

Т.е.

$$A = \frac{\alpha}{\gamma} N_2 - \frac{\alpha}{\gamma^2}\sqrt{\gamma}\cdot arctg(N_2\cdot\sqrt{y}) - \frac{l\cdot {N_2}^2}{2}$$

(3.40)

$$V(N) = 4U(N) = -\frac{4\alpha}{\gamma} N + \frac{4\alpha}{\gamma^2}\sqrt{\gamma}\cdot arctg(N\cdot\sqrt{y}) + 2l\cdot N^2 + 4A$$

Нас интересует математическое ожидание времени перехода системы в другое устойчивое положение $N_1 = 0$. Так как

$$V(N_3) = -\frac{4\alpha}{\gamma} N_3 + \frac{4\alpha}{\gamma^2}\sqrt{\gamma} \cdot arctg(N_3 \cdot \sqrt{y}) + 2l \cdot N_3^2 + 4A = C \tag{3.41}$$

то

$$M_x \tau^{\varepsilon} \sim \exp\left\{\frac{C}{2\varepsilon^2}\right\} \tag{3.42}$$

Численное значение константы C характеризует устойчивость положения равновесия N_1 рассматриваемой компоненты природной экосистемы по отношению к случайным возмущениям.

Рассмотрим еще одну задачу о влиянии случайных возмущений на устойчивость динамической экосистемы (Светлосанов, 1977а).

Работавший в Вене в Международном институте прикладного системного анализа Хафеле (Hafele, 1974) предложил модель связи роста населения с учетом энергетического потенциала на душу населения. Модель детерминистская и представляет собой систему дифференциальных уравнений. Одно из уравнений связывает прирост энергии E с валовым национальным продуктом G

$$\frac{dE}{dt} = \mu G. \tag{3.43}$$

Динамика численности населения описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dP}{dt} = \delta P - ke; \tag{3.44}$$

здесь P - численность населения, e- энергетический потенциал на душу населения

$$e = \frac{E}{P}. \tag{3.45}$$

Вводится предположение, что валовый национальный продукт G связан с численностью населения P и энергией E следующей зависимостью

$$G = AE^{1/2} - P^{1/2} - K \tag{3.46}$$

В приведенных уравнениях A, μ, δ, K - константы, K–стоимость затрат, связанных с безопасностью существования системы в целом.

Хафеле ввел гипотезу, что наличие больших энергетических запасов (включая атомную энергетику) создает определенный «риск» для существующей системы. Этот риск прямо пропорционален энергетическому потенциалу и обратно пропорционален стоимости K, которую население готово истратить для безопасности своего существования.

В результате сделанных предположений Хафеле получил следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= \mu A e^{1/2} - \mu c e^3 - e\delta + \frac{Ke^2}{P}, \\ \frac{dP}{dt} &= \delta P - ke \end{aligned} \qquad (3.47)$$

Решения системы дифференциальных уравнений в фазовой плоскости представлены на рис. 3.5.

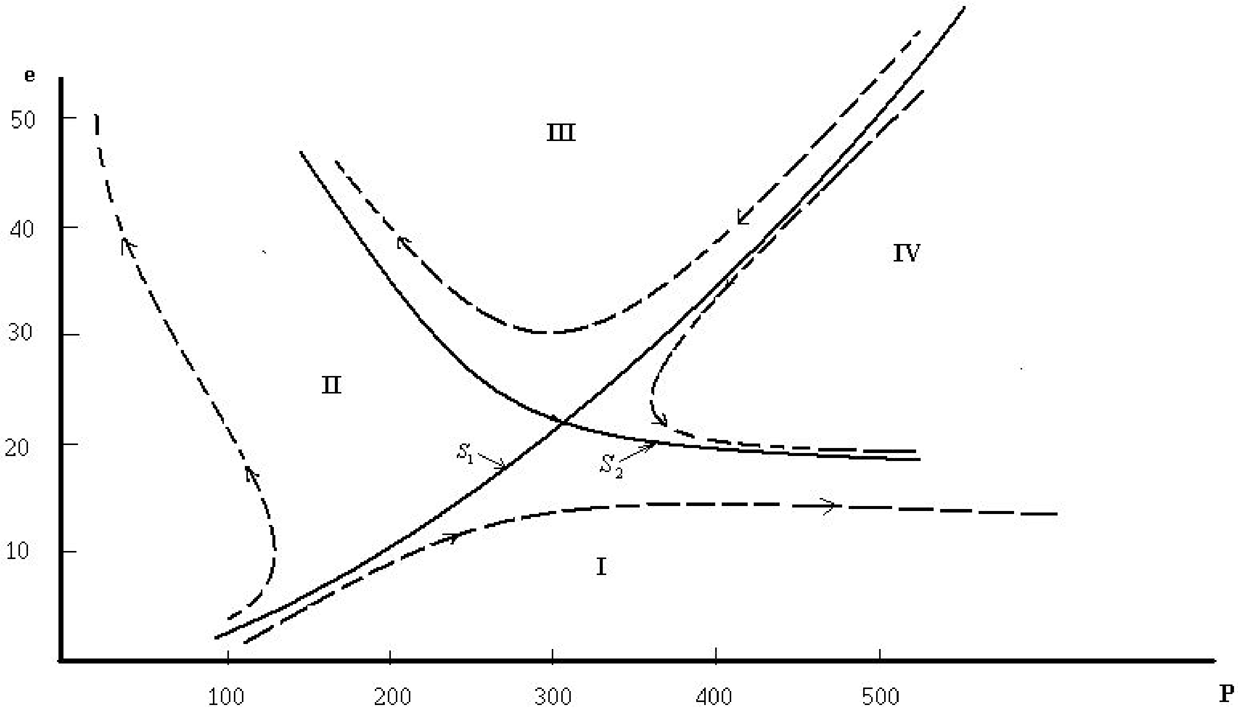

Рис. 3.5. Зависимость численности населения от энергетического потенциала на душу населения (модель Хафеле).

Как видно из рис. 3.5 траекториями движения являются гиперболы. Следовательно, движение непериодическое и траектории сначала приближаются к точке равновесия, а затем уходят от нее.

Как указывалось выше, кривые, проходящие через точку неустойчивого равновесия, носят название сепаратрис. Сепаратрисы делят фазовую плоскость на четыре части. Никакие траектории движения не пересекаются и если движение началось в одной из четырех частей, то оно всегда останется в нем. Из рис.3.5 видно, что если движение начнется в области II или III фазовой плоскости, то общество по истечении определенного времени вымирает. Поэтому ясно, что для того чтобы существовать, обществу необходимо находиться в областях I или IV.

Предложенная модель – детерминисткая, так что система не способна самостоятельно перейти из одной области фазовой плоскости в другую. Данное обстоятельство следует из того, что модель не учитывает случайных воздействий.

Рассмотрим на данном примере влияние малых случайных возмущений на эволюцию динамической системы. Если процесс описывается дифференциальными уравнениями, то при малых случайных возмущениях (например, типа «белого шума») процесс с большой вероятностью будет следовать вдоль решения уравнения (3.47). Однако наряду с движением системы по «течению» (имеется в виду движение вдоль интегральной кривой, соответствующее решению уравнений) возможно движение против «течения» и перпендикулярно «течению». Из всех возможных переходов системы (3.47) в фазовом пространстве особенно интересно исследовать те, которые ведут в области II или III. Находясь в этих областях, система с большой вероятностью по истечении конечного времени t вымирает. Развивая идею Холлинга о стабильности и упругости природных экосистем, Хафеле предложил считать мерой «упругости» системы расстояние от конкретной точки на интегральной кривой (3.47) до сепаратрис S_1, S_2. Такое определение «упругости» системы означает, что чем дальше решение уравнений (3.47) от сепаратрис S_1 и S_2, тем система более устойчива к случайным возмущениям.

Однако такой подход не позволяет сделать количественных подсчетов, и тем более оценивать время, в течение которого система устойчива.

Возможна более конкретная количественная оценка «упругости» системы, связанная с вероятностью перехода системы из одной в другую точку фазового пространства.

Если на систему действует возмущение типа «белого шума», то уравнение (3.47) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= \mu A e^{1/2} - \mu c e^3 - e\delta + \frac{Ke^2}{P} + \varepsilon \dot{\xi}_t \\ \frac{dP}{dt} &= \delta P - ke + \varepsilon \dot{\xi}_t \end{aligned} \quad (3.48)$$

Здесь ε малое случайное возмущение, действующее на систему.

Под действием случайного возмущения система может перейти из одной точки в другую точку фазового пространства различными путями, однако, существует кривая φ_t, по которой переход наиболее вероятен. Эта кривая может быть получена при вычислении минимума функционала, составление с использованием системы уравнений (3.48) (Вентцель, Фрейдлин, 1970, 1979):

$$I(\varphi) = \int_{T_1}^{T_2} [(\dot{e} - \mu A e^{1/2} + \mu c e^3 + e\delta - \frac{ke^2}{P})^2 + (\dot{P} - \delta P + ke)^2]dt \quad (3.49)$$

Кроме того, минимум $I(\varphi)$ участвует в выражении вероятности перехода системы из одной точки фазового пространства в другую. Первый член разложения вероятности имеет вид:

$$W \sim \exp\left(-\frac{\min I(\varphi)}{2 \cdot \varepsilon^2} \right) \quad (3.50)$$

Из (3.50) видно, что если конечная точка является решением уравнений (3.47) за время $t=T_2-T_1$, то функционал (3.49) равен нулю, и система с вероятностью, равной единице, придет в эту точку.

Выше в качестве меры устойчивости положений равновесия природных экосистем к случайным возмущениям типа «белого шума» предлагалось брать минимум функционала, который в рассматриваемом случае является выражением (3.49). Следует отметить, что конкретный расчет функционала (3.49) связан с большими трудностями. В настоящее время нет алгоритма нахождения глобального минимума функционала. Разработанные методы дают возможность находить локальный минимум. В данной задаче минимум функционала отыскивался по методу Ньютона. Согласно этому методу задавался первоначальный вид кривой $\varphi(t)$. Для конкретных расчетов бралась прямая, соединяющая начальные и конечные точки. В дальнейшем эта прямая изменялась в сторону уменьшения градиента $\frac{\partial I}{\partial \varphi}$. Была составлена программа для вычислительной машины и найден минимум функционала (3.49) для некоторых начальных и конечных условий в различный временной интервал. Так, при начальных значениях e_0=10, P_0=2,2·10^8 и конечных значениях e_k=21,9, P_k=2,74·10^8 минимум $I(\varphi)$ равен 4,77. При других начальных условиях e_0=15, P_0=3·10^8 и тех же конечных, минимум $I(\varphi)$ = 12.49. Под конечными условиями брались значения седловой точки на пересечении сепаратрис. Временной интервал в обоих случаях считался равным 10^3 лет. Из выражения (3.50) видно, что вероятность попадания системы в седловую точку во втором случае намного меньше, чем в первом. Следует отметить, что математическое ожидание времени перехода системы к седловой точке намного больше математического ожидания времени вымирания системы, если она оказалась в области II.

Предложенный подход является аналогом как по характеру математического аппарата, так и по характеру выводов квазиклассического приближения в квантовой механике. Как известно, квазиклассическое приближение дает возможность усмотреть некоторые квантовые эффекты, которые не проявляются в классических системах, если не пользоваться квантовомеханическим описанием в полном объеме. Так и в последних случаях были описаны эффекты, которые невозможны в моделях, не учитывающих случайных возмущений. При этом предполагалось, что интенсивность действующих случайных возмущений мала. Указанный выше подход, естественно, по аналогии с квазиклассикой можно назвать квазидетерминистским.

Рассмотренные примеры показывают как небольшие, но постоянно действующие случайные возмущения могут «расшатать» и привести к «гибели» систему, которая устойчива, если возмущения отсутствуют. Приведенные формулы дают возможность также изучить зависимость устойчивости рассматриваемой системы от входящих в нее параметров.

Предлагаемый подход обладает преимуществом перед чисто детерминистским, так как в рамках последнего невозможны переходы из одного устойчивого состояния в другие, нельзя ввести разумное понятие меры устойчивости. С другой стороны, делая предположение о малости случайных факторов по сравнению с детерминированными, получаем существенно более простую модель, чем стохастические модели, математический анализ которых весьма затруднен.

Укажем еще одну работу, где учитывается влияние малых возмущений.

В статье (May, 1973) автор исследует влияние стохастической окружающей среды на развитие динамической компоненты природной экосистемы. Взяв за основу классические уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= N_1(t)\cdot\left(K_1 - N_1(t) - \alpha\cdot N_2(t)\right) \\ \frac{dN_2}{dt} &= N_2(t)\left(K_2 - N_2(t) - \alpha\cdot N_1(t)\right). \end{aligned} \tag{3.51}$$

Мэй рассмотрел ситуацию, когда коэффициенты K_1 и K_2 не являются постоянными числами, а подвержены воздействию случайных возмущений (белый шум), т.е.

$$\begin{aligned} K_1 &= K_0 + \gamma_1(t) \\ K_2 &= K_0 + \gamma_2(t) \end{aligned} \tag{3.52}$$

В этом случае уже нельзя говорить о точке равновесия компонентов экосистем, а можно говорить о плотности вероятности нахождения экосистем в определенной точке фазового пространства. Динамика такой экосистемы может быть исследована с помощью ЭВМ.

ЭНТРОПИЙНАЯ МЕРА ДЛЯ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИРОДНЫХ ЭКОСИСТЕМ

Как уже указывалось выше, второе направление работ по количественному определению устойчивости природных и антропогенных экосистем связано с попытками найти такую функцию, которая отвечает за устойчивость экосистемы в целом. Общим недостатком второго направления является невозможность получения количественного отклика природных и антропогенных систем на конкретные возмущения, которые могут различаться как по характеру, так и по амплитуде. Данное направление оценивает лишь общую реакцию экосистемы на возможные возмущения. Покажем основные подходы в этом направлении.

Известно, что зональные типы ландшафтов можно описать гидротермическими условиями. В книге (Рябчиков, 1972) дается обзор более десятка гидротермических коэффициентов, индексов, определенных различным путем (отношение сумм годовых или месячных осадков к активным температурам или к радиационному балансу, отношение испаряемости к осадкам и т.д.), которые характеризуют численным образом типы ландшафтов. В этой же книге приводится числовая характеристика зональных типов ландшафтов для гидротермического коэффициента (ГТК)=$\frac{W}{R}$ где W- валовое годовое увлажнение, R - радиационный баланс. Согласно этому разбиению, ГТК для пустыни оценен численной величиной, меньше 2, для полупустыни (2-4), для сухих саванн, степей (4-7), для лесостепи тропического редколесья (7-10), тайга, смешанных лесов (10-13), лесотундры, тундры (13-20). Такое представление интервалом чисел зональных типов ландшафта можно рассмотреть с позиции устойчивости природной экосистемы. Теоретически (и, видимо, практически) путем воздействия на ГТК можно изменять гидротермический коэффициент и переводить тем самым природную экосистему из одного состояния в другое. Пусть, к примеру, имеем ГТК, равный 12 (смешанные леса). Увеличивая ГТК (т.е. увеличивая валовое годовое увлажнение или уменьшая радиационный баланс) можно перевести природную экосистему в состояние, где ГТК имеет величину более 13 (лесотундра, тундра), и, соответственно, наоборот, путем уменьшения ГТК можно перевести систему в состояние «лесостепь» (коэффициент меньше 10). Отсюда следует, что чем ближе ГТК природной экосистемы к концу интервала, который характеризует данную систему, тем она менее устойчива.

Рассмотрим теперь еще один подход количественного измерения меры устойчивости природных экосистем. Этот подход основан на убеждении, что устойчивость природной экосистемы тем выше, чем сложнее и разнообразнее структура связей (в том числе и пищевых) внутри систем. Считается, что в таких природных экосистемах любые возмущения затухают быстрее. В книге (Элтон, I960) приводятся доводы в пользу выдвинутой гипотезы. Один из доводов Элтона основан на том, что вторжение чужих видов на островах, где структура сообщества не очень сложна, всегда легче, чем на континенте. При этом новые виды увеличивают свою численность за счет уменьшения численности прежних видов. Другой довод связан с тем, что резкое увеличение численности какого-либо вида чаще происходит на возделываемых человеком землях, а сообщества на этих землях более упрощенные, чем на землях, не подверженных деятельности человека. Одним из доводов Элтона является констатация факта, что самый разнообразный растительный и животный мир находится в тропиках, но там не наблюдается вспышки численности видов.

Элтон указывает, что лабораторные и математические исследования численности видов с простой структурой (типа хищник-жертва) подтверждают мнение, что такие системы неустойчивы к возмущениям.

Р. Мак-Артур (Mac-Arthur, 1955), был, видимо, первый, кто попытался сопоставить устойчивость сообщества с числом связей, существующих в природной экосистеме. Вслед за Р. Мак-Артуром, (MargaLef, 1958), (Patten, 1961), (Виленкин, 1967) и др. использовали подход к изучению структуры сообществ, основанный на применении идей теории информации. Отметим, что с точки зрения управления природными экосистемами, этот подход может играть только вспомогательную роль.

Согласно идее Р. Мак-Артура, случайное возмущение, действующее на систему, может привести к увеличению численности одного из видов. Наличие же большого количества существующих в природной экосистеме отрицательных связей ведет к быстрому демпфированию возросшей численности.

Чтобы описать устойчивость S некоторого сообщества P Мак-Артур предложил следующую формулу:

$$S = -\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \log P_i \qquad (3.53)$$

Здесь P_i - относительная численность вида

$$P_i = \frac{N_i}{N} \qquad (3.54)$$

Данная формула имеет прямое совпадение с введенной Шенноном формулой для средней информации, которая связана с осуществлением некоторого опыта α.

$$H(\alpha) = -\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \log P_i \qquad (3.55)$$

Здесь P_i - вероятность осуществления *i-го* исхода опыта. Величина $H(\alpha)$ была названа энтропией опыта α. Достоинство формулы Шеннона заключается в том, что с ее появлением возникла возможность количественно сравнивать информацию, доставляемую различными сигналами. Стало возможным также измерять эту информацию. Для того, чтобы лучше понять смысл Мак-Артуровской формулы для характеристики устойчивости природных экосистем, проследим за теми соображениями, которые были положены Шенноном в основу вывода формулы для энтропии (Яглом, 1961).

Из общих соображений видно, что чем неожиданнее событие, тем больше информации оно должно нести. Степень неожиданности появления некоторого события определяется его вероятностью. Чем событие неожиданнее, тем меньше его вероятность. Пусть имеется некоторое событие A. Обозначим через $i(A)$ информацию о событии A. Для количественного описания информации о событии A надо иметь в виду следующее: информация должна возрастать с уменьшением вероятности появления события A и должна равняться нулю в том случае, когда событие A достоверно известно. Данным условиям удовлетворяет формула $\log\frac{1}{P}$. Поэтому было предложено мерить информацию $i(A)$ логарифмом величины

$$i(A) = \log\frac{1}{P} = -\log P. \qquad (3.56)$$

Предположим теперь, что опыт α может быть повторен много раз и при этом результаты опытов обозначим через A_1, A_2 …, A_k. Обозначим вероятности исхода каждого опыта через P_1, P_2,…, P_k и пытаемся теперь найти среднюю информацию, связанную с проведением опыта α. Пусть при многократном повторении исход A_1 повторился n_1 раз, исход A_2 появился n_2 раза, исход A_k получался n_k раз. При этом величина средней информации будет равна

$$H(\alpha) = \frac{n_i i(A_1) + n_2 i(A_2) + \cdots + n_k i(A_k)}{k} = \frac{-n_1 \log P_1 - n_2 \log P_2 - \cdots - n_k \log P_k}{k} =$$
$$= -P_1 \log P_1 - P_2 \log P_2 - \cdots - P_k \log P_i. \quad (3.57)$$

т.е.

$$H(\alpha) = -\sum_{i=1}^{k} P_i \log P_i. \quad (3.58)$$

Итак, формула для устойчивости природной экосистемы, предложенная Мак-Артуром, полностью совпадает математически с формулой Шеннона. Согласно формуле Мак-Артура, устойчивость природной экосистемы равна нулю, если система представлена лишь одним видом. Чем больше видов, тем выше устойчивость сообщества. В этом легко убедиться на частном примере, считая, что виды равновелики. Тогда $P_i = \frac{N_i}{N} = \frac{1}{n}$, где n - число видов. Устойчивость такой системы

$$S = -n(\frac{1}{n}) \log \frac{1}{n} = +\log n. \quad (3.59)$$

Формулу Мак-Артура можно рассматривать также как количественную величину, характеризующую число возможных переходов энергии от одного вида к другому. Чем больше таких переходов, тем выше устойчивость экосистемы (тем большее количество информации она содержит).

Рассматривая устойчивость экосистемы с точки зрения теории информации, исследователи используют чаще всего два параметра системы: количество видов и количество особей каждого вида. Обзор методов, применявшихся для исследования устойчивости систем с использованием идей теории информации, дается, в частности, в статье (Левич, 1976).

К уже рассмотренным выше добавим еще два используемых на практике метода. Макинтош (Macintosh, 1967) предлагал оценивать каждое сообщество как вектор в n-мерном пространстве и в дальнейшем сравнивать полученные вектора по их длине

$$l = \left[\sum_{i=1}^{n} (n_i)^2 \right]^{1/2} \qquad (3.60)$$

Здесь n_i - численность i -го вида в системе. Патрик (Patric, 1949), связывал устойчивость сообщества с количеством видов в системе.

Информационная формула для расчета уровня организации видов в надвидовые категории была предложена Маргалефом (MargaLef, 1958)

$$l = \frac{1}{n} \log \frac{N!}{N_1! N_2! \cdots N_n!} \qquad (3.61)$$

В этой формуле N – общее число особей, N_i – число особей i -го вида. ! – факториал (например, 5! означает: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$) Формула (3.61) является мерой упорядоченности в организации и характеризует собой количество информации, приходящейся на одну особь. В книге (Уатт, 1971) можно найти доказательство того, что формула Маргалефа с точностью до знака при определенных условиях совпадает с формулой Мак-Артура. Мак-Артур связал устойчивость сообщества с разнообразием сообщества D, следующим образом:

$$D = -N \cdot \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \log P_i \qquad (3.62)$$

следовательно,

$$S = \frac{D}{N}. \qquad (3.63)$$

В сообществе, характеризующемся высокой степенью разнообразия, любые возмущения в системе (например, резкий рост в силу каких – либо причин численности одного из видов) должны быть быстро нейтрализованы за счет взаимосвязанности всех видов в системе (это наводит на мысль о гомеостазисе природных экосистем).

Попытаемся выяснить, насколько применима формула Мак-Артура для характеристики устойчивости природных экосистем. Данный вопрос рассмотрен, в частности, в статье (Свирежев, Логофет, 1975). Авторы исходили из гипотезы, что любая система стремится к максимально устойчивому состоянию, сообщество же стремится к максимуму разнообразия. Согласно формуле разнообразия это означает, что сообщество стремится к максимуму численности с учетом воздействий и ограничений со стороны внешней среды. Но формулы для разнообразия (и устойчивости) (3.62) таковы, что максимальное их значение достигается при равной численности всех видов в сообществе. В реальных же сообществах данный факт не наблюдается.

Так как в реальных сообществах происходит увеличение разнообразия на ранних стадиях сукцессии, то энтропийная мера на этой стадии применима. Пищи на этих стадиях много, общая конкуренция мала, а это значит, что внутреннее действие природных экосистем является слабым. По мере движения к климаксу, возрастает конкуренция, рассматриваемые природные экосистемы становятся системами с сильными взаимодействиями, и энтропийные меры становятся неприменимыми.

В определенных случаях для решения задач по оценке устойчивости состояний природных экосистем, а также нахождением стабильности природных экосистем в целом удобно пользоваться методом Монте-Карло. Для конкретных расчетов нужны вычислительные быстродействующие машины. Метод Монте-Карло дает возможность учесть действие конечных возмущений в течение определенного промежутка времени. В работе (Алексеев, Светлосанов, 1974) на примере системы хищник-жертва вычислена зависимость времени жизни системы от дисперсии возмущающего фактора.

Как уже указывалось классической принято считать работу Вольтерра (Volterra, 193l, Вольтерра, 1976), в которой рассмотрены взаимоотношения типа «хищник-жертва». Если обозначить в момент времени t численность жертвы через $N_1(t)$, а численность хищника через $N_2(t)$, то, согласно модели Вольтерра, жертва размножается со скоростью ε_1 и погибает со скоростью, пропорциональной численности популяции хищника $\gamma_1 N_2$. Скорость гибели хищника полагается равной ε_2, а скорость его размножения пропорциональна размеру популяции жертвы $\gamma_2 N_1$.

Уравнения, описывающие динамику численности популяций, выглядят следующим образом:

$$\frac{dN_1}{dt} = (\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2) N_1, \quad \frac{dN_2}{dt} = (\gamma_2 N_1 - \varepsilon_2) N_2 \qquad (3.64)$$

с начальными условиями (при $t = 0$) $N_1(0)$ и $N_2(0)$.

Стационарный случай уравнений (3.64) дают точки

$$N_{1,0} = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2}, \qquad N_{2,0} = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1}, \qquad (3.65)$$

которые получаются при равенстве нулю производных $\frac{dN_1}{dt}$ и $\frac{dN_2}{dt}$. При всех начальных условиях, отличных от $N_{1,0}, N_{2,0}$, в результате решения уравнений (3.64) получаются периодические колебания численности жертв и хищников, амплитуда которых зависит от начальных условий. Рассмотрим динамику поведения системы под действием случайных возмущений. Если на систему не действуют никакие внешние возмущения, то состояние системы (3.64) будет описываться точкой на фазовой плоскости, которая будет перемещаться по замкнутой кривой (рис. 3.6). В зависимости от начальных условий, будет реализовываться та кривая, которой отвечает соответствующее данным начальным условиям значение интеграла движения системы.

Уравнения (3.64) дают в основном качественную картину взаимодействия типа хищник - жертва. Однако, как уже указывалось ранее, в приближенном виде эта модель использовалась для описания лабораторных опытов, проделанных Гаузе с дрожжевыми грибками (жертвы) и инфузорией (хищники).

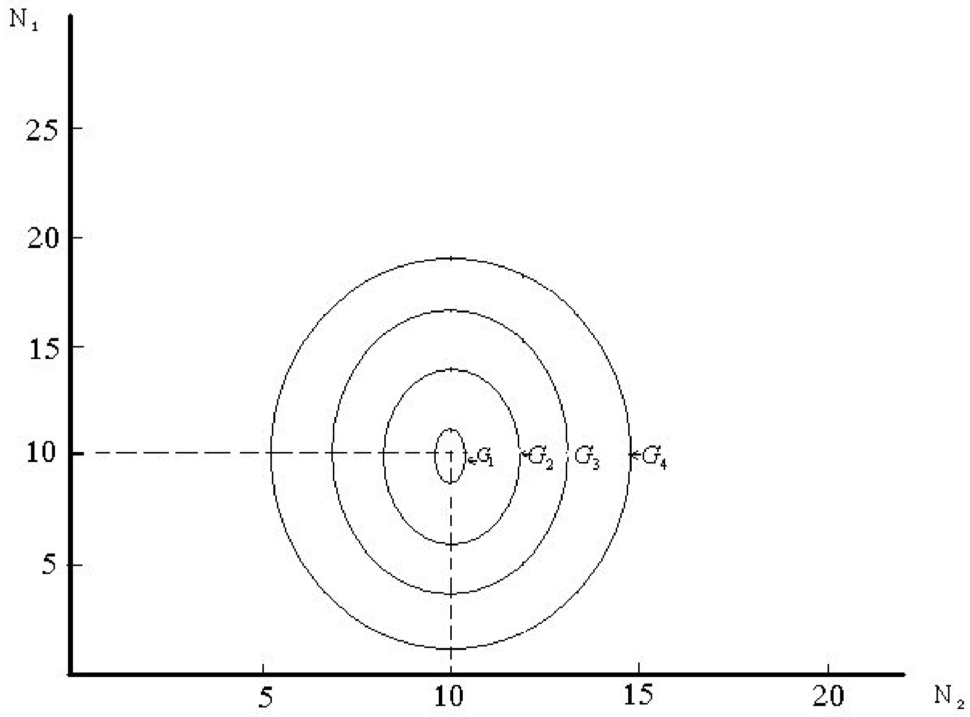

Рис. 3.6 Траектории точек, описывающих состояние системы на фазовой плоскости

Предположим, что в каком-либо ареале взаимодействие двух популяций описывается нелинейными дифференциальными уравнениями типа (3.64). Допустим, что хищник уничтожает жертву только в этом ареале и предоставим жертве возможность через каждый промежуток времени Δt мигрировать (эмигрировать и иммигрировать) по нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным нулю и с различной дисперсией.

Фазовый портрет уравнения (3.64) представляет собой деформированные эллипсы, в определенные моменты времени наиболее близко приближающиеся к осям координат N_1 и N_2. Учет миграции жертв приводит к тому, что в правой части уравнения (3.64) через промежуток времени Δt величина N_1 скачкообразно изменяется на ΔN_1 т.е. $N_1^{t+1=} N_1^t + \Delta N_1^t$, где ΔN_1^t представляет собой случайную функцию времени с нормальным законом распределения, математическим ожиданием, равным 0 и с дисперсией σ^2, не зависящей от величины N_1. На фазовой плоскости (N_1, N_2) этот процесс будет представляться как случайный переход с одной траектории движения, определяемой значениями параметра G_1, на траекторию с другим, близким значением параметра G_2, т.е., вводится ансамбль систем «хищник - жертва», изменение состояния каждой из которых под действием случайного возмущения описывается на фазовой плоскости сменой траектории. При этом нахождение системы в определенный момент времени на той или иной траектории $G_1, G_2, \cdots, G_k$ может быть определено лишь вероятностным образом.

В тех случаях, когда N_1 и N_2 достаточно велики, случайная миграция не будет оказывать существенного влияния на численность популяций. Однако при приближении к осям координат миграция жертв может привести к тому, что в данном ареале не окажется жертв, и, как следствие этого, произойдет вымирание хищников. Поэтому интересно исследовать математическое ожидание времени существования двух популяций типа «хищник – жертва» в зависимости от дисперсии случайной величины: миграции особей - жертв.

Согласно описанному выше алгоритму, была составлена программа для вычислительной машины. Для осуществления процесса миграции особей-жертв в программе на каждом шаге интегрирования использовались псевдослучайные числа, распределенные по нормальному закону с равным нулю математическим ожиданием. Начальные значения численности жертв и хищников брались равными $N_{1,0} = 50, \cdot N_{2,0} = 25$. Для каждого значения дисперсии случайной величины, описывающей миграцию жертв, ставилось 200 машинных экспериментов.

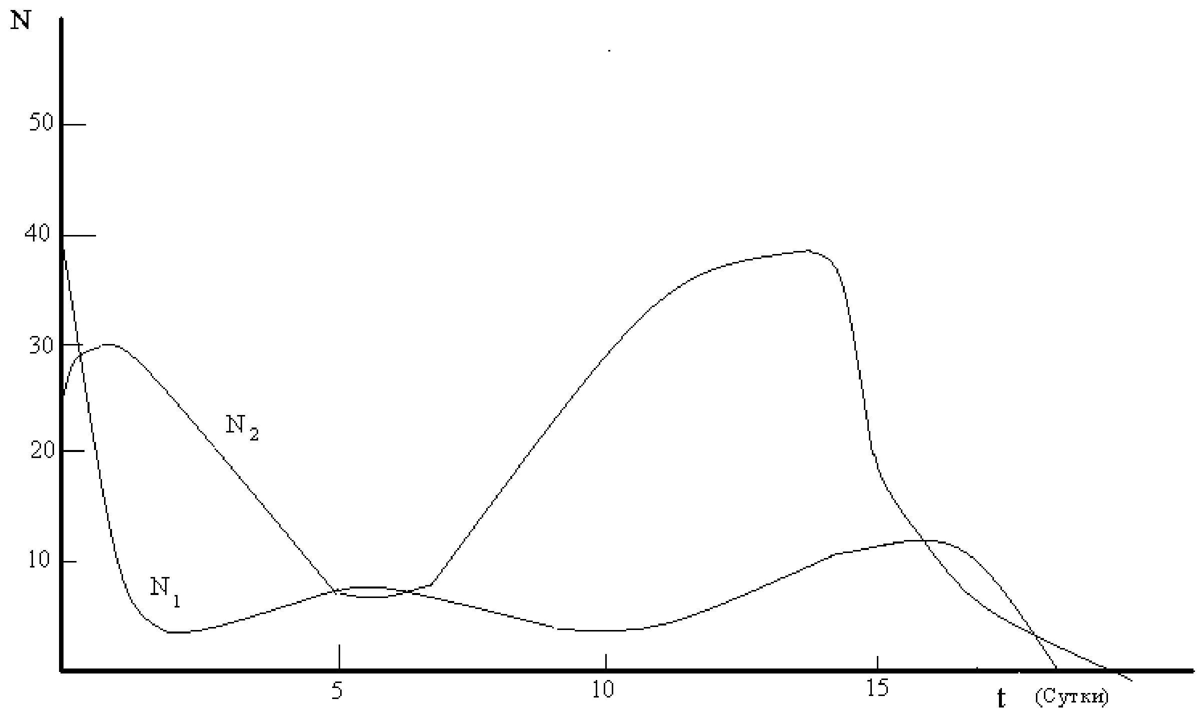

Рис. 3.7 Изменение численности хищника (N_2) и жертвы (N_1) во времени.

Изображенная на рис 3.7 численность популяций как функция времени объясняет, почему время жизни популяций часто обрывалось на третьем шаге - в этом положении, если миграция отсутствует, численность жертв относительно мала. Если в этот момент миграция жертв была отрицательной, т.е. особи уходили из ареала, то это явление приводило к вырождению системы хищник - жертва. На рис. 3.8 в качестве примера приведены несколько реализаций численности хищника и жертвы как функции времени для случая дисперсии, равной 5.

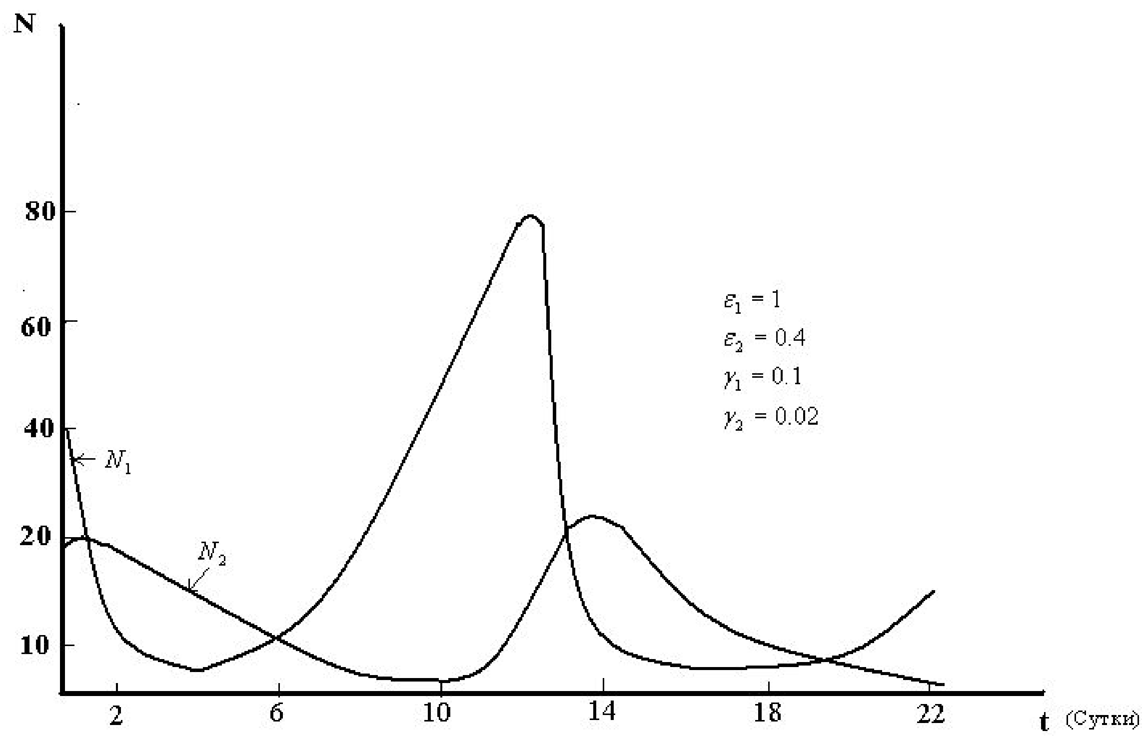

Рис. 3.8 Изменение во времени численности хищника и жертвы при $\sigma = 5$.

Расчет математического ожидания m_t и дисперсии D времен существования популяций проводился по стандартным формулам:

$$m_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n}, \qquad D = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n} - m_t^2 \right) \frac{n}{n=1},$$ где n равно 200.

Из вышесказанного видно, что идеальные системы В. Вольтерра (3.64), описывающие взаимодействия типа «хищник-жертва», слабо устойчивы к случайным действующим возмущениям и имеют малое время жизни. Поэтому реальные природные экосистемы должны описываться другими видоизмененными уравнениями, которые будут более устойчивыми к малым постоянно действующим случайным возмущениям.

Любая природная экосистема содержит в себе большое количество популяций, взаимодействующих между собой по типу «хищник-жертва». Причем в каждой природной экосистеме можно выделить определенное количество хищников и определенное количество жертв. Некоторые из них, являясь хищниками по отношению к определенным видам, в то же время являются жертвами по отношению к другим видам. В таких природных экосистемах заметна иерархия видов, выделяются трофические уровни. А это значит, что наблюдается горизонтальное и вертикальное взаимодействие видов. Что можно сказать об устойчивости таких природных экосистем? Конечно, при рассмотрении таких систем следует поступать как раньше, рассматривая поведение системы в n мерном пространстве. Размерность фазового пространства характеризуется числом видов сообщества. Интересно при этом проследить, каким образом устойчивость движения какой - либо переменной системы влияет на устойчивость движения (или положения равновесия) системы в целом. Такой вопрос для двухуровневой системы был разработан Меем (May, 1971). Им было показано, что устойчивость одного из уровней системы; не обязательно ведет к устойчивости всей системы. Наоборот, устойчивость всей системы в целом определяется колебательным режимом с большой амплитудой внутри уровня. Следует отметить отсутствие единой точки зрения у исследователей в этом вопросе. Watt (1968) указал, что устойчивость одного трофического уровня может способствовать общей неустойчивости системы. Paine (1966) показал, что система может быть устойчива, несмотря на наличие одного неустойчивого уровня в системе. Holling придерживался точки зрения, что устойчивость одного уровня в системе за счет обратных отрицательных связей должна способствовать устойчивости всей системы в целом. Дискуссию по данному вопросу можно найти в статье (May, 1971).

В статье (Свирежев, Логофет, 1978) предлагается вместо глобальной устойчивости системы ввести понятие «иерархической устойчивости». В данное понятие авторами вкладывался следующий смысл: «Система организована таким образом, что отдельные ее блоки устойчивы, но вся система может и не обладать устойчивостью. Однако эта неустойчивость либо проявляется на больших отрезках времени (превосходящих время существования системы), либо неустойчивость некоторой подсистемы **с**табилизируется блоком, расположенным иерархически выше». Отметим, что первая часть понятия «иерархической устойчивости», связанная со временем существования системы, перекликается с введенным понятием стабильности природной экосистемы.

РЕГИОНАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ. ПРОБЛЕМЫ И ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ

Региональное деление земной поверхности очень условно. Под регионом территориально можно подразумевать район, область, страну, группу стран. Безусловно, их общей чертой является пространственная неоднородность по многим параметрам. Разработка методики оценки устойчивости экосистемы на уровне региона требует специального рассмотрения. На региональном уровне могут существовать разные комбинации совокупностей экосистем. Регион может быть представлен только одними природными экосистемами, только одними антропогенными экосистемами, а также сочетанием природных и антропогенных экосистем. Возникает целый ряд вопросов. Как сформулировать принцип региональной устойчивости экосистем? Если в результате антропогенного воздействия одна из природных экосистем, представляющих регион, перешла в разряд антропогенных экосистем, можно ли говорить, что регион в целом устойчив? Или же в результате антропогенного воздействия часть природной экосистемы превратилась в антропогенную экосистему. Как изменилась устойчивость региона в целом? И как спрогнозировать во времени и пространстве изменение экосистем внутри региона?

Анализ данных вопросов начнем с попытки оценить устойчивость региона в конкретный (фиксированный) момент времени. Предложив некоторую методику, далее задумаемся над вопросом прогноза изменения экосистемы в пространстве и во времени. В случае решения этой задачи, можно проводить количественные расчеты состояния экосистемы в любой фиксированный момент времени, использовав разработанную методику по оценке устойчивости региона в конкретный момент времени.

Для получения количественной оценки устойчивости региона в фиксированный момент времени простейшая идея заключается в следующем. Нужно ввести некую скалярную величину, объединяющую совокупность всех устойчивых характеристик экосистем. Для этого все экосистемы следует ранжировать по степени устойчивости по отношению к возможным потенциальным возмущениям. Вводя весовые коэффициенты устойчивости экосистем ρ_i и зная площади S_i, занимаемые этими экосистемами, расчет индекса устойчивости региона St в определенный момент времени можно провести по следующей формуле:

$$St = \frac{\sum_{i=1}^{n} \rho_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^{n} S_i} \tag{3.66}$$

Международный институт прикладного системного анализа МИПСА в Австрии совместно с Институтом экспериментальной биологии и экологии (Словакия) выполнил исследовательскую работу, связанную с количественным расчетом регионального индекса устойчивости для территории Словакии, регион Сейков и Липтовская котловина. Для проведения расчета в указанных регионах были вычленены естественные и антропогенные экосистемы, каждая из которых имела определенный весовой коэффициент. Для выбранных территорий рассматривались: лесной покров, луговой покров, сельскохозяйственные поля (пашни), горные породы, воды и технические антропогенные сооружения. В таблице даны значения (и их изменения во времени) весовых коэффициентов указанных природных и антропогенных экосистем.

ГОДЫ	ЛЕС	ЛУГ	БОЛОТО	ВОДЫ	С/Х ЗЕМЛИ	АНТРОП. СООРУЖЕНИЯ
1984	3.81	2.98	4.44	4.87	1.59	2.34
1957	3.61	2.78	4.14	4.67	1.39	2.04
1878	3.61	2.78	4.14	4.57	1.29	2.04

Таблица Весовые коэффициенты устойчивости ρ природных и антропогенных экосистем на территории Сейков (Словакия)

Методика получения используемых весовых коэффициентов дана в работе (Ruzicka et al., 1982) . На рис. 3.9 представлено изменение индекса региональной устойчивости двух территорий Словакии за период времени, охватывающий почти два столетия.

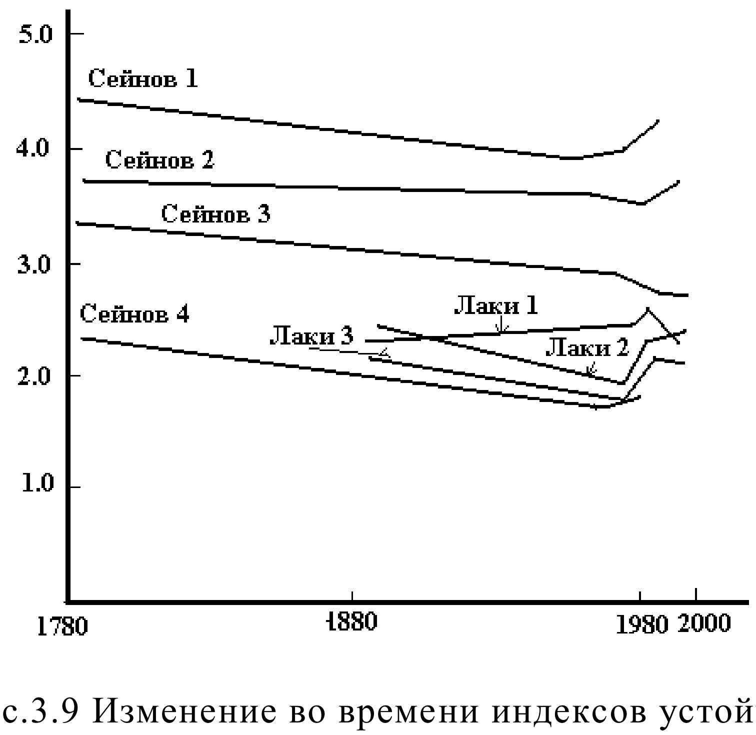

Рис.3.9 Изменение во времени индексов устойчивости регионов в Словакии.

Как видно из рис. 3.9, почти на всех участках территорий наблюдается понижение устойчивости регионов до 1971 г. Исключением является холмистая территория Лаки 1, где за рассматриваемый промежуток времени произошло значительное уменьшение площади сельскохозяйственных земель и, как следствие этого, увеличение устойчивости региона.

Природная экосистема является одним из самых сложных комплексных объектов, встречающихся в природе. Исследование динамики природных экосистем, с учетом воздействий на них, основано на предпосылке, что состояния системы могут быть описаны количественно и что изменения в системе могут быть выражены детерминистским или вероятностным образом. Следует отметить, что все системы обладают одним ярко выраженным свойством - наличием обратных связей в системе (положительных или отрицательных). При этом любая природная экосистема имеет определенные области динамического равновесия. Одна из самых главных проблем биосферы - рост численности населения земного шара и возрастающее увеличение потребностей человека зависит от того, какая часть поверхности Земли занята той или иной экосистемой. Знание площадей, которые будут занимать определенные экосистемы в будущем, можно использовать, в частности, для оценки изменения среднепланетарной температуры поверхности Земли.

Выше уже говорилось, что биосфера состоит из большого числа относительно независимых структурных единиц, в подавляющем большинстве находящихся под сильным влиянием человека: природных и антропогенных экосистем. Учесть полностью все факторы, действующие на каждую из экосистем, не представляется возможным. Здесь имеется целый ряд принципиально неопределенных величин. Например, неизвестна точная информация изменения на будущее переменных системы (разные государства могут решать данную проблему, исходя из своих текущих интересов), отсутствует полностью определенная взаимосвязь между элементами структуры рассматриваемых экосистем. Поэтому проблема нахождения распределения площадей природных и антропогенных экосистем всего Земного шара в целом или какого – либо региона должна решаться с применением стохастических динамических моделей. Ниже изложена одна из методик прогноза развития территорий природных экосистем во времени (Светлосанов, 1983).

Предположим, что каждая экосистема характеризуется набором различных состояний $A_1, A_2, \cdots A_n$, выраженных, скажем, в площадях и, в принципе, со временем в результате активной деятельности человека, возможен переход одной экосистемы в другую. Историческим примером может служить Северная Африка, когда-то богатейшая житница Римской империи, а теперь пустыня или полупустыня, куда ввозят продукты питания.

Предположим, что мы имеем возможность в дискретные моменты времени t_i анализировать состояния экосистем и выяснять вероятности их перехода в какое-либо из возможных состояний. Сделаем предположение, что описываемый процесс - марковский (т. - е., последующее состояние экосистемы зависит только от предыдущего) и составим матрицу вероятности перехода для различных экосистем:

$$A = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ . \\ . \\ A_k \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A_1 & A_2 & . & . & . \; A_k \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{12} & . & . & . & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & . & . & . & a_{2k} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & \\ a_{k1} & a_{k2} & . & . & . & a_{kk} \end{array} \right| \end{array} \tag{3.67}$$

Элементы матрицы вероятностей перехода характеризуют динамику развития экосистемы. Элементы, расположенные по диагонали матрицы, характеризуют вероятность данной экосистемы в следующий момент времени остаться в том же самом состоянии, в каком экосистема была в предыдущий момент времени. Для сверхустойчивых экосистем эта вероятность равна единице, для очень неустойчивых - близка к нулю.

Пусть состояние A_k (последний столбец) характеризует вероятность уничтожения экосистемы (скажем, в результате пожара лесной природной экосистемы, вмешательства человека - вырубка лесов и т. д.), а строка A_k - характеризует вероятность появления (например, на месте уничтоженной пожаром) новой экосистемы. Безусловно, элементы матрицы A не являются постоянными числами, а изменяются во времени. Наиболее сильному изменению эти элементы подвергаются в настоящее время благодаря вмешательству человека.

Так как элементы матрицы характеризуют вероятность перехода экосистем друг в друга, то сумма элементов каждой строки равна 1. Такая матрица называется стохастической. Предположим, что эта матрица регулярная (т. е., какая-либо степень матрицы не содержит нулевых элементов) и эргодическая (т. е., из любого ее состояния мы можем перейти в любое другое состояние, например, через состояние A_k). Существующие теоремы (Кемени и др., 1963) для марковских цепей утверждают, что если А - матрица вероятностей перехода регулярной цепи, то матрица A^n (т.е. матрица A, умноженная на себя n раз) сходится к некоторой матрице, строки которой образуют одинаковый вероятностный вектор B. Этот вектор B является единственным вектором, удовлетворяющим равенству $B \cdot A = B$. Следствием этой теоремы является то обстоятельство, что независимо от начальных условий при не изменяющейся матрице A в конечном счете мы имеем вектор B.

Если рассматривать матрицу A исторически, то в прежние времена, когда численность людей была относительно мала, воздействие на природные экосистемы было относительно слабым, и в результате независимо от начальных состояний природных экосистем мы имели вектор B, характеризующий распределение природных экосистем по площадям.

В настоящее время природные экосистемы подвергаются сильному антропогенному воздействию, и конечный результат уже будет зависеть от следующих факторов:

1) скорости изменения элементов матрицы (3.67),

2) степени изменения элементов матрицы (насколько резко происходит изменение коэффициентов внутри матрицы),

3) скорости сходимости процесса к стационарному,

4) длительности (по времени) всего процесса.

Рассмотрим простейший случай, когда сходимость процесса к стационарному состоянию быстрее изменения внешних условий. Разобьем время, в течение которого происходит данный процесс, на произвольные равные отрезки $t_1, t_2, \cdots t_k$ и предположим, что элементы матрицы будут изменяться не непрерывно, а в дискретные моменты t_i. Пусть элементы матрицы изменяются через время t_n причем $n > m$, где m - индекс, указывающий время сходимости матрицы A_j к стационарной матрице B_j. Покажем, что в рассматриваемом случае конечное распределение экосистем будет зависеть лишь от элементов последней матрицы и не зависит от других состояний.

Действительно, что значит: матрица A_j сходится к матрице B_j через время t_m. Это значит, что при умножении самой на себя m раз матрица A_j дает матрицу B_j. За время t_{n-m} ничего не изменится, т. е. элементы новой полученной матрицы тождественно совпадут с элементами матрицы B. Это означает, что образовалось некоторое стационарное распределение экосистем. В момент времени t_{n+1} скачком изменились элементы матрицы B_1, появилась матрица B_2 и т.д.

Если начальное распределение экосистем обозначить через вектор $A^* = (A_1^* \cdot A_2^* ... \cdot A_k^*)$, то через время $p = r \cdot n$ будем иметь:

$$A^\bullet \cdot A_1 \cdot A_1 \cdots \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_2 \cdots A_2 \cdots A_r \cdot A_r \cdots A_r$$

Но, согласно указанной выше теореме при умножении матрицы самой на себя n раз получается конечная матрица, к которой она сходится. Т. е.:

$$A_1 \cdot A_1 \cdots \cdot A_1 = B_1$$

$$A_2 \cdot A_2 \cdots A_2 = B_2$$

$$A_r \cdot A_r \cdots A_r = B_r$$

Поэтому имеем:

$A \cdot B_1 \cdot B_2 \cdots B_r$

Покажем, что при умножении матрицы B_1 на матрицу B_2, мы получим матрицу C, тождественно равную B_2, т. е.

$B_1 \cdot B_2 = C = B_2$

Рассмотрим матрицы:

$$B_1 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdot & \cdot & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdot & \cdot & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdot & \cdot & b_{nn} \end{vmatrix} \tag{3.68}$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & k_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdot & \cdot & k_{nn} \end{vmatrix} \tag{3.69}$$

$$C = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdot & \cdot & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdot & \cdot & c_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdot & \cdot & c_{nn} \end{vmatrix} \tag{3.70}$$

При этом

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij} = 1 \quad \sum_{j=1}^{n} k_{ij} = 1 \quad \sum_{j=1}^{n} c_{ij} = 1$$

Согласно указанной выше теореме мы имеем:

$$\begin{aligned} & b_{1j} = b_{2j} = \dots = b_{nj} \\ & k_{1j} = k_{2j} = \dots = k_{nj} \\ & c_{ij} = b_{i1} \cdot k_{1j} + b_{i2} \cdot k_{2j} + \dots + b_{in} \cdot k_{ni} = \\ & = k_{1j} \cdot (b_{i1} + b_{i2} + \dots + b_{in}) = k_{1j} = k_{ij} \end{aligned} \tag{3.71}$$

т.е. элементы матрицы C тождественно равны элементам матрицы B_2. Аналогичным образом доказывается, что произведение $A^{\bullet} \cdot B_1 \cdot B_2 \cdots B_r \equiv B_r$

Это означает, что в рассматриваемом случае конечное распределение площадей экосистем зависит от матрицы вероятностей перехода лишь в последний момент r (и не зависит от начального состояния и промежуточных моментов времени).

Если же элементы матрицы будут изменяться быстрее сходимости процесса к стационарному состоянию, что и происходит в настоящее время, то на конечное распределение экосистем будут влиять все предыдущие состояния и вероятностный вектор D, характеризующий распределение экосистем по площадям должен быть найден из уравнения:

$$A^{\bullet} * A_1 * A_2 * \dots * A_r = D \tag{3.72}$$

Приведем числовой модельный пример расчета распределения площадей экосистем. Пусть имеется три экосистемы: лесная A_1, лесостепная A_2 и степная A_3. Запишем матрицу вероятностей перехода экосистем друг в друга под влиянием внутренних и внешних воздействий:

$$\begin{array}{rc} & \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \text{A}= \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} & \begin{vmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.05 & 0.3 & 0.65 \end{vmatrix} \end{array} \tag{3.73}$$

Рассмотрим значения коэффициентов матрицы на примере верхней строки. Коэффициент 0,7 означает, что с такой вероятностью в следующий момент времени суммарная площадь лесной экосистемы не изменится. С вероятностью 0,2 вся площадь станет лесостепью и с вероятностью 0,1 перейдет в степь. Аналогичным образом интерпретируются и другие коэффициенты. В приводимом числовом примере для трех экосистем независимо от начального распределения площадей экосистем через большой промежуток времени площади будут распределены в следующем отношении

$$A_1 : A_2 : A_3 = 2 : 5 : 2 \tag{3.74}$$

т.е. вектор В имеет значение:

$$B = (\frac{2}{9} : \frac{5}{9} : \frac{2}{9}) \tag{3.75}$$

Данный результат получается из решения следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} 0.7 \cdot A_1 + 0.1 \cdot A_2 + 0.05 \cdot A_3 &= A_1 \\ 0.2 \cdot A_1 + 0.8 \cdot A_2 + 0.3 \cdot A_3 &= A_2 \\ 0.1 \cdot A_1 + 0.1 \cdot A_2 + 0.65 \cdot A_3 &= A_3 \end{aligned} \tag{3.76}$$

В настоящее время мы находимся на крутой части подъема кривой, характеризующей численность людей Земли. Поэтому и элементы матрицы не являются стационарными, а сильно изменяются во времени. Однако со временем, когда численность людей дойдет до некоторого стационарного положения, стабилизируется и матрица вероятностей перехода, так как именно она вследствие конечной площади поверхности Земли, определит эту максимальную численность. Зная необходимые в среднем на душу населения количественные показатели площадей рассматриваемых антропогенных экосистем и имея статистический материал о динамике развития антропогенных экосистем, можно, используя матричный подход, сделать приближенные расчеты о том, какое управление человеком элементами окружающей среды необходимо, чтобы соблюдалась гармония между человеком и окружающей средой.

ПОРЯДОК И БЕСПОРЯДОК В ПРИРОДНЫХ СИСТЕМАХ. ВЗАИМООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ПОРЯДКОМ И ХАОСОМ.

Теория устойчивости природных систем тесно связана с бурно развивающейся в последние годы «теорией хаоса» (Будущее, 2006, Капица и др., 2001, Кроновер, 2000). На первый взгляд кажется, что это два прямо противоположных понятия. Ведь понятие «хаос» в первую очередь у каждого исследователя ассоциируется с беспорядочностью и непредсказуемостью исследуемых процессов. Хотя понятие «хаос» существует в течение длительного времени, только в последние десятилетия стала утверждаться идея, что с понятием «хаос» может быть связано понятие «порядка», т.е. устойчивости систем.

Современное понятие «хаоса» имеет много разных определений. Приведем лишь несколько примеров (Сардас, Абрамс, 2006):

«Разновидность порядка в отсутствие периодичности».

«Случайное рекуррентное поведение в простой детерминированной (подобной часам) системе».

«Качественное изучение неустойчивого апериодического поведения в детерминированных нелинейных динамических системах».

Примерами хаотичного поведения являются: биржа, экономика государств, курс валют, рулетка, движение молекул газа, поведение людей при панике или пожаре.

Для начала попробуем разобраться с основными идеями «теории хаоса».

Понятие «хаос» связано с целым рядом других понятий: детерминированность, стохастичность, нелинейность, обратная связь, бифуркации, паттерны, фракталы, чувствительность к начальным условиям, синергетика, самоорганизация, сложность, теория катастроф.

При анализе понятия «хаос» первое, на что надо обратить внимание при моделировании, это учет нелинейности процессов, которые всегда существуют в реальных системах.

В XIX веке при моделировании динамических процессов в природных системах часто использовали детерминистские линейные уравнения. Особенность данных уравнений заключалась в достаточно легком получении решений.

По сложившейся традиции исследователи считали, что фундаментальные процессы являются детерминированными и обратимыми, а процессы, связанные со случайностью – это исключение из правил.

В действительности реальные процессы необратимы, содержат элементы случайности и должны моделироваться нелинейными уравнениями. Однако нелинейные уравнения сложны для получения решений, поэтому исследователи предпочитали анализировать и решать линейные системы.

Как поступали исследователи? Если модель описывала процесс нелинейными уравнениями, их «линеаризовали», т. е. заменяли линейными приближениями. За счет линейности полученные решения легко анализировались. В результате такого подхода у многих исследователей складывалось мнение, что все природные явления можно описать с помощью линейных уравнений.

Однако замена нелинейных уравнений линейными уравнениями приводит к утрате многих важных свойств изучаемой динамической системы. Ведь особенность линейных уравнений состоит в том, что небольшие изменения в этих системах приводят к небольшим последствиям на выходе системы. Особенность нелинейных уравнений с положительными и отрицательными обратными связями заключается в том, что даже небольшие изменения в системе могут быть многократно усилены в системе с помощью положительных обратных связей и в результате могут привести систему к катастрофе. Основой неустойчивости являются нелинейные процессы с обратной связью. Но эти же процессы являются ответственными за возникновение новых форм порядка, которые характеризуют самоорганизацию системы.

Интересно осознавать, что даже простые нелинейные детерминистские уравнения содержат в себе много неожиданного. Системы, поведение которых выглядит на графиках как хаотическое, могут создать упорядоченные структуры, изящные паттерны.

Еще одно важное свойство нелинейных уравнений заключается в том, что точное предсказание поведения нелинейной системы часто бывает неосуществимо, даже если уравнения строго детерминированы. Анализ развития нелинейной динамики является частью быстро развивающегося междисциплинарного подхода – теории самоорганизации или синергетики (Управление.., 2000). В переводе с греческого термин «синергетика» означает «совместное действие». Термин был введен физиком Г. Хакеном, который считал, что «синергетика» - это междисциплинарный научный подход, когда у нелинейной системы, состоящей из взаимосвязанных подсистем, неожиданно возникают новые свойства. В 60 – е годы прошлого столетия на эту дисциплину смотрели как «на забаву физиков – теоретиков». Но 20 лет назад, благодаря идеям синергетики, были обнаружены любопытные явления в физике, химии, биологии, гидродинамике. Синергетика была признана как перспективная ветвь науки. В настоящее время синергетика используется для решения многих проблем, включая глобальные. Разрабатываемая теория хаоса имеет прямое отношение к синергетике.

В теории хаоса сам термин «хаос» приобрел новое значение (Малинецкий, 2001, Острейковский, 2005). Поведение хаотических систем не просто беспорядочно: оно проявляет более глубокий уровень паттернового порядка. Выше говорилось, что примером «хаоса» может служить движение молекул в газе.

Даже маленький объем газа состоит из миллионов молекул. Невозможно описать движение каждой молекулы. Тем не менее, в поведении газов в целом существуют определенные закономерности, которые сформулированы в законе для идеального газа. Этот закон связывает между собой температуру, объем и давление газа. В XIX веке великий физик Максвелл предложил использовать статистические методы для определения законов движения газов. В основе подхода Максвелла лежала статистика и теория вероятности. Подход Максвелла дал возможность связать основные свойства газа с усредненным поведением составляющих его молекул. Выяснилось, что давление газа определяется силой, созданной усредненным напором молекул, что температура пропорциональна усредненной энергии движения молекул. Объединение статистических методов с ньютоновской механикой привело к возникновению новой области науки, которая, соответственно, была названа статистической механикой.

За последние десятилетия появилось много математических моделей, которые включают анализ нелинейностей и существующих в системе положительных и отрицательных обратных связей. Модели охватывают разные области науки: физику, химию, гидромеханику, метеорологию, биологию. Эти модели имеют одну важную особенность. Внешне уравнения могут выглядеть как простые. Система уравнений может состоять лишь из нескольких уравнений. Хотя модели могут содержать всего лишь несколько детерминированных уравнений, решения этих уравнений могут быть сложными и порою непредсказуемыми. Анализ поведения динамических процессов и характеристик таких систем на основе модельных экспериментов теперь называется «теорией хаоса».

Эксперименты французского физика Бенара относят к первым исследованиям, которые открывают проблемы «хаоса» и «самоорганизации» системы. Особенность этих опытов состоит в том, что они просты, легко реализуемы и понятны. Для проведения опыта не требуются большие материальные затраты – достаточно использовать обычный сосуд с жидкостью. Процесс заключался в нагревании снизу данного сосуда. При нагреве возникает градиент температуры жидкости. Т.е. верхний и нижний слои жидкости имеют разную температуру. Чем выше слой, тем меньше температура жидкости. При небольшой разнице температур между слоями жидкости никаких интересных процессов в жидкости не наблюдалось. Понемногу градиент температур между нижней и верхней слоями жидкости в сосуде увеличивается. При определенной разнице температур возникает конвекция, которая соответствует когерентному (согласованному) движению ансамблей молекул. Со временем разница температур возрастает и достигает определенный порог. При достижении этого порога сначала движение в жидкости становится хаотичным, а потом внезапно возникает упорядоченный паттерн (новая структура). Что же представляет из себя этот паттерн?

Попробуем проанализировать данный опыт Бенара. Отметим, что в опытах Бенара особую роль играла гравитация. Физическое объяснение данного результата может быть следующее. Когда в сосуд только что налита жидкость, система находится в равновесном состоянии. Далее начинается нагревание жидкости. При нагревании нижний слой становится менее плотным (при нагревании все тела расширяются). При этом центр тяжести всей системы поднимается вверх. Система постепенно уходит от первоначального положения равновесия. При достижении некой критической точки система становится неустойчивой, меняется структура системы, возникает конвекция. Если сначала движение в жидкости было хаотичным, то потом появились вертикальные трубочки. В какой – то момент система «опрокидывается», возникает паттерн. Этот паттерн получается в результате подъема более теплой жидкости вверх через центр образовавшихся ячеек, при этом холодная жидкость стекает по стенкам. Когда опыт проводился в круглом сосуде, то на поверхности жидкости появлялся шестиугольный паттерн. Возникновение новой структуры, появление паттернов происходит за счет действия гравитации. Возникновение новой структуры говорит о том, что из хаоса спонтанно возник порядок. Произошла самоорганизация системы. Следует подчеркнуть, что паттерны (новая структура системы) поддерживаются только благодаря достаточно большому притоку в систему энергии. Структура распадается, когда поток энергии, вводимой в систему, прекращается.

Анализируя понятие «хаос», следует рассказать о работах бельгийского химика И. Пригожина - лауреата Нобелевской премии (1977 г.) в области химии. Работы И. Пригожина во многом способствовали новому пониманию понятия «хаос». И. Пригожин ввел понятия диссипативных систем и самоорганизации (Пригожин, Стенгерс, 2005). Диссипативные структуры – это структуры, которые образуются в результате рассеяния (диссипации) энергии. Вообще, диссипативные структуры непременно задействуют какой-либо демпфирующий процесс, например, трение.

Диссипативные структуры можно встретить в физике, химии, биологии, экономике.

Проведенные И. Пригожиным исследования дали возможность утверждать, что условия создания новых структур системы находятся «вдали от равновесия» самой системы. И. Пригожин выделил 3 типа системы: находящиеся «в равновесии», «вблизи равновесия» и «вдали от равновесия». Особое внимание он уделил третьему типу систем.

В системах, находящихся вдали от равновесия, можно наблюдать перестройку структуры системы. Необходимым условием для перестройки является ввод в систему дополнительной энергии. И. Пригожин определил самоорганизацию как явление, посредством которого система перестраивает (самоорганизует) свою внутреннюю структуру. Было подмечено, что такие самоорганизующие системы проявляют все свойства, присущие хаосу - нелинейность, обратную связь, фрактальные структуры и чувствительную зависимость от начальных условий.

В конце двадцатого века исследователи начали проводить различные эксперименты, искать и находить хаос в физических системах. Выяснилось, что хаос проявлялся при воздействии на атом магнитного поля. При этом на низких энергетических уровнях, где сильно притяжение электрона к ядру, хаоса не возникает. На высоких уровнях электрон слабо притягивается к ядру. Магнитное поле оказывает сильное воздействие, которое превосходит притяжение электронов к ядру. Электрон начинает двигаться вокруг магнитных силовых линий. При этом хаос отсутствует. Но между этими двумя состояниями электрон не знает, куда направиться и демонстрирует хаотическое поведение.

В экономике примером хаоса является мировой рынок, который по аналогии можно рассматривать как нелинейную турбулентную систему, которая формируется человеческим сознанием и стихийным поведением цен на товары.

Компьютеризация всех процессов способствовала фундаментальным изменениям в последние десятилетия двадцатого века в области бизнеса. Экономика стала представлять собой глобальный рынок, в котором происходят мгновенные переводы капитала. Это нелинейная система с огромным числом положительных и отрицательных обратных связей. На глобальном рынке совсем небольшие возмущения в системе при определенных условиях могут привести к серьезным и трудно рассчитываемым последствиям.

Но если хаос и порядок связаны между собой, то возникает вопрос: «Где же граница хаоса, где кончается хаос и наступает порядок?». Анализ данного вопроса привел к идее о создании новой ветки науки «теории сложности». Теория хаоса исследует нелинейные динамические процессы, которые считаются сложными, так как включают большое количество независимых переменных, взаимодействующих друг с другом. Сложные системы уравновешивают порядок и хаос. «Теория сложности» изучает «жизнь на границе хаоса и порядка» (Сардас, Абрамс 2006), изучает процессы самоорганизации и адаптации сложных систем к изменяющимся условиям. Некоторые исследователи предлагают объединить исследования хаоса и сложность как самостоятельную ветвь науки под названием «хаотика».

Теория хаоса тесно связана с понятиями «бифуркация» и «теория катастроф». Слово «бифуркация» означает раздвоение. Данный термин употребляют при исследовании процессов, где происходит качественное изменение траектории проходящего процесса. Динамика (эволюция) процесса математически представлена векторным полем в так называемом «фазовом» пространстве, где время исключено из рассмотрения, а даются изменения переменных системы в зависимости друг от друга).

Любая динамическая система зависит от различных параметров системы, которые являются существенными и обязательно описываются моделью. Как правило, эти параметры входят в коэффициенты дифференциальных уравнений, являющихся моделью изучаемой системы и определяют структуру системы. В зависимости от численных значений этих параметров, на фазовой плоскости будет реализовываться то или иное положение равновесия. Критические значения параметров, приводящих к смене фазового портрета интегральных кривых, называются бифуркационными. В определенных случаях уже малое изменение параметра может привести к сильному изменению топологии динамической системы.

Исследуя эволюцию динамических систем, можно видеть, что системы могут иметь различные типы состояний равновесия. И иметь разный характер стремления к положению равновесия. Если все интегральные кривые стремятся со временем к одной точке, то такое положение равновесия называется устойчивым узлом. Если интегральные кривые исходят из одной точки, то данное положение равновесия называется неустойчивым узлом. В некоторых случаях интегральные кривые могут заканчивать свое движение на замкнутых кривых, которые носят название предельного цикла. Если совокупность интегральных кривых представляет собой семейство закручивающихся спиралей, то получающееся устойчивое положение равновесия носит название «устойчивый фокус». Состояние равновесия, типа представленного на рис. 3.11 называется седлом. Интегральными кривыми являются гиперболы $x \cdot y = c$

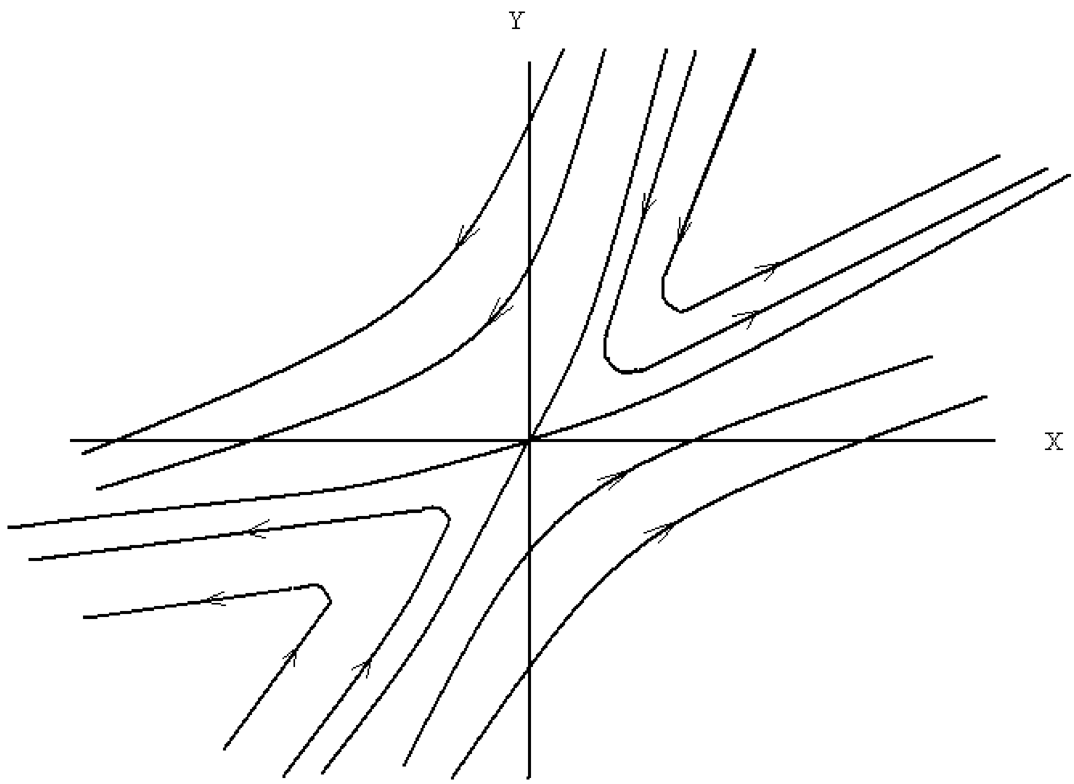

Рис.3.11 Интегральные кривые на фазовой плоскости (положение равновесия – седло).

Каждая координатная ось состоит из трех траекторий состояния равновесия - начало координат и двух полуосей. Все интегральные кривые стремятся к состоянию равновесия при t, стремящимся к бесконечности.

Если в системе наблюдаются незатухающие колебания, то на фазовой плоскости появится замкнутая кривая - эллипс. При различных начальных условиях будет ансамбль вложенных друг в друга эллипсов. Такое положение равновесия носит название центра.

Здесь указаны лишь простейшие возможные положения равновесия в динамической системе. Установившиеся режимы движения называются аттракторами (притягивающее множество в фазовом пространстве). В теории «хаоса» большое внимание уделено особому классу аттракторов, которые называют «хаотическими» или «странными аттракторами». Сначала поясним, чем отличаются странные аттракторы от обычных аттракторов. Самое главное отличие заключается в том, что странные аттракторы очень чувствительны к изменению начальных условий. Это означает, что траектории, близкие друг другу в начальный момент с течением времени сильно разойдутся.

Отметим, что если начальные условия таковы, что система находится в положении устойчивого узла, то, в принципе, система должна оставаться в этом положении равновесия. В реальных условиях любая система находится под влиянием внутренних и внешних возмущений. Малейшее отклонение от положения равновесия приведет систему в движение и в дальнейшем направит к другому устойчивому положению равновесия.

Первым исследователем, кто обнаружил хаотическое поведение системы при моделировании детерминисткими уравнениями, был метеоролог Эдвард Лоренц (Lorenz, 1963). Суть явления состояла в следующем. Известно, что при моделировании динамических процессов детерминисткими уравнениями при определенных начальных условиях при многократном повторении модельного эксперимента должны получаться одинаковые результаты. Совершенно неожиданно у Лоренца при повторном проведении модельного эксперимента получился другой конечный результат. Событие произошло в 1961 году. Будучи метеорологом, Лоренц занимался модельным исследованием погоды на длительном промежутке времени. Анализируя полученные результаты в результате одного модельного эксперимента, Лоренц решил сначала выпить кофе, а потом продолжить модельный эксперимент с целью экономии машинного времени не с начальных условий, а с условий, которые были получены в результате предыдущего эксперимента. Т.е., за начальные данные Лоренц взял числа из предыдущей распечатки. Каково же было его удивление, когда он увидел, что полученные результаты резко отличаются от тех, которые были у него в предыдущих расчетах. Прежде всего, заслуга Лоренца заключается в том, что он не отмахнулся от полученного результата, как от чего-то случайного, а начал искать причины происшедшему. Анализируя ситуацию, Лоренц понял, что произошло. Вместо числа 0,506127, которое было в распечатке полученных расчетных данных, он ввел число 0,506. Небольшие изменения в начальных условиях привели к большим последствиям. В результате анализа полученных научных результатов Лоренцом был сделан вывод, что (не всегда) в определенных случаях крошечные отличия в начальных условиях (что – то типа дуновения ветра) могут привести, казалось бы, очень устойчивую систему к катастрофе.

Здесь исследования Лоренца соединились с исследованиями, которые носят название «странные аттракторы». Странные аттракторы представляют собой предмет исследования хаоса (так называемый динамический хаос) в детерминированных системах.

С классической точки зрения в этих словах (хаос в детерминированных системах) содержится парадокс, т.к. детерминированные системы предполагают, что в этих системах будущее однозначно определяется настоящим и прошлым. Аттрактор Лоренца признан самым известным странным аттрактором. Странный аттрактор Лоренца представляет конечное состояние динамической системы.

Смысл динамического хаоса в аттракторе Лоренца состоит в следующем. В фазовом пространстве каждая точка определяет состояние системы в определенный момент времени. Для лучшего понимания ситуации проведем следующую аналогию. Мысленно представим себе санки, которые движутся по «американской» горке. Санки могут двигаться как по левой, так и по правой сторонам горки. Если запустить рядом двое санок, то сначала они движутся близко друг к другу, но с течением времени (это время названо «горизонтом прогноза») санки разойдутся. Одни санки будут двигаться по левой, а другие санки будут двигаться по правой сторонам горки.

О странном аттракторе Лоренца можно сказать следующее. Он устойчив. Кривые, составляющие аттрактор (в фазовой плоскости), никогда не повторяются, никогда не пересекают сами себя. Этот аттрактор ассоциируется у многих исследователей с видом бабочки. Тем более что сам автор (Лоренц) представил на конференции в Вашингтоне в 1972 году статью под названием «Может ли взмах крылышек бабочки в Бразилии породить торнадо в Техасе?». Своим докладом Лоренц сформулировал проблему о возможности влияния малого воздействия на возможную катастрофу в системе.

Катастрофами называются скачкообразные изменения поведения системы при небольшом изменении параметров системы. В математике имеется целое направление исследований, которое носит название «теория катастроф». Основоположником теории катастроф считают Р.Тома (Thom, 1969, 1974). Работа в области теории катастроф произвела большое впечатление. Ее сравнивали с открытием Ньютоном дифференциального и интегрального исчисления (Арнольд, 1990). Говорилось, что ньютоновская теория позволяет анализировать лишь непрерывные процессы, а теория катастроф дает возможность исследовать скачкообразные изменения процессов. В теории катастроф речь идет о потери устойчивости системы при небольшом изменении параметра системы.

Переход системы в область странного аттрактора означает, что в системе возникли непериодические сложные колебания и что некоторые параметры системы чувствительны к изменению начальных условий. Многие исследователи в качестве примера странного аттрактора приводят турбулентность. Ламинарное течение жидкости (например, равномерное вытекание воды из крана при небольшом открытии последнего) сравнивают с устойчивым положением системы. Понемногу открывая кран, можно получить регулярные пульсации струи жидкости. При этом возникает периодическое движение жидкости. При большем открытии крана пульсации воды становятся нерегулярными. Происходит переход системы к странному аттрактору (турбулентности). Возникновение турбулентности связывают в гидродинамике с увеличением так называемого числа Рейнольдса (который в первую очередь зависит от скорости потока воды, а при обтекании тел жидкостью от размеров тела).

Теория хаоса связана с понятием «фрактал». Фрактальная геометрия – это геометрия фигур, имеющих нерегулярные формы. Фракталы – это способ измерения качественных характеристик, которые не имеют четкого определения. Это слово ввел французский специалист по математической физике Б. Мандельброт в 70-х годах прошлого столетия. Считается, что фракталы существуют всюду. Примерами фракталов являются горы, деревья, кровеносные сосуды. Фракталы используют для описания многих сложных явлений, в том числе для описания процесса возникновения турбулентности. Турбулентное течение описывается с помощью странных аттракторов, а странные аттракторы считаются фракталами.

В настоящее время фракталы и странные аттракторы обнаружены в разных областях науки**.** Наша цель - найти аттракторы и хаос в экологических исследованиях. Оказывается, аттракторы и хаос можно найти, увидеть и проанализировать уже в известных нами математических моделях (Кудин, 2008), (Светлосанов, Кудин, Куликов 2009).

Удивительно, но идеи теории хаоса можно проследить на примере логистической кривой. Известно (основные идеи построения уравнения Ферхюльста рассмотрены в 1-й части спецкурса и при исследовании влияния малых возмущений на устойчивость природных систем в данной книге), что логистическая кривая, являющаяся решением уравнения Ферхюльста, характеризует устойчивое движение в природных системах. Эта кривая является решением нелинейного дифференциального уравнения (2 – й степени), имеет аттрактор, имеет положительные и отрицательные обратные связи в системе.

Неожиданная потеря устойчивости, что соответствует хаосу в природных системах, можем произойти, например, при воздействии на систему малых случайных возмущений типа белого шума, (рассмотрено выше) а также при варьировании определенных параметров логистического уравнения при численном решении уравнений.

Уравнение Ферхюльста – это наиболее простая форма описания динамических кривых, тем не менее, основные идеи данного уравнения лежат в основе построения моделей всех уровней: локального, регионального и глобального.

Существуют различные формы математической записи логистической кривой. Уравнение Ферхюльста можно представить в виде

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \cdot (K - N) - m \cdot N \tag{3.77}$$

здесь r и m – усредненные по возрастам постоянные рождаемости и смертности , K- «несущая способность» окружающей среды. Графически вид кривой, описывающей уравнение (3.77), полностью совпадает с рисунком 3.3(а), но стационарное (предельное) состояние характеризуется величиной $K - \frac{m}{r}$.

Уравнения (3.25) и (3.77), рассмотренные с точки зрения порядка и хаоса, являются репрезентативными представителями порядка в природных системах.

В реальности, полная картина конкуренции между особями, обитающими в определенной среде, включает множество факторов, каждый из которых в значительной мере подвержен естественной изменчивости. А это означает, что экологические параметры, входящие в уравнение Ферхюльста, не являются постоянными величинами, а меняются во времени.

Учет изменения параметров уравнения Ферхюльста приводит к далеко идущим последствиям, более точно отражающим реальную ситуацию. Если в классическом варианте уравнения Ферхюльста мы имеем, в конечном счете, единственно возможный финал – достижение предельного состояния, то при варьировании параметров возможны различные варианты, в том числе и вымирание динамической системы, описываемой логистической кривой. Такое поведение системы характеризует хаос в природных системах.

Можно указать, как минимум, два случая появления хаоса на примере исследования логистического уравнения. Первый случай рассмотрен выше – это влияние малых воздействий на протяжении длительного времени на природную систему, динамика которой описана уравнением Ферхюльста. Как показано выше, малые случайные возмущения могут «раскачать» и привести к гибели даже такую устойчивую систему, какой является система, описываемая уравнением Ферхюльста.

Рассмотрим второй случай исследования логистической кривой. Заменой $N(t)$ переменной $\boldsymbol{x(t)}$=$N(t)/N_2$ уравнение Ферхюльста можно свести к следующему уравнению с одним параметром A:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) \cdot (1 - x(t)) \qquad (3.78)$$

где х*(t)* – нормированная (около единицы) переменная, параметр *A* – участвует как в скорости увеличения численности, так и в факторе ограничения роста численности.

Выше говорилось о том, что уравнение Ферхюльста (Verhulst, 1838), являясь нелинейным дифференциальным уравнением, имеет аналитическое решение. В подавляющем же большинстве решение нелинейных дифференциальных уравнений находят с помощью численных методов. Будем исследовать дискретное уравнение Ферхюльста. Для этого надо перейти от непрерывного течения к дискретному изменению времени и записать дискретное логистическое уравнение в виде, когда производная $\frac{dx(t)}{dt}$ представляется соотношением $\frac{\Delta x_n}{\Delta t_n}$, т.

$$x_{n+1} = x_n \cdot (1 + a \cdot (1 - x_n)), \qquad (3.79)$$

где $\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$, $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ и $a = A * \Delta t_n$.

Действительно, величина x_{n+1} определяется только значением наклона $\frac{\Delta x_n}{\Delta t_n}$ и величиной x_n. В свою очередь решения х*(t)* должны определяться общим решением дифференциального уравнения с произвольными (не только нулевыми) начальными условиями). При дискретном изменении времени осуществляется принципиально новая картина, которую можно наблюдать на рисунке 3.12. На рис. 3.12 даны 2 варианта расчета для значений *a*=2.6 и *a*=3.9 с одинаковыми начальными условиями $x_0 = \{x_n\}$ и $t_0 = \{n\}$ в интервалах Δt_n. Точками и сплайнами представлены зависимости соответственно решений *x(t)* и табличных значений x_n. Перепады определяются разницей между значениями функции $x(t_n)$ из дифференциального уравнения и величиной x_n, полученной из численного уравнения. Напомним, что дифференциальное уравнение Ферхюльста описывает изменения численности в случае положительной скорости $\frac{dx(t)}{dt}$, ограниченной $S_{a=}A^2/4$. Эти ограничения нарушаются при использовании численного уравнения. На рис.3.12 присутствуют отрицательные наклоны у зависимости, связанной с табличными значениями x_n.

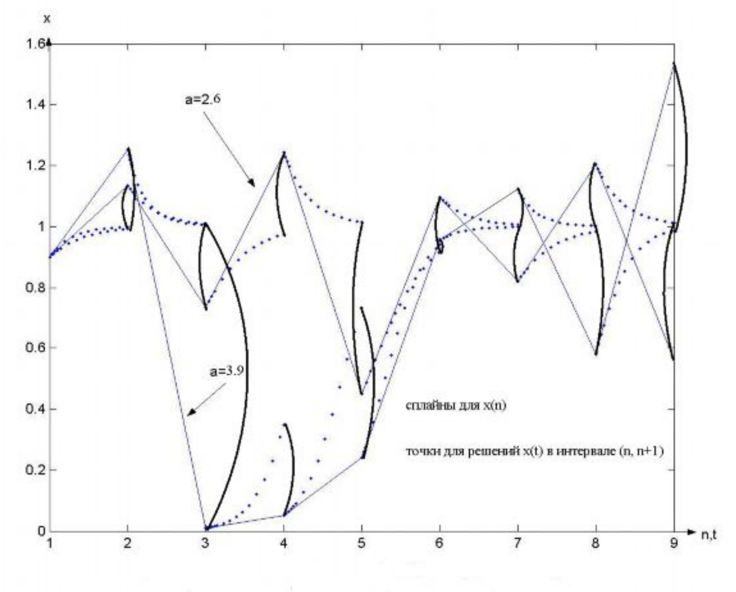

Рис.3.12. Зависимость решений ***x(t)*** интервалах Δt_n и табличных значений $x(n) = x_n$. Дугами “(“ и “)” соответственно при *a*=2.6 и при *a*=3.9 показаны перепады начальных условий.

Отсюда появляется ситуация, которая приводит к выходу переменной ***x*** из коридора устойчивых значений.

Отметим, что нарушение устойчивости, связанное с двумя параметрами *a* и x_0, должно происходить для переменных, описываемых также и дифференциальными уравнениями, так как они решаются путем численного интегрирования. Действительно, величина дискретного шага Δt_n влияет только на значение параметра $a = A * \Delta t_n$.

Таким образом, численные решения уравнений, описывающих противоборствующие процессы, предоставляют возможности для наблюдения нарушения устойчивости изменения переменных в нормированном коридоре значений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Будущее человечества зависит от тех усилий, которые сегодня предпринимает общество, чтобы на всех уровнях исследований понять те негативные процессы, которые приводят к кризису, изучить их и по возможности нейтрализовать. В настоящее время воздействие человека не знает государственных границ. Следовательно, нужны международные законы, которые регулируют ответственность предприятий за ухудшение состояния окружающей среды, нужна экономическая ответственность за содеянное. Поэтому любое сильное антропогенное или техногенное воздействие на природную среду должно быть рассмотрено с позиции системного анализа, где одним из важнейших элементов системы должно стать устойчивое развитие природной системы. И, следовательно, должно стать нормой применение математических моделей для проведения количественных оценок последствий антропогенного вмешательства. Должно осуществляться управление природными системами таким образом, чтобы они находились в областях, далеких от границ потери устойчивости.

Основная литература

Алексеев В.В., Светлосанов В.А. Оценка времени жизни системы хищник-жертва при условии случайной миграции жертв. -М.: Экология, 1974, № 1. - с.91-95.

Антропогенные воздействия на малые озера, - Л-д.: Наука, 1980. –174 с.

Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990.-128 с.

Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения. - М.: Наука, 1969. –511 с.

Будущее России в зеркале синергетики (Под ред. Г.Г. Малинецкого). М.: КомКнига, 2006. – 272 с.

Вавилин В.А.. Георгиевский А.Б. Упрощенная динамическая модель ценопопуляции черного саксаула // Лесоведение. -1974.- № 3.-с.74-79.

Вентцель А.Д.. Фрейдлин М.И. О малых случайных возмущениях динамических систем // Успехи математических наук. -1970. - 25., № 1. -с.3-55.

Вентцель А.Д., Фрейдлин М.И. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений. М.:Наука,1979,-424 с.

Виленкин Б.Я. Колебания численности популяции животных // В кн.: Колебательные процессы в биологических и химических системах. - М.: Наука, - 1967. -с.404-411.

Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. - М.: Наука, 1976. -286 с.

Голубев Г.Н. Геоэкология. М.: Изд-во ГЕОС, 1999. -338 с.

Гринченко В.Т., Мацыпура В.Т., Снарский А.А. Введение в нелинейную динамику. Хаос и фракталы. М.: Издат-во ЛКИ, 2007. -264 с.

Дьяконов К.Н. О понятиях устойчивости, изменчивости и надежности геосистем // В сб.: Стационарные исследования метаболизма в геосистемах. – Иркутск: Ин-т геогр. Сибири и Дальнего Востока. 1979. - с.35-42

Зайцев Г.А., Моторина Л.В., Данько В.Н. Лесная рекультивация. - М.: Лесная промышл., 1977. -129 с.

Иванов К. В. Озерно-болотные системы и их устойчивость при преобразовании избыточно влажных территорий // В сб.: Гидрологические процессы и природная среда. - Уч. зап. ЛГУ. сер. геогр. -1974. - № 376, вып. 23. -с.5-81.

Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. - М.: УРСС, 2001. -288 с.

Кемени Дж., Снелл Дж., Томпсон Дж. Введение в конечную математику. - М.: Иностр. лит-ра, 1963. -486 с.

Красовский А.А, Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики. - М., Л.: Госэнергоиздат, 1962. -599 с.

Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. - М.: Постмаркет, - 2000. -350 с.

Кудин В.Н. О нарушении устойчивости решений численного логистического уравнения. Сборник научных трудов «Физические проблемы экологии». М. 2008, №15, -с. 198-205.

Куракова Л.И. Антропогенные ландшафты. - М.: Изд-во Моск. университета, 1976. -215 с.

Левич А.П. Понятия устойчивости в биологии // Математические аспекты. - В кн.: Человек и биосфера. - М.: Изд-во Моск. ун-та. - 1976. -с.138-174.

Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. - М.: Гостехиздат: 1950. -472 с.

Малинецкий Г.Г. Новый облик нелинейной динамики //Природа. - 2001. -№ 3. -с.3-12

Острейковский В.А. Анализ устойчивости и управляемости динамических систем методами теории катастроф: Учебн. пособие для вузов. М.: Высш. Шк., 2005. -326 с.

Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М.: КомКнига, 2005. -296 с.

Рябчиков А.М. Структура и динамика геосферы, ее естественное развитие и изменение человеком. - М.: Мысль, 1972. -223 с.

Сардас З., Абрамс И. Хаос без аспирина. М.- Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006, -180 с.

Светлосанов В. А. О стабильности экосистемы // Вестник Моск. ун-та, сер. геогр. - 1976. - № 4, -с.89-94.

Светлосанов В.А. Расчет меры устойчивости системы к случайным возмущениям // Изв. АН СССР. сер. геогр. - 1977 (а). -№ 5. -с.118-121.

Светлосанов В. А. Трудности и успехи в исследовании устойчивости гео- и экосистем // Вестник Моск. ун-та, сер. геогр. - 1977 (б). -№ 4. -с.30-38.

Светлосанов В. А. Методика прогноза развития природных геосистем во времени // В сб.: Методология и методы географического прогнозирования. - Изд-во МГУ. - 1983. -с.26-33.

Светлосанов В. А. Устойчивость и стабильность природных экосистем (модельный аспект). Москва, ВИНИТИ, серия «Теоретические и общие вопросы географии», т.8, 1990, -200 с.

Светлосанов В. А. Физико – географические параллели. Москва, ВИНИТИ, серия «Теоретические и общие вопросы географии», т.12, 1992, -103 с.

Светлосанов В.А., Кудин В.Н., Куликов А.Н. Логистическая кривая – порядок и хаос в природных системах. Журнал «Экологические системы и приборы» 2009, № 7, -с. 42-46

Свирежев Ю.М., Логофет И.О. Об устойчивости моделей биологических сообществ. - В кн.: Имитационное моделирование и экология. - М.: Наука. - 1975. - с.65-72.

Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. - М.: Наука, 1978. -352 с.

Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. – М.: Наука, 2000, -431 с.

Устойчивость геосистем. Сборник статей АН СССР, ИГАН. – М.: Наука, 1983. -88 с.

Фрейдлин М.И., Светлосанов В.А. О влиянии малых случайных возмущений на устойчивость состояния экологических систем // Общая биология. -1976. -№ 5. - с.715-721.

Элтон Ч.С. Экология нашествия животных и растений. - М.: Иностр. лит-ра, 1960. -230 с.

Яглом И.М. Теория информации. - М.: Знание, 1961. -47 с.

Уатт К. Экология и управление природными ресурсами: количественный подход. - М.: Мир, 1971. -463 с.

Hafele W. A. Systems approach to energy. - //Americal scientist, 1974.-62, № 4. - p. 438-447.

Holling C.S. Resilience and stability of ecological systems. -// IIASA. Research report Austria. - R-R-73-3, 1973 -23 p.

Lorenz E.N. Deterministic Nonperiodic Flow // Journ. of the Atmospheric Science, 1963, v.20, -p.130-141.

Mac-Arthur R.H. Fluctuations of animal populations and a measure of community stability//Ecology. -1955.-36. -p. 533-536.

Mac-Intosh R.P. An index of diversity and the relation of certain concepts of diversity//Ecology. -1967. -48. -p. 392-404.

Margalef D.R. Information theory in ecology//General systems. - 1958. -3. -p. 36-71.

May R.M. Stability in model ecosystems//Quantifying ecology. Proceedings of the ecological society of Australia. - I971. -p. 18-56.

May R.M. Stability in randomly fluctuating versus deterministic environments//The American Naturalist. - 1973. -107. № 957. -p. 621-650.

Paine R.T. Food web complexity and species diversity .//Amer .Natur. - 1966. - 100. - p. 65-75.

Patric R.T. Stability and diversity//Proc. Acad. nat. scienc. of Phyladelphia. - 1949. - 101, № 2. - p. 277-341.

Patten B. Preliminary method for estimating stability in plancton //Science. - 1961. - 134, № 11. -p. 1010-1012.

Ruzicka M., Jurko A., Kozova M., Zigrai E.. Svetlosanov V. Evaluation methods of landscape stability on agricultural territories in Slovakia. VI International Symposium on problems of landscape ecological research, Czechoslovakia, October 25- 30, 1982 and in: //Ecology (CSSR). - 1983. -2, № 3. -p. 225-253.

Svetlosanov V.A. The notions of the indexes and criterion for a measurement of ecosystem stability.//Ecology (CSSR). - 1984. -№ 2

Svetlosanov V.A. The problem of ecosystem stability and some applications of one of stochastic methods investigation of this problem.//Ecological Modelling, the Netherlands, 1985.

Thom R. Topological models in biology // Topology.-1969.-v.8, # 3,-p. 313-335

Thom R. Catastrophe Theory: Its present state and future perspectives // Dynamical systems. Warwick, 1974.-Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1-75. -p. 366-372 Lecture Notes Math. V.468

Verhulst P.F. Notice sur la loi que la population suit dans sorr accroissement. //Corresp.Math. et Phys. 1838. 10. -p.113-121.

Volterra V. Lecons sur la theorie Mathematique, de la lutte pour la vieV/Paris, Qauthier - Villars, 1931. -214 p.

Watt K.E.F, Ecology and Resource Management. A quantitative approach. - N-Y, 1968, - 450 p.

ОГЛАВЛЕНИЕ